ARCHIV FÜR METEOROLOGIE, GEOPHYSIK UND BIOKLIMATOLOGIE

HERAUSGEGEBEN VON

DOZENT DR. W. MÖRIKOFER
PHYSIKALISCH-METEOROLOGISCHES OBSERVATORIUM DAVOS

PROF. DR. F. STEINHAUSER
ZENTRALANSTALT FÜR METEOROLOGIE UND GEODYNAMIK WIEN

SERIE A
METEOROLOGIE UND GEOPHYSIK

BAND III, 3.—4. HEFT
MIT 37 TEXTABBILDUNGEN
(ABGESCHLOSSEN AM 16. MAI 1951)

WIEN
SPRINGER-VERLAG
1951

Arch. Met. Geoph. Biokl. A.

Serie A, Band III **Inhaltsverzeichnis** Heft 3—4

Seite

Raethjen, P. Über den zweidimensionalen Impulsaustausch rotierender Systeme. (Mit 5 Textabbildungen) 173

Nagel, H. Zur Stabilitäts-Theorie des geostrophischen Windes. (Mit 5 Textabbildungen) 229

Defant, F. Kondensationswärme und Strahlungsbilanz in einem mittleren Meridionalschnitt der Troposphäre. (Mit 8 Textabbildungen) 268

Wichmann, H. Die Weltgewittertätigkeit und das luftelektrische Feld der Erde. (Mit 8 Textabbildungen) 290

Flohn, H. Solare Vorgänge im Wettergeschehen. (Mit 6 Textabbildungen) 303

Huber, A. Über den Einfluß der Bodenfeuchtigkeit auf geoelektrische Tiefenmessungen. (Mit 5 Textabbildungen) 330

Steinhauser, F. Reinhold Süring † 339

Buchbesprechungen 341

Papers in Meteorology and Geophysics (W. Mörikofer). — Keil, K. Handwörterbuch der Meteorologie (F. Steinhauser). — Kuiper, G. P. The Atmospheres of the Earth and Planets (W. Mörikofer). — Cannegieter, H. G. Was lehren uns die Wolken? (W. Mörikofer). — Köhler, H. On the Problem of Condensation in the Atmosphere (F. Möller). — Flohn, H. Studien zur allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre (F. Steinhauser). — Ertel, H. Eine Methode zur approximativen Vorausberechnung der Luftmassenverlagerungen (F. Steinhauser). — Hesse, W. Jubiläumsband zur 35. Wiederkehr des Gründungstages des Geophysikalischen Institutes der Universität Leipzig (F. Steinhauser). — Abhandlungen des Badischen Landeswetterdienstes 1950 (F. Steinhauser). — Schütt, K. Einführung in die Meteorologie auf physikalischer Grundlage (F. Steinhauser). — Maurain, Ch. La météorologie et ses applications (F. Steinhauser). — Manual of Meteorological Observing. Teil II (F. Steinhauser). — Fédération Séismologique Européenne (W. Mörikofer). — Ackerl, F. Geodäsie und Photogrammetrie. 1. Teil. (M. Toperczer). — Bock, R. Ergebnisse der Beobachtungen am Adolf-Schmidt-Observatorium für Erdmagnetismus in Niemegk in den Jahren 1932 und 1933 (F. Steinhauser).

Das

„Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie"

erscheint in zwangloser Folge in zwei parallelen Serien:

Serie A Meteorologie und Geophysik: Allgemeine, theoretische und synoptische Meteorologie, Geophysik der Atmosphäre, des Meeres und des festen Erdbodens.

Serie B Allgemeine und biologische Klimatologie: Allgemeine und medizinische Klimatologie, Agrar- und Mikroklimatologie, Meteorobiologie, Strahlungsforschung.

Die beiden Serien können unabhängig voneinander bezogen werden. Die Hefte werden einzeln berechnet und zu Bänden von 25—30 Bogen vereinigt.

Das Archiv soll wissenschaftlich einwandfreie Arbeiten von allgemein fachlichem Interesse veröffentlichen. Es werden deshalb nur Originalarbeiten aufgenommen, die neue Erkenntnisse bringen, und zwar Aufsätze größeren Umfanges wie auch kleine Mitteilungen. Gelegentlich wird auch durch Sammelreferate über die neuesten Ergebnisse einzelner Spezialgebiete ein Überblick über den jeweiligen Stand eines bestimmten Problems gegeben werden, wobei besonders durch Hervorheben der noch ungelösten Fragen der weiteren Forschung Anreiz geboten werden soll. Schließlich werden auch kritische Buchbesprechungen auf bedeutende Neuerscheinungen aus unserem Wissensgebiet hinweisen.

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

551.511

(Geophysikalisches Institut der Universität Hamburg.)

Über den zweidimensionalen Impulsaustausch rotierender Systeme.

Von

P. Raethjen.

Mit 5 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Meteorologie, Ozeanographie und Astrophysik haben es mit weiträumigen „Austauschbewegungen" (weniger treffend „Turbulenz" genannt) zu tun, welche in einem rotierenden System durch Wärmewirkungen (meist Bestrahlung) entstehen und an eine mitrotierende Fläche, z. B. an die Erdoberfläche oder an eine andere Gleitfläche gebunden sind. Wenn man diese, durch Wärmewirkungen angetriebenen Bewegungen und Vermischungen als „isotrope" Turbulenz (bei der beide Koordinaten gleichberechtigt sind) behandelt, so entkleidet man sie ihrer wesentlichen Eigenschaften. Denn meistens bedingt der Wärmeantrieb eine bevorzugte Achse der Austauschbewegungen; die Turbulenzquanten werden überwiegend in beiden Richtungen dieser „Vorzugsachse" angestoßen (Kap. I).

Derartige (zweidimensionale) Austauschbewegungen bewirken nun einen charakteristischen Transport der Drehimpulse. Dieser Transport fließt in Richtung der Vorzugsachse. Er wird nachstehend berechnet, und zwar zunächst (in Kap. II) unter der Voraussetzung, daß das einzelne Austauschquantum durch seine Bewegung kein eigenes Druckfeld erzeugt („Massenpunktaustausch"), weiterhin (in Kap. III) ohne diese Einschränkung („Gradientwindaustausch"). Die in der Meteorologie „geostrophisch" genannten Winde können also in diesem Sinne als „Austauschbewegungen" der Atmosphäre gelten.

Schließlich werden die Bedingungen untersucht, denen die Eigenrotation („vorticity") der einzelnen (großen) Austauschquanten in der Atmosphäre und im Meer) unterliegt, wenn Reibung und Vermischung ausgeschlossen werden. Es zeigt sich, daß in diesem Fall die großen rotierenden Austauschquanten ihre „vorticity" (die Vertikalkomponente des absoluten Geschwindigkeitsrotors) fast unverändert behalten (Kap. IV).

Die zweidimensionale Austauschtheorie, die an und für sich auf vielen Gebieten der Geophysik und Astrophysik Anwendung finden kann, bewährt sich zunächst in bezug auf die „planetarische Zirkulation" der Erdatmosphäre.

Wenn man die Reibung am Erdboden mitberücksichtigt, gelingt es, die wertvollen Befunde C. G. ROSSBYS und seiner Mitarbeiter hinsichtlich der allgemeinen Zirkulation höherer Schichten in eine Gesamtschau aller Zirkulationserscheinungen einzufügen (Kap. V).

Summary. Meteorology, oceanography and astrophysics have to deal with wide, there and back flowing motions of "exchange" (less characterized in the word "turbulence") which are caused in a rotating system by supply of heat (mostly insolation) and are associated with a surface rotating with it, e. g. the surface of the earth, or with another gliding surface. In treating these motions and mixings, moved by heat effects, like an "isotropic" turbulence (where the two co-ordinates are equivalent) they get deprived of their essential properties. For, the impetus of heat mostly involves a preferred axis of the exchange movements; the turbulence quanta chiefly are pushed in both directions of this predominating axis (Chap. I).

Such (two-dimensional) turbulent exchanges cause a characteristic transport of impulses. These are carried in both directions of the axis of preference. This transport is computed, in chapter II, on the assumption that the individual quantum of exchange does not form by its motion an own field of pressure ("exchange of mass points"), in chapter III without this restriction ("exchange by gradient wind"). Therefore in meteorology the so-called "geostrophic" winds may be considered in this sense as turbulent exchange motions of the atmosphere.

Finally, in chapter IV, the conditions are examined, from which depends the "vorticity" of the individual exchange quanta in the atmosphere (and in the sea), if friction and mixing are excluded. It is shown that in this case the big rotating exchange quanta keep almost unaltered their "vorticity" (the vertical component of the "curl" of the absolute velocity).

The two-dimensional theory of exchange, which may be applied in many problems of geophysics and astrophysics, holds good with regard to the planetary circulation of the earth's atmosphere. In taking into consideration also the friction on the soil, it is possible to insert in a general aspect of all phenomena of circulation the precious results of C. G. ROSSBY and his collaborators as to the general circulation of the upper layers (Chap. V).

Résumé. En météorologie, en océanographie et en astrophysique on a affaire à de vastes «mouvements d'échange», courants çà et là, connus sous le terme moins adéquat de «turbulence», engendrés dans un système en rotation par des sources de chaleur (en général le rayonnement) et qui sont liés à une surface en rotation comme par exemple la surface terrestre ou quelque surface de glissement. Si l'on traite ces mouvements et mélanges d'origine calorique comme turbulence «isotrope» (pour laquelle les deux coordonnées sont équivalentes), on les dépouille de leurs caractères essentiels, car la source de chaleur impose en général aux mouvements d'échange turbulents un axe préférentiel selon lequel les quanta de turbulence sont principalement activés (Chap. I).

De tels mouvements d'échange turbulents (à deux dimensions) créent un transport d'impulse caractéristique. Ce transport va dans les deux directions de l'axe préférentiel. Il est calculé dans ce qui suit, tout d'abord (Chap. II) en admettant que chaque quantum d'échange ne crée pas de champ propre de pression par son mouvement, puis sans cette restriction (Chap. III). Les vents appelés «géostrophiques» peuvent donc être considérés dans ce sens comme des mouvements d'échange turbulent de l'atmosphère.

Enfin on étudie les conditions auxquelles est soumise la rotation propre («vorticity») des quanta d'échange individuels dans l'atmosphère (et dans la mer) lorsque l'on exclut le frottement et le mélange. On trouve que dans ce cas les grands quanta d'échange rotationnels conservent presque inchangée leur «vorticity» (Chap. IV).

La théorie d'échange turbulent à deux dimensions qui trouve son application dans maints domaines de la géophysique et de l'astrophysique s'applique en premier lieu à la circulation «planétaire» de l'atmosphère terrestre. Si l'on tient compte du frottement au sol, on peut introduire les précieux résultats obtenus par C. G. Rossby et ses collaborateurs sur la circulation générale des hautes couches dans une vue d'ensemble de tous les phénomènes de circulation (Chap. V).

Formelzeichen.

A_z = vertikaler
A_x = horizontaler } Austauschkoeffizient.
A_φ = planetarischer
a = (Index) äquatorwärts.
ad = (Index) adiabatisch.
a = Höheneinheit der Ekman-Spirale.
B = (Index) Erdboden.
D_A = Austauschmoment.
D_B = Bodenreibungsmoment.
D_M = derjenige Teil von D_B, der die bodennahen Massen beschleunigt.
E = (Index) Erde.
F = flüssige Fläche (horizontal).
g = (Index) geostrophisch.
K_B = westöstliche Reibungskraft, welche die Flächeneinheit des Erdbodens auf die Atmosphäre ausübt.
K_M = der (größere) Teil von K_B, welcher die bodennahe Luft (unter 1000 m Höhe) beschleunigt.
K_R = der Teil von K_B, den die bodennahe Luft auf die freie Atmosphäre ausübt.
l = $2\ \omega \sin \varphi$
l_E = $2\ \omega_E \sin \varphi$ } Coriolisfaktor.
l_φ = $2\ \omega_\varphi \sin \varphi$
M_x = Massenfluß durch Austausch.
M = meridionaler Massenfluß in der bodennahen Reibungsschicht.
m = Masse eines Austauschquantums.
m = (Index) Mittelwert.
N = Anzahl der Einheitssolenoide innerhalb der „flüssigen" Linie.
n = bahnsenkrechte Koordinate.
p = Luftdruck
p = (Index) polwärts.
R = Gaskonstante der Luft.
R = (Index) Reibungshöhe.
r = Radius, Rotationsradius.
r_E = Erdradius.
r = (Index) relativ.
S_D = Drehimpulsfluß durch Austausch.
S_V = Impulsfluß durch Austausch.
s = Kurvenkoordinate.

T = absolute Temperatur.
t = Zeitkoordinate.
u, u_x, u_y dem Stromfeld überlagerte Geschwindigkeit eines Austauschquantums.
v, v_y = Stromfeldgeschwindigkeit.
v = mittlere Westwindgeschwindigkeit.
v_g = geostrophischer Wind.
w = Absolutgeschwindigkeit.
x = horizontale Vorzugskoordinate des Austausches.
x' = isobare Vorzugskoordinate des Austausches.
x_i = isentrope Vorzugskoordinate des Austausches.
y = horizontale Stromfeldkoordinate.
z = Vertikalkoordinate.
γ = relative Abweichung vom geostrophischen Wind.
Δ = Differenz bzw. Änderung.
η = Monotropiekoeffizient.
θ = potentielle Temperatur.
ϑ = Konstante des meridionalen Temperaturgefälles.
λ = Vertikalkomponente des Relativrotors.
μ = Exponent zur Korrektur der Bodenreibung in den Tropen.
ξ = Bahntangentiale Koordinate.
ϱ = Luftdichte.
φ = Geographische Breite.
Ω = Rotationsmoment.
ω = Winkelgeschwindigkeit.
ω_E = Winkelgeschwindigkeit der festen Erde.
ω_φ = Winkelgeschwindigkeit des Westwindes.
$\bar{x}$ = Querstrich bedeutet Mittelwert oder Randwert.
$*$ = (Index) isotrop.
$\rightarrow$ = (Index) monotrop.

I. Voraussetzungen und Definitionen des Austausches.

1. Massenvertauschung.

„Massenaustausch" bedeutet zunächst und direkt eine Vertauschung zweier Massen: Zwei gleich große Massen m_1 und m_2 vertauschen ihren Platz. So meint es auch WILHELM SCHMIDT [*1*], der Vater der meteorologischen Austauschtheorie: Er wählt eine horizontale Fläche, welche den dreidimensionalen Raum in einen oberen und einen unteren Raumteil trennt, und zählt alle während einer bestimmten „Zählzeit" aufwärts und abwärts durch die „Zählfläche" hindurchgehenden Massen m. Bezeichnet man die aufwärts durchtretenden Massen mit dem Index 1, die abwärts gehenden mit 2 und ihre während der „Zählzeit" anfallende Summe mit Σ, so lautet also die Grundvoraussetzung des „Austausches":

$$\Sigma m_1 = \Sigma m_2. \tag{1}$$

Wenn man diese Gleichung fallenließe, dürfte man nicht mehr von „Tausch" sprechen; die Zweiteilung des „Austauschraumes" durch eine „Zählfläche" und die Gleichheit der während der „Zählzeit" vertauschten Massen sind grundlegende Voraussetzungen.

Zählstrecke. Wenn sich nun aber die Massen m nicht im dreidimensionalen Raum bewegen können, sondern nur in einer Fläche (z. B. an der Erdoberfläche), so handelt es sich um einen zweidimensionalen Austausch. In diesem Falle muß die „Austauschfläche" durch eine „Zählstrecke" in zwei Teile geteilt werden, damit die Vertauschung eindeutig gezählt werden kann. Auch dann ist die Gl. (1) eine notwendige Voraussetzung. Deshalb darf die Zählstrecke nicht ganz beliebig gewählt werden, sondern sie muß mit der mittleren Strömung schwimmen (ebenso wie die „Zählfläche" im dreidimensionalen Austausch).

Das *Koordinatensystem* wird zweckmäßigerweise mit der Zählstrecke fest verbunden. Wir legen die y-Achse in die Zählstrecke, die x-Achse senkrecht dazu und lassen dieses Koordinatensystem mit der auf der Zählstrecke vorhandenen mittleren Strömung driften.

„Stromfeld" $\mathfrak{v}$ und *„Austauschbewegung"* $\mathfrak{u}$ müssen streng unterschieden werden. Als „Stromfeld" $\mathfrak{v}$ bezeichnen wir die über die Zählzeit und Zählstrecke ausgeglichene (quasistationäre) Strömung; ihr überlagern sich die (nichtstationären) Austauschbewegungen $\mathfrak{u}$. Auf der Zählstrecke selbst ist $\mathfrak{v} = 0$, weil unser Koordinatensystem selbst driftet. Beiderseits der Zählstrecke kann $\mathfrak{v} \neq 0$ sein. Aber die zur Zählstrecke senkrechte Komponente v_x muß auch beiderseits der Zählstrecke verschwinden, wenn keine (zweidimensionale) Konvergenz oder Divergenz in der Zählstrecke herrscht. Da solche Divergenzen auf den Austausch keinen direkten Einfluß haben, wollen wir sie nicht beachten und definieren:

Das „Stromfeld" $\mathfrak{v}$ enthält nur Bewegungen parallel zur Zählstrecke. D. h. bei unserer Koordinatenwahl ist $v_x = 0$ (Definition).

Demgegenüber bezeichnen wir als „Austauschbewegung" $\mathfrak{u}$ die augenblicksweise dem Stromfeld überlagerte nichtstationäre Bewegung eines Massenpunktes. Diese hat also, in unserem Koordinatensystem gemessen, die Geschwindigkeit $\mathfrak{v} + \mathfrak{u}$.

Das „Stromfeld" $\mathfrak{v}$ ist in diesem Sinne von der Zählzeit und Zählstrecke abhängig; je größer die Zählzeit und je länger die Zählstrecke ist, um so mehr ist das „Stromfeld" zeitlich und räumlich (in y-Richtung) ausgeglichen. Da das „Stromfeld" nur die zur Zählstrecke parallele Komponente v_y besitzt, müssen Zählstrecke und Zählzeit entsprechend gewählt werden; das meteorologische (bzw. geophysikalische) Problem entscheidet über diese Wahl. Drei Beispiele sollen dies nachstehend erläutern:

Isentropischer Gleitaustausch. In stabil geschichteter Atmosphäre sind die Luftmassen durch Stabilitätskräfte an ihre Isentropenfläche gebunden, in welcher sie ihr statisches Gleichgewicht haben. Der Massenaustausch geht dann bevorzugt in dieser Fläche oder jedenfalls in einer nahezu isentropen Fläche vor sich. Wir nennen diesen zweidimensionalen Austausch den „isentropischen Gleitaustausch".

Das isentrope „Stromfeld" enthält vor allem horizontale Winde. Deshalb legen wir zweckmäßigerweise die Zählstrecke und y-Achse in der (flachgeneigten) Isentropenfläche horizontal, d. h. also parallel zur Spurlinie der Isentropenfläche in der Horizontalen. Die x-Achse fällt dann in die stärkste Neigung der Isentropenfläche; das Koordinaten-

system ist mit dem mittleren Wind auf der horizontalen Zählstrecke bewegt und als Austauschbewegungen gelten alle Bewegungen, welche die Massenpunkte in der isentropen Gleitfläche relativ zu dem „Stromfeld" ausführen. Als „Zählzeit" kommen etwa einige Stunden in Frage.

Planetarischer Austausch. Die Erdatmosphäre ist relativ zur ganzen Erdkugel nur eine sehr dünne Oberflächenschicht; der planetarische Austausch ist an diese Oberfläche gebunden. Erfahrungsgemäß sind die großen atmosphärischen Strömungen höherer Breiten keine Vertikal-, sondern Horizontalzirkulationen, d. h. es sind Ströme, welche praktisch alle Schichten der Atmosphäre umfassen. Es handelt sich hier also (in grober Näherung) um ein zweidimensionales Problem in der Erdoberfläche. Als „Zählzeit" wählt man entweder viele Jahre (wenn man die jahreszeitlichen Einflüsse im „Stromfeld" nicht haben will) oder eine bestimmte Jahreszeit in einer Folge vieler Jahre. Wenn man den Zusammenhang der mittleren „Zonalzirkulation" mit den wetterhaft wechselnden Strömungen untersuchen will, legt man die „Zählstrecke" und die y-Achse westöstlich auf einen Breitenkreis. Dann handelt es sich also nicht um ein cartesisches (geradliniges) Koordinatensystem, sondern die „Zählstrecke" ist ein voller Breitenkreis, die x-Achse ein Längenkreis. Auch die Krümmung der Erdoberfläche spielt dann eine Rolle, wie wir weiter unten sehen werden. Dieses Koordinatensystem driftet mit dem mittleren westöstlichen Wind auf dem Zählbreitenkreis. Das „Stromfeld" enthält dann nur westöstliche Winde (v_y). Als „Austauschbewegungen" gelten alle (wetterhaft wechselnden) Luftbewegungen, die sich dem quasistationären „Stromfeld" überlagern.

Eine „*Zentralzyklone*" [*2*] ist, wenn man ihre „Randstörungen" unbeachtet läßt, ein horizontales „Stromfeld", ähnlich den planetarischen Westwinden, welch letztere sozusagen eine „Zirkumpolarzyklone" bilden. Die sogenannten „Randstörungen" der Zentralzyklonen sind diesen als Austauschbewegungen überlagert: Auf der „Vorderseite" der „Randstörung" gleitet warme Luft auf in die kalte Zentralzyklone hinein, auf der „Rückseite" gleitet kalte Luft ab aus der Zentralzyklone heraus. Der „Rand" der Zentralzyklone ist hier die Zählstrecke, die Zählzeit muß so gewählt werden, daß sie mehrere Randstörungen überdauert.

Anstoß, freier Weg und Vermischung. Meistens denkt man sich die Bewegung u eines Austauschquantums m durch einen Stoß entstanden; irgendein Luftquantum, welches längere Zeit an einem Ort (d. h. auf einer Stromlinie des „Stromfeldes") verweilt hat, wird angestoßen, läuft dann auf einem „freien" Weg, überschreitet dabei die „Zählstrecke" und vermischt sich schließlich irgendwo auf der anderen Seite mit seiner neuen Umgebung. Die Austauschtheorie von WILHELM SCHMIDT vereinfacht diesen Vorgang, indem sie den Anstoß und die Vermischung als plötzliche Vorgänge denkt; nur der dazwischenliegende „freie" Weg braucht Zeit, ist aber dann als Trägheitsbahn eines Massenpunktes leicht zu bestimmen. Diese Vereinfachung hat sich gut bewährt, obwohl sie keineswegs immer den wirklichen Verhältnissen entspricht. Daher

wollen wir sie zunächst beibehalten und erst nachträglich berücksichtigen, daß der Anstoß auf die Dauer nur durch thermodynamische Arbeit geleistet werden kann und daß der „freie" Weg infolge eines horizontalen Druckgefälles keine Trägheitsbahn zu sein braucht.

2. Bevorzugte Austauschachse.

Wärmezirkulationen. Wenn wir von der Voraussetzung ausgehen würden, daß der Anstoß der Austauschquanten seine Energie nur aus dem Stromfeld bezieht (wie in der hydrodynamischen „Turbulenz"), müßte die große Austauschmaschinerie der Atmosphäre mit der Zeit zum Stillstand kommen. Dann wäre es absurd, mit einer Austauschtheorie die Entstehung und Erhaltung eines „planetarischen" Bewegungszustandes erklären zu wollen.

Im „planetarischen" System ist ohne weiteres klar, woher die Energie der wetterhaften Austauschbewegungen letzten Endes kommt: Die Sonnenstrahlung erwärmt die Erdoberfläche, vor allem in tropischen Breiten; die langwellige Ausstrahlung kühlt die oberen Schichten der Troposphäre ab. Zwischen dieser Wärme- und Kältequelle entstehen daher Konvektions- und Advektionsströmungen, welche die unten eingestrahlte Wärme in die oberen Ausstrahlungsregionen befördern. Aber es handelt sich dabei keineswegs um stationäre Zirkulationen, sondern der Wechsel zwischen Tag und Nacht, der Wechsel der Bewölkung und sonstiger Wetterbedingungen sorgt für eine unübersichtliche Unregelmäßigkeit der Wärmezirkulationen und der von ihnen „angestoßenen" Austauschbewegungen. Diese Unübersichtlichkeit ist der Grund, warum man meistens nicht jede solche Wärmezirkulation einzeln untersucht, sondern ihre Gesamtheit als „Austausch" bezeichnet.

Vorzugsachse. Diese Wärmezirkulationen sind Bewegungen zwischen einer Wärmequelle und einer Kältequelle. Ihre Beschleunigungsrichtung wird also vom Wärmehaushalt vorgeschrieben. Der Wechsel von Tag und Nacht, Sommer und Winter sorgt dafür, daß diese Richtung nicht konstant ist, auch der Wechsel von Hoch- und Tiefdruckgebieten, Bewölkung und heiterem Himmel und andere wetterhaft wechselnden Einflüsse bedingen eine fortwährende Schwankung der Wärmezirkulationen. Aber innerhalb der gewählten Zählzeit wird doch eine Achse als Anstoßrichtung der Austauschbewegungen bevorzugt sein, nämlich die Richtung von der (im Mittel vorhandenen) Wärmequelle zur (mittleren) Kältequelle bzw. die entgegengesetzte Richtung. Dadurch ist eine „Vorzugsachse" des Austausches gegeben.

Im planetarischen Austausch liegt die Vorzugsachse meridional (nordsüdlich). Zentralzyklonen sind große Kaltluftbehälter in einer wärmeren Umgebung; die Vorzugsachse des Randstörungenaustausches steht also senkrecht auf dem Rand. Der isentropische Gleitaustausch wird wahrscheinlich von der Konvektion angestoßen, er verdankt also seine Energie dem konvektiven Wärmeübergang vom Erdboden in die freie Troposphäre. Vorzugsachse dieses Gleitaustausches ist daher diejenige, welche

in der Isentropenfläche am steilsten geneigt ist. Man sieht, daß in diesen drei Beispielen die x-Achse (senkrecht zur Zählstrecke) als Vorzugsachse auftritt.

Dieses Ergebnis ist kein Zufall. Oben (S. 177) haben wir die „Zählstrecke" (y-Achse) parallel zur stationären Strömung gelegt, hier die „Vorzugsachse" senkrecht zu den „Solenoiden", d. h. senkrecht zu den Isothermenlinien der Isobarflächen. Da nun eine stationäre Strömung auf der rotierenden Erde nur (annähernd) parallel zu den Solenoiden fließen kann, muß notwendig unsere „Zählstrecke" senkrecht zu der „Vorzugsachse" liegen (jedenfalls ungefähr). Wir setzen daher weiterhin als Definition voraus:

Die Zählstrecke steht senkrecht auf der Vorzugsachse des Austausches.

Hierdurch wird die Wahl der Zählstrecke in wohltätiger Weise eingeschränkt. Wie man an den drei angeführten Beispielen sieht, steht bei „vernünftiger" Wahl der Zählstrecke die Vorzugsachse immer senkrecht auf ihr. Aber es könnte auch Fälle geben, in welchen nicht von vornherein feststeht, welche Zählstrecke „vernünftig" ist. Dann muß man nach der „Vorzugsachse" fragen.

Der *Monsunaustausch* ist dafür ein Beispiel. Meistens ist das zugehörige „Stromfeld" nicht ohne weiteres zu sehen, aber die „Zählstrecke" des Monsunaustausches ist meistens die großzügige Küstenlinie, weil der Kontinent im Sommer Wärme-, im Winter Kältequelle ist gegenüber dem angrenzenden Ozean. Weiter unten werden wir darauf zurückkommen.

Isotroper und monotroper Austausch. Es ist aber nun immerhin möglich, daß ein zweidimensionaler Austausch ohne Vorzugsachse vorkommt. Dann sind also alle Anstoßrichtungen in der Austauschfläche einander gleichberechtigt. L. BIERMANN [3] nennt diesen Austausch „isotrop", was nicht mit „is*en*trop" verwechselt werden darf (z. B. ein is*en*tropischer Gleitaustausch kann in der Gleitebene isotrop sein, wenn die Is*en*tropenfläche horizontal liegt, so daß in ihr die vertikale Konvektion keine Vorzugsachse bewirkt). Der isotrope Austausch ist also ein Extremfall.

Der entgegengesetzte Extremfall liegt dann vor, wenn alle Austauschquanten nur in Richtung einer einzigen Vorzugsachse (x-Achse) angestoßen werden. Diesen Austausch nennen wir „monotrop". Es ist evident und liegt im Wesen des Austausches, daß dieser „monotrope" Extremfall noch wesentlich seltener vorkommt als der „isotrope".

Normalerweise werden wir erwarten, daß der zweidimensionale Austausch zwar eine Vorzugsachse besitzt (x-Achse), daß aber auch Anstöße mit y-Komponente auftreten. Dieser Normalfall umfaßt also alle Austauschvorgänge zwischen den beiden vorher genannten Extremfällen; wir nennen diesen Austausch „heterotrop", um damit anzudeuten, daß die beiden Koordinaten x und y verschieden stark mit Austauschanstößen bedacht sind. Weiter unten werden wir sehen, daß jeder „heterotrope" Austausch als Summe (Überlagerung) eines „isotropen" und eines „monotropen" Austausches aufgefaßt werden kann.

Geordneter oder ungeordneter Austausch? In den vorstehenden Definitionen haben wir absichtlich den Austausch nicht als „ungeordnete"

Bewegung bezeichnet, denn es ist ja evident, daß die Existenz einer Vorzugsachse eine Art von Ordnung bedeutet. Überhaupt enthält das Wort „ungeordnet" oder „ungeregelt" keine genaue Definition. Meistens handelt es sich nicht um einen objektiv vorhandenen Mangel an Ordnung, sondern nur darum, daß wir die an und für sich vorhandene Ordnung wegen ihrer unübersichtlichen Vielgestaltigkeit nicht übersehen können. Selbstverständlich hätte es keinen Sinn, die Austauschtheorie auf eine einzige wohlbekannte Zirkulation anzuwenden; nur deren unübersichtliche Vielzahl rechtfertigt ihre summarische Betrachtung als „Austausch". Aber wir wollen es dem Geschmack des Betrachtenden überlassen, wie viele Einzelquanten herüber und hinüber wechseln müssen, damit ihre Gesamtheit „Austausch" genannt werden kann.

So kann man z. B. darüber streiten, ob die „Passatzirkulation" (Passat und „Antipassat") zum „planetarischen Austausch" gehört. Nach den oben gegebenen Definitionen ist dieses zulässig. Wenn man den wirklichen Passat und Antipassat mit seinen zeitlichen und örtlichen Unterschieden (auch auf den Festländern) und seinen monsunhaften Abwandlungen meint, so ist es sogar sehr naheliegend, diese Strömungen zum planetarischen „Austausch" zu rechnen. Nur wenn man dem falschen Idealbild einer konstanten Passatzirkulation, welche sich rund um die Erde erstreckt, nachhängen würde, könnte es abwegig erscheinen, sie als „Austauschbewegung" zu interpretieren. Auf jeden Fall hat aber die Passatzirkulation, wenn man sie zum „Austausch" rechnet, eine meridionale Vorzugsachse.

3. Impulsaustausch.

Impulsvermischung. Mit den Massen werden alle an Masse gebundenen Eigenschaften ausgetauscht, z. B. Staubbeimengung, Wassergehalt, Wärmegehalt, vor allem aber der Bewegungsimpuls, der uns in der nachfolgenden Untersuchung beschäftigen soll. Nach dem Impulssatz der Mechanik bleibt der Bewegungsimpuls $m \cdot \mathfrak{w}$ eines Massequantums m erhalten, solange keine Kräfte darauf einwirken (sofern die Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ im Inertialkoordinatensystem definiert ist). Wenn aber ein Quantum m_1 sich mit einer anderen Masse m_2 vermischt, so „vermischen" sich auch die Impulse, d. h. der resultierende Gesamtimpuls der Masse $m_1 + m_2$ ist gleich der Summe der beiden Impulse, welche vor der Vermischung den beiden Massen m_1 und m_2 eigen waren:

$$(m_1 + m_2) \cdot \mathfrak{w}_{12} = m_1 \cdot \mathfrak{w}_1 + m_2 \cdot \mathfrak{w}_2. \tag{2}$$

Dieses ist die zweite Grundvoraussetzung des Austausches, und wir werden im folgenden anstreben, daß neben den Gl. (1) und (2) möglichst keine weiteren Voraussetzungen gebraucht werden. Jedenfalls wollen wir alle sonst noch einzuführenden Voraussetzungen nur als Spezialisierungen oder Vereinfachungen des allgemeinen Austauschproblems werten. Da die Gl. (1) nur die Wahl des Koordinatensystems bestimmt, die Gl. (2) den allgemeingültigen „Impulssatz der Mechanik" darstellt, enthalten diese beiden Voraussetzungen noch keine Spezialisierung des

allgemeinen Austauschproblems. Aus ihnen ergibt sich aber die mathematische Aufgabe, den Geschwindigkeitsvektor w, welcher im Inertialsystem (im nichtrotierenden unbeschleunigten Koordinatensystem) definiert ist, in dasjenige (rotierende und driftende) Koordinatensystem zu transformieren, welches die Gl. (1) verlangt.

Massenpunktaustausch. Diese mathematische Aufgabe ist (im zweidimensionalen Feld) am einfachsten zu lösen, wenn man (wie bereits bemerkt) voraussetzt, daß die Austauschquanten nach dem Stoß eine „freie" Wegstrecke ohne irgendeine Kraftwirkung durchlaufen und sich am Ende dieses „freien" Weges plötzlich mit ihrer Umgebung gründlich vermischen. Die sich dabei ergebende Austauschmechanik nennen wir „Massenpunktaustausch".

Gradientwindaustausch. Bei sehr weiträumigen Austauschbewegungen sehr großer Austauschquanten muß man die Voraussetzung fallenlassen, daß der „freie" Weg vom Stoß bis zur Vermischung vollständig kräftefrei sei. Statt dessen nehmen wir ein im rotierenden System bahnsenkrechtes Druckgefälle an, welches näherungsweise (nicht genau) mit der Corioliskraft im Gleichgewicht ist, wie man es in jeder Höhenwetterkarte beobachtet. Diese Austauschmechanik nennen wir „Gradientwindaustausch". Dieser ist also z. B. auf die großen „planetarischen" Austauschbewegungen (meridionale Strömungen) anzuwenden, welche erfahrungsgemäß mit westöstlichem bzw. ostwestlichem Druckgefälle verbunden sind.

Wirbelaustausch. Ein grundlegend anderes Problem ist aber der Austausch großer Wirbelmassen ohne erhebliche Massenmischung, welcher ebenfalls im planetarischen System der Erdatmosphäre beobachtet wird. Große zyklonale Wirbel verlagern sich vom Pol her äquatorwärts und große antizyklonale wandern statt dessen polwärts. Wie C. G. ROSSBY [4] zeigt, spielt dieser Austausch der „vorticity" zwischen 45° und 90° Breite eine große Rolle. Wir wollen aber nicht vergessen, daß dabei keine erhebliche Vermischung auftritt. Wenn man die letztere als wesentliches Kriterium des „Austausches" ansieht, so gibt es keinen „Wirbelaustausch". Dann ist dieses große Gebiet zwischen 45 und 90° Breite in der oberen Troposphäre und Substratosphäre durch mangelnden Horizontalaustausch gekennzeichnet. Es ist also nur eine verschiedenartige Ausdrucksweise für denselben (außerordentlich bedeutsamen) Sachverhalt, ob man mit C. G. ROSSBY sagt, polwärts von 45° Breite herrscht in oberen Schichten der „Vorticity-Austausch", oder ob man sagt, polwärts von 45° Breite ist der (vermischende) Meridionalaustausch in höheren Schichten unbedeutend.

„*Austauschgleichgewicht*" nennen wir denjenigen Zustand des „Stromfeldes", der durch den Impulsaustausch nicht verändert wird. Es handelt sich also im reinen Austauschgleichgewicht nicht um ein Gleichgewicht aller Kräfte miteinander, sondern nur um ein Gleichgewicht der beschleunigenden und verzögernden Austauschwirkungen allein. Z. B. herrscht in der bodennahen Reibungsschicht (in der bahntangentialen Komponente) ein Gleichgewicht zwischen der beschleunigenden Wirkung

ies horizontalen Druckgradienten und der verzögernden Wirkung des Vertikalaustausches („Scheinreibung"). Dieses Gleichgewicht zweier entgegengesetzter Kräfte (Druckgefälle und Scheinreibungskraft) miteinander nennen wir nicht „Austauschgleichgewicht", sondern „Reibungsgleichgewicht". Nur wenn die Austauschbeschleunigung allein verschwindet, wollen wir von „Austauschgleichgewicht" sprechen. Im folgenden wird dieser Unterschied deutlicher werden.

II. Massenpunktaustausch.

4. Isotroper und monotroper Austausch.

Westöstliche Zählstrecke. Um ein anschauliches Modell vor Augen zu haben, betrachten wir zunächst den Meridionalaustausch über eine westöstliche Zählstrecke. Unser Modell ist also zunächst „planetarisch".

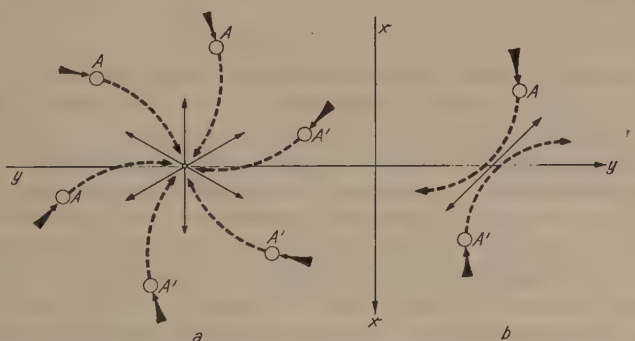

Abb. 1. Austauschbahnen im windstillen Feld; a) isotroper Austausch, b) monotroper Austausch; fett gestrichelt: Relativbahnen der Austauschquanten; A, A': Ausgangspunkte der Austauschquanten; fette Pfeile: Anstoßimpulse der Austauschquanten; strichpunktiert: Zählstrecke.

Da aber die dynamischen Grundgleichungen im rotierenden System der Erde (nach der allgemein bewährten Näherungsform) für jede Lage des horizontalen Koordinatensystems gleich lauten, gelten die Ergebnisse, welche wir zunächst am „planetarischen" Modell gewinnen, auch für jedes andere Modell, insbesondere auch für den Austausch in Isentropenflächen.

Beispiel a (Abb. 1a). In einer im Mittel windstillen Masse der Nordhalbkugel herrsche ein „isotroper" Horizontalaustausch. Wir denken uns darin auf der Erdoberfläche eine horizontale westöstliche y-Achse und auf dieser eine (in Abb. 1 strichpunktierte) Längeneinheit, die „Zählstrecke". (Die Himmelsrichtungen liegen in Abb. 1 wie üblich: oben Norden, unten Süden.) Wir beobachten alle Austauschquanten, welche diese westöstliche Zählstrecke überschreiten. Wenn die Austauschbewegungen „isotrop" sind, müssen alle Überschreitungsrichtungen gleich häufig und gleich ergiebig sein. In Abb. 1a ist diese Gleichverteilung mit sechs symmetrischen Doppelpfeilen angedeutet.

Um eine anschauliche Vorstellung der „Isotropie" zu gewinnen, betrachten wir sechs Austauschquanten, welche beim symmetrischen Überschreiten der Zählstrecke gleich lange „freie" Austauschwege (in Abb. 1a gestrichelt) mit gleicher Geschwindigkeit (aber nicht gleichzeitig) durchlaufen haben. Diese sechs Austauschwege sind dann gleich lang und gleich gekrümmte Trägheitskreisbögen. Ihre Anfangspunkte A und A' sind in Abb. 1 als Nullenkreise gezeichnet; hier empfangen die Austauschquanten ihren Anstoß in Pfeilrichtung. Offenbar haben die sechs Anstoßrichtungen untereinander dieselbe Richtungssymmetrie wie die sechs Überschreitungen (Abb. 1a).

Rotationsmoment. Westöstlich haben wir die Zählstrecke deswegen gewählt, weil wir dann ohne weiteres den Satz von der Erhaltung des Rotationsmoments [5, S. 94] auf die Erdachse beziehen können. Dieser Satz fordert, daß jedes Quantum auf seinem „freien" Weg (nach dem Anstoß) sein „Rotationsmoment"

$$\Omega = \omega \cdot r^2 + r \cdot (v_y + u_y) \tag{3}$$

behält, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit bedeutet, mit welcher das Koordinatensystem um die Erdachse rotiert, und $r = r_E \cdot \cos \varphi$ den Radius des Breitenkreises φ. Wir sehen in Abb. 1a, daß in der Zählstrecke selbst die südwärts überschreitenden Quanten im Mittel dasselbe Rotationsmoment haben wie die nordwärts überschreitenden, nämlich im Mittel dieselbe Ostwestbewegung wie die windstillen Teilchen auf der Zählgerade (y-Achse). Dies folgt hier direkt aus der Gleichberechtigung aller Überschreitungsrichtungen. Im Mittel wird also hier (im Beispiel a) kein Rotationsmoment transportiert; nordwärts überschreiten ebensoviel Drehimpulse wie südwärts. Das windstille Feld wird durch isotropen Austausch nicht verändert.

„*Monotrop*" nennen wir den Austausch, der stets nur in einer Koordinate (x in Abb. 1b) angestoßen wird. Bei meridionalem Anstoß im windstillen Feld haben die polwärts überschreitenden Quanten größeres Rotationsmoment als die äquatorwärts überschreitenden, weil jedes Quantum das Rotationsmoment seines Ausgangspunktes mitbringt. In Abb. 1b kommt dies dadurch zum Ausdruck, daß beim Überschreiten der Zählstrecke die ersteren eine ostwärts, die letzteren eine westwärts gerichtete Bewegungskomponente besitzen. Der monotrope Meridionalaustausch vermehrt also im windstillen Feld den Westwind auf der Polseite und vermindert ihn auf der Äquatorseite.

Der *Unterschied* des isotropen und monotropen Austausches liegt offenbar nicht in einem verschiedenen Bewegungsgesetz; in beiden Fällen laufen die Quanten auf dem Trägheitskreis und in beiden Fällen behalten sie auf dem „freien" Wege ihr Rotationsmoment. Nur aus dem verschiedenartigen Anstoß folgt das verschiedene Ergebnis. Bei isotropem Anstoß überschreiten vorwiegend solche Quanten die Zählstrecke polwärts, deren Rotationsmoment durch den Anstoß vermindert ist, und solche äquatorwärts, deren Rotationsmoment (im Mittel) durch den Anstoß vermehrt ist, und zwar geradesoviel vermindert bzw. vermehrt

laß ein windstilles Feld erhalten bleibt. Wenn dagegen die Austauschquanten nur immer in meridionaler Richtung (polwärts oder äquatorwärts) angestoßen werden, bringen selbstverständlich die polwärts überschreitenden Quanten im windstillen Feld ein größeres Rotationsmoment mit als die äquatorwärts überschreitenden. So bleibt also ein windstilles Feld nicht erhalten.

Windfeldänderung. Aus unserem Beispiel *a* folgt ohne weiteres, daß durch isotropen Horizontal- (bzw. Gleit-) Austausch nur solche Windfelder unverändert bleiben, die sich in einem gleichförmig rotierenden Koordinatensystem als windstill präsentieren: jedes beliebige Windfeld strebt durch isotropen Austausch nach dem Endzustand einer „quasistarren" Massenbewegung (auf rotierender Erde ebenso wie im nicht rotierenden System), durch monotropen nach dem Endzustand mit allenthalben gleichem Rotationsmoment. Das letztere werden wir sogleich erkennen.

Beispiel b. Wir denken uns als Anfangszustand ein Westwindfeld mit allenthalben gleichem Rotationsmoment Ω. Alle meridional angestoßenen Quanten behalten diesen Wert Ω und bewirken daher nirgends eine Feldänderung. Denn, wo immer sie eintreffen, überall finden sie dieses Ω bereits vor. Aber ostwärts angestoßene haben größeres, westwärts angestoßene geringeres Rotationsmoment; diese wandern polwärts, jene äquatorwärts ab (Abb. 1a); diese vermindern auf der Polseite das Rotationsmoment, jene vermehren es auf der Äquatorseite. Nur der monotrope (nicht der isotrope) Meridionalaustausch läßt dieses Feld unverändert, weil er keine westöstlichen Anstöße besitzt.

Beispiel c. Ein Feld mit polwärts zunehmender Westwindstärke und polwärts abnehmendem Rotationsmoment ist der Übergangsfall zwischen unseren extremen Beispielen *a* und *b*. Auch in diesem Feld vermindert die westöstliche Anstoßkomponente des isotropen Austausches das Rotationsmoment auf der Polseite und vermehrt es auf der Äquatorseite. Das Gegenteil bewirkt aber die meridionale Anstoßkomponente des monotropen Austausches, die das Rotationsmoment ausgleicht. Unser Feld c strebt also isotrop nach dem „quasistarren" Zustand, dagegen monotrop nach dem Zustand allenthalben gleichen Rotationsmoments.

Beispiel d. In einem Feld mit polwärts abnehmendem Westwind wird dieser durch monotrop-meridionalen Austausch auf der Polseite verstärkt, auf der Äquatorseite geschwächt. Dasselbe bewirkt hier der isotrope Austausch, welcher den „quasistarren" Feldzustand anstrebt.

Allgemein gilt also folgender Satz:

Der isotrope Austausch gleicht die Unterschiede des Windes, der monotrope die des Rotationsmoments aus.

Dieses zunächst anschaulich gewonnene Ergebnis gilt entsprechend auch dann, wenn es sich nicht, wie in Abb. 1 und den vorstehenden Beispielen, um Westwinde (westöstliche Zählstrecke) handelt. Denn die dynamischen Grundgleichungen [*5*, S. 125] gelten in gleicher Form bei jeder Himmelsrichtung der horizontalen Koordinate. Dieses werden wir weiter unten genauer erörtern.

5. Impulsfluß und Austauschkoeffizient.

Massenfluß. Für die quantitative Behandlung des Impulsaustausches schließen wir uns an die bewährte Austauschrechnung von W. SCHMIDT [5, S. 76] an. Wir nennen die Masse eines äquatorwärts überschreitenden Austauschquantums m_a, eines polwärts überschreitenden m_p. Vorausgesetzt ist, daß insgesamt pro Zeiteinheit in beiden Richtungen gleich viel Massen überschreiten, nach Gl. (1) also:

$$\Sigma m_a = \Sigma m_p = M_x. \tag{4}$$

Diese Voraussetzung ist (wie bereits gesagt) immer erfüllt, wenn die Zählstrecke mit der mittleren Strömung der ihr benachbarten Massen schwimmt.

Rotationsmoment. Die Indizes a und p wenden wir auch auf die Geschwindigkeiten v_y und u_y im Ausgangspunkt (A bzw. A' in Abb. 1) der Austauschquanten an: v_{ya} bedeutet die Stromfeldgeschwindigkeit, welche im Ausgangspunkt des Quantums m_a herrscht, u_{ya} die west-östliche Anstoßgeschwindigkeit, welche das Quantum m_a dort zusätzlich erhalten hat. v_{yp} und u_{yp} bedeuten das Entsprechende für das Quantum m_p. Der Rotationsradius (Abstand von der Erdachse) in diesen Ausgangspunkten sei r_a bzw. r_p.

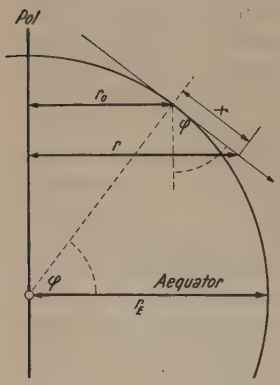

Abb. 2. Rotationsradius r und Erdradius r_E.

Dann beträgt das Rotationsmoment Ω_a eines äquatorwärts (Index a) überschreitenden Quantums (gleich groß im Ausgangspunkt und bei der Überschreitung) nach Gl. (3):

$$\Omega_a = \omega \cdot r_a^2 + (v_{ya} + u_{ya})\, r_a, \tag{5}$$

dasjenige eines polwärts (Index p) überschreitenden:

$$\Omega_p = \omega \cdot r_p^2 + (v_{yp} + u_{yp})\, r_p. \tag{6}$$

Hier können wir nach Abb. 2 einsetzen:

$$\left.\begin{aligned} r &= r_0 + x \cdot \sin\varphi_0; \\ v_y &= x \cdot \left(\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)_0. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Dabei meint der Index 0 den Wert auf der Zählstrecke (y-Achse). φ_0 ist bei horizontaler Austauschfläche die geographische Breite der Zählstrecke. x ist die meridionale Koordinate, von der Zählstrecke aus äquatorwärts positiv (polwärts negativ) gerechnet (Abb. 1).

Wenn wir nun (7) in (5) einsetzen, erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} \Omega_a = {} & \omega \cdot r_0^2 + \omega\, 2\, r_0\, x_a \sin\varphi_0 + \omega\, x_a^2 \sin^2\varphi_0 \\ & + r_0\, x_a \frac{\partial v_y}{\partial x} + x_a^2 \sin\varphi_0 \frac{\partial v_y}{\partial x} + r_0\, u_{ya} + x_a \sin\varphi_0\, u_{ya}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Da $x_a \ll r_0$ ist, darf man hier drei Glieder vernachlässigen und erhält mit der Abkürzung $l = 2\,\omega \sin \varphi_0$:

$$\Omega_a = \omega\, r_0^2 + r_0\, x_a \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + r_0\, u_{y\,a}. \tag{9}$$

Dementsprechend erhalten wir aus (6) und (7)

$$\Omega_p = \omega\, r_0^2 + r_0\, x_p \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + r_0\, u_{y\,p}. \tag{10}$$

Drehimpulsfluß. Über die Zählstrecke fließt nun pro Zeiteinheit insgesamt der Drehimpuls S_D (äquatorwärts positiv gerechnet):

$$S_D = \Sigma\, m_a\, \Omega_a - \Sigma\, m_p\, \Omega_p. \tag{11}$$

Wenn wir den Mittelwert des Rotationsmoments aller in einem Sinne (äquatorwärts bzw. polwärts) überschreitenden Quanten mit einem Querstrich kennzeichnen, kann man die Gl. (11) folgendermaßen schreiben:

$$S_D = \bar{\Omega}_a\, \Sigma\, m_a - \bar{\Omega}_p\, \Sigma\, m_p, \tag{12}$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (4)

$$S_D = M_x\, (\bar{\Omega}_a - \bar{\Omega}_p). \tag{13}$$

Wir setzen die Gl. (9) und (10) in (13) ein und erhalten:

$$S_D = M_x\, r_0 \left\{(\bar{x}_a - \bar{x}_p) \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + \overline{u_{y\,a}} - \overline{u_{y\,p}}\right\}. \tag{14}$$

Hier sind die Größen $\bar{x}_a$, $\bar{x}_p$, $\overline{u_{ya}}$, $\overline{u_{yp}}$ mit Vorzeichen gemittelt; die Mittelwerte mit Index a über alle äquatorwärts, mit Index p über alle polwärts überschreitenden Massen m.

Wir setzen nun in Gl. (14) folgende Abkürzungsgrößen ein:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}\,(\bar{x}_p - \bar{x}_a) > 0; \qquad \overline{u_y} = \frac{1}{2}\,(\overline{u_{y\,a}} - \overline{u_{y\,p}}) > 0. \tag{15}$$

Dabei ist $\bar{x}$ ungefähr der meridionale „Mischungsweg" [5, S. 80]. $\overline{u_y}$ ist nicht etwa die mittlere y-Komponente aller Anstöße schlechthin (diese verschwindet immer), sondern der mittlere y-Anstoß aller derjenigen Quanten, welche die Zählstrecke überschreiten. Im nichtrotierenden Koordinatensystem verschwindet also $\overline{u_y}$ immer; nur durch die Rotation ergibt sich $\overline{u_y} \neq 0$, wie bereits im Abschnitt 4 erläutert wurde.

Wir setzen also die beiden Abkürzungen (15) in Gl. (14) ein und erhalten:

$$S_D = -\,r_0\, 2\, M_x\, \bar{x} \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\overline{u_y}}{\bar{x}}\right). \tag{16}$$

Austauschkoeffizient und Impulsfluß: Das Produkt $2\, M_x\, \bar{x}$ kennzeichnet die Stärke des Austausches; wir nennen es in üblicher Weise „Austauschkoeffizient" A_x:

$$A_x = 2\, M_x\, \bar{x} \tag{17}$$

und schreiben die Gl. (16) als Impulsfluß $S_v = S_D/r_0$ folgendermaßen:

$$S_v = -\,A_x \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\overline{u_y}}{\bar{x}}\right). \tag{18}$$

Allgemeingültigkeit. Diese Gleichung gilt nun selbstverständlich auch dann, wenn es sich nicht um ein Westwindfeld, sondern um irgendeine andere y-Richtung handelt. Dies wollen wir direkt aus den dynamischen Grundgleichungen eines rotierenden Systems ableiten:

Wir setzen irgendeine ebene Fläche (Stromfeld- und Austauschebene) voraus mit dem Koordinatensystem x/y, welches mit der (absoluten) Winkelgeschwindigkeit $l/2$ um eine senkrecht auf dieser Fläche stehenden Achse gleichförmig rotiert. Ferner setzen wir voraus, daß das Druckgefälle in dieser Fläche senkrecht zur Zählstrecke (y-Achse) gerichtet und betreffs des Stromfeldes geostrophisch ist. Dann lauten die Bewegungsgleichungen für irgendein in der x-y-Ebene bewegtes Austauschquantum:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} &= -l\cdot v_y;\\ 0 &= +l\cdot u_x + \frac{d\,(u_y+v_y)}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Nur die zweite von diesen Gleichungen brauchen wir für die Austauschrechnung.

Wir bezeichnen auch jetzt die Quanten, welche im positiven x-Sinne über die Zählstrecke laufen, mit dem Index a, die im anderen Sinne laufenden mit p und bestimmen den y-Impuls, den sie beim Überschreiten besitzen (mitbringen), aus der zweiten Gl. (19) durch Integration vom Anstoßpunkt (Index a bzw. p) bis zur Überschreitung der Zählstrecke (Index 0). Dort ergibt sich für Überschreitung in:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Richtung } a \quad (u_{y0})_a = v_{ya} + u_{ya} + l\cdot x_a = x_a\frac{\partial v_y}{\partial x} + u_{ya} + l\,x_a;\\ &\text{Richtung } p \quad (u_{y0})_p = v_{yp} + u_{yp} + l\cdot x_p = x_p\frac{\partial v_y}{\partial x} + u_{yp} + l\,x_p. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Der Impulstransport beträgt

$$S_v = \Sigma\, m_a\,(u_{y0})_a - \Sigma\, m_p\,(u_{y0})_p, \tag{21}$$

also nach Gl. (20):

$$S_v = (\Sigma\, m_a\, x_a - \Sigma\, m_p\, x_p)\left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + \Sigma\, m_a\, u_{ya} - \Sigma\, m_p\, u_{yp}. \tag{22}$$

Wir nennen, wie oben:

$$\Sigma\, m_p\, x_p - \Sigma\, m_a\, x_a = A_x; \qquad \frac{A_x}{\Sigma\, m_p + \Sigma\, m_a} = \bar{x} \tag{23}$$

und

$$\frac{\Sigma\, m_a u_{ya} - \Sigma\, m_p u_{yp}}{\Sigma\, m_a + \Sigma\, m_p} = \overline{u_y} \tag{24}$$

und sehen, daß die Gl. (22) mit Gl. (18) identisch ist. Diese Gl. (18) gilt also für jedes rotierende und mitdriftende x-y-Koordinatensystem, sofern der Austausch an die x-y-Ebene gebunden ist und die y-Achse parallel zur Windrichtung des „Stromfeldes" liegt. l ist die doppelte Winkelgeschwindigkeit der Koordinatenrotation um die z-Achse.

Monotropiekoeffizient η. Wir setzen nun in Gl. (18) folgende Abkürzungsgröße η ein:

$$\eta = 1 - \frac{\overline{u_y}}{l \cdot \overline{x}}. \tag{25}$$

Dann nimmt sie die Form

$$S_v = -A_x \left(\eta\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \tag{26}$$

an.

Man erkennt an Gl. (25), daß $\eta = 1$ „monotropen", und an Gl. (26), daß $\eta = 0$ „isotropen" Austausch bedeuten, denn im monotropen Austausch verschwindet $\overline{u_y}$ und im „isotropen" Austausch muß, wie wir sahen, S_v verschwinden, wenn $\partial v_y / \partial x = 0$ ist.

Die drei *Austauschtypen* sind also durch den Wert des „Monotropiekoeffizienten" η folgendermaßen charakterisiert:

$$\eta = 1 \text{ bedeutet monotropen Austausch,} \tag{27}$$

$$0 < \eta < 1 \quad \text{„} \quad \text{heterotropen} \quad \text{„} \quad , \tag{28}$$

$$\eta = 0 \quad \text{„} \quad \text{isotropen} \quad \text{„} \quad . \tag{29}$$

6. Unterscheidung und Überlagerung der Austauschtypen.

Vorzugskoordinate. Wann ist nun in Gl. (26) die Bedingung (29) einzusetzen? Offenbar dann, wenn die Austauschquanten in allen Richtungen gleich häufig und gleich stark angestoßen werden, so daß Austauschbewegungen zustande kommen, die ungefähr ebenso verteilt sind wie die Wärmebewegungen der Gasmoleküle. Dagegen gilt Ungl. (28), wenn der Anstoß die (positive oder negative) x-Richtung bevorzugt. Als „Vorzugskoordinate" dieses „heterotropen" Austauschs hat, wie oben bewiesen, stets die x-Achse zu gelten. Folgende atmosphärischen Beispiele mögen diese Vorzugskoordinate und ihre Konsequenzen erläutern.

Meridionalaustausch. Im planetarischen Wärmehaushalt ist immerfort die Polarzone Kältequelle, die Tropenzone Wärmequelle. Dadurch entstehen Zirkulationsströmungen, welche die Wärme polwärts befördern. Da diese Strömungen, im großen gesehen, nichtstationär sind, bilden sie insgesamt einen Horizontalaustausch mit meridionaler Vorzugskoordinate x. Nur am Pol, wo alle Meridiane zusammenlaufen, ist dieser „planetarische" Horizontalaustausch naturgemäß „isotrop" und hat hier keine Vorzugskoordinate.

Polarfront. Es gibt also irgendwo zwischen dem Pol und den gemäßigten Breiten eine Grenze der beiden Austauschgebiete. Diese Grenze hat V. Bjerknes „Polarfront" genannt. Von den Tropen bis zur „Polarfront" erstreckt sich der „heterotrope", von dieser bis zum Pol der „isotrope" Austausch. Im Polargebiet muß also im Mittel (relative) Windstille herrschen, während auf der Äquatorseite der Polarfront die starken Westwinde dem Höhenwindfeld sein charakteristisches Gepräge verleihen. Diese Westwinde entstehen wahrscheinlich durch den monotropen Teil des Meridinalaustausches, der das große Rotationsmoment von den Tropen bis zur Polarfront befördert. Weiter unten werden wir darauf näher eingehen.

Monsunaustausch. Ähnlich verhält sich der Horizontalaustausch zwischen einem winterlich-kalten Kontinent und winterlich-warmen Ozean sowie zwischen einem sommerlich-warmen Kontinent und sommerlich-kalten Meer (Monsunsituationen). In diesem Fall ist diejenige Koordinate bevorzugt, welche senkrecht auf der großzügigen Küstenlinie steht. Auch dann gibt es einen „heterotropen" Monsunaustausch nur an den Küsten; im Zentrum der Kontinente oder Ozeane kann er nur isotrop sein.

Die großen *Aktionszentren* sind ebenfalls Kälte- und Wärmequellen: Zentralantizyklonen strahlen viel, Zentralzyklonen weniger Wärme in den Weltraum aus und die letzteren werden vom Erdboden meist stärker geheizt als die ersteren. Die dadurch entstehenden (dauernd wechselnden) „Randstörungen" machen die Radien der Aktionszentren zu Vorzugskoordinaten des Horizontalaustausches. Jede Zentralzyklone verhält sich also in der Großwetterlage ähnlich wie das Polargebiet im planetarischen Zustand. Daher ist der Horizontalaustausch nur am Rande der Zentralzyklone heterotrop, im Zentrum dagegen isotrop.

Konvektive Vertikalzirkulationen entstehen dadurch, daß der Erdboden die Troposphäre heizt, während höhere Schichten (insbesondere Wolkendecken) die Wärme ausstrahlen. Dadurch ist die Vertikale eine Vorzugskoordinate des Austausches; die Austauschquanten werden immerfort in vertikaler Richtung angestoßen. Im Gleitaustausch einer Isentropenfläche (bzw. Feuchtisentropenfläche) ist dadurch ebenfalls die stärkst geneigte Koordinate (Gleitkoordinate) vor der horizontalen bevorzugt. In den isentropen Gleitflächen legen wir deshalb immer die x-Achse in die stärkste Neigung, die y-Achse horizontal.

Die *Randwirkung des Erdbodens* macht ebenfalls die Vertikale zur bevorzugten Koordinate, dies allerdings nicht in der äußerst kleinräumigen Reibungsturbulenz, die in erster Näherung als isotrop gelten darf. Aber die wesentlich größeren Austauschquanten, die in den Isentropenflächen aus der bodennahen Reibungsschicht in die freie Atmosphäre aufgleiten und aus dieser in die Reibungsschicht herabgleiten, werden wohl bei jeder Berührung mit der Reibungsschicht eine Verminderung der u_y-Komponente erfahren. Es könnte daher sein, daß die Reibung ebenfalls dazu beiträgt, in den isentropen Gleitflächen die stärkste Neigung zur Vorzugskoordinate des Austausches zu machen.

Addition der beiden Austauschtypen. Den Impulsfluß S_v eines „heterotropen" Austausches können wir, wie bereits bemerkt, in einen „isotropen" (S_v^*) und einen „monotropen" Teil ($\vec{S_v}$) zerlegen:

$$S_v = S_v^* + \vec{S_v}. \tag{30}$$

Jedem dieser beiden Teile ordnen wir einen eigenen Austauschkoeffizienten A_x^* bzw. $\vec{A_x}$ zu und fordern, daß deren Summe gleich dem gesamten Austauschkoeffizienten A_x ist:

$$A_x = A_x^* + \vec{A_x}. \tag{31}$$

Dabei gelten im isotropen Teilaustausch die Gl. (26) und (29), im monotropen die Gl. (26) und (27). Wenn wir die Gl. (26) dementsprechend in Gl. (30) einsetzen, so heben sich mit Rücksicht auf (31) nach dem Auflösen der Klammern die meisten Glieder fort, und wir erkennen, daß

$$A_x^* = (1 - \eta)\, A_x; \qquad \vec{A}_x = \eta\, A_x \tag{32}$$

sein muß, um die Gl. (26), (30), (31) gemeinsam zu erfüllen.

Jeder Austausch im rotierenden zweidimensionalen Feld läßt sich als Summe eines „isotropen" und „monotropen" Teiles darstellen derart, daß sich sowohl die Teilaustauschkoeffizienten als auch die Teilimpulsflüsse zueinander addieren. Der „Monotropiekoeffizient" η bezeichnet denjenigen Bruchteil des Gesamtaustausches, welcher sich „monotrop" verhält, $1 - \eta$ denjenigen, welcher sich „isotrop" verhält.

Beispiel. An einer nordsüdlich erstreckten Kontinentküste treten zwei aufeinander senkrechte Vorzugskoordinaten auf, von denen allerdings die meridionale x-Koordinate in längeren Zeiträumen (z. B. im Jahresmittel) größere Bedeutung hat. Die x-Richtung des jährlichen Gesamtaustausches ist daher meridional, aber η ist dann ein Wert, der sich nur wenig von 0 unterscheidet, beispielsweise $\eta = 0{,}1$. Dann beträgt der isotrope Austausch $^9/_{10}$, der monotrope nur $^1/_{10}$ des Gesamtaustausches, und der gesamte polwärts gerichtete Fluß des Westwindimpulses nach den Gl. (30), (31) und (32):

$$S_v = -A_x \left\{ \frac{9}{10} \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{1}{10} \left(l + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right\}; \tag{33}$$

$$S_v = -A_x \left(\frac{1}{10}\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right). \tag{34}$$

Meistens wird der atmosphärische Horizontalaustausch wohl überwiegend isotrop ($\eta < {}^1/_2$) sein, weil die Zirkulations- und Vermischungsvorgänge durch die Vielgestalt und verschiedenartige Bestrahlung der Erdoberfläche stets Austauschanstöße in allen Koordinaten verbürgern, aber dennoch übt der kleine monotrope Teil eine sehr wesentliche Wirkung auf die Gestaltung der Windfelder aus, wie wir im folgenden sehen werden.

7. Austauschgleichgewicht.

Definitionsgemäß ist ein Austauschgleichgewicht dann vorhanden, wenn der austauschbedingte Impulsfluß das Stromfeld nicht ändert (abgesehen von anderen stromfeldändernden Einflüssen). Nach dieser Definition lautet die Austauschgleichgewichtsbedingung

$$\frac{\partial S_v}{\partial x} = 0. \tag{35}$$

Dort, wo diese Gleichung erfüllt ist, ändert sich das Feld nicht, weil dieser Teil des Feldes ebensoviel v_y-Impulse abgibt wie einnimmt (der Impulsfluß hat dann verschwindende Divergenz).

Die Gl. (35) bedeutet, daß der Impulsfluß S_v, als Funktion von x aufgefaßt, konstant ist. Soweit also ein Stromfeld Austauschgleichgewicht

hat, muß der Impulsfluß S_v überall denselben Wert haben. Meistens kann man hieraus schließen, daß S_v überhaupt verschwinden muß.

Beispiel. Im planetarischen Austausch verschwindet S_v sicher am Pol. Wenn sonst überall die Gl. (35) gilt, muß S_v in allen Breiten verschwinden. Im isentropischen Austausch muß S_v in irgendeinem (hohen) Niveau der Isentropenfläche (vielleicht erst in der Tropopause) verschwinden. Wenn sonst überall die Gl. (35) gilt, muß S_v überall verschwinden.

Daher kann man den Zustand

$$S_v = 0 \tag{36}$$

meistens als den Endzustand werten, dem ein Stromfeld zustrebt, wenn darin der Austausch hinreichend lange und hinreichend kräftig wirksam ist. In diesem Sinne hat der Verfasser früher die Gl. (36) als „Austauschgleichgewichtsbedingung" bezeichnet. Diese Gleichung wird nämlich dann zur Austauschgleichgewichtsbedingung eines Feldes, wenn der Impulsfluß an dessen Rand ein Ende findet, was bei den meisten Austauschproblemen eine selbstverständliche Voraussetzung ist.

Der *Gleichgewichtszustand*, dem ein irgendwie abgegrenztes Stromfeld unter dem Einfluß eines nur innerhalb dieser Grenzen wirksamen Austausches zustrebt, wenn keine anderen Einflüsse störend mitwirken, gewinnen wir also, indem wir die Gl. (36) in Gl. (26) einsetzen:

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = -\eta\, l. \tag{37}$$

Diese Gl. (37) ist nun allerdings im praktischen Gebrauch nicht so eindeutig wie sie aussieht. Der „Monotropiekoeffizient" η ist nämlich keineswegs immer eine „vorgegebene" (konstante) Größe, sondern er ändert sich selbst mit dem Stromfeld. η ist einerseits vom Wärmehaushalt abhängig, anderseits von der „dynamischen" Stabilität des Stromfeldes. Nähert sich $\partial v_y/\partial x$ dem Wert $-l$, so muß auch $\eta \to 1$ gehen. Es scheint also, als ob unter gewissen Umständen das endgültige „Austauschgleichgewicht" (37) nur mit $\eta = 1$ existieren kann, d. h. mit „dynamischer Indifferenz" des Stromfeldes.

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = -l \tag{38}$$

ist dieser Idealfall des „monotropen" Austauschgleichgewichts, welcher (nach unseren obigen Betrachtungen) bedeutet, daß das „Rotationsmoment" Ω im Felde konstant ist:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0. \tag{39}$$

Daß die Gl. (38) und (39) in der Tat miteinander identisch sind, läßt sich auch direkt aus der Definitionsgleichung (3) beweisen. Doch wollen wir uns damit nicht aufhalten.

Beispiel a. Wenn es sich um ein stationäres Druck- und Temperaturfeld mit zeitlich unveränderlichen Solenoidachsen (jedoch wechselnde

Solenoiddichte) handelt, so werden die Wärmezirkulationen stets und ständig nur „monotrope" Stöße senkrecht dazu bewirken. Dagegen werden die Austauschquanten bei ihrer Vermischung andere Quanten auch in y-Richtung anstoßen, solange $\partial v_y/\partial x \neq l$ ist. Je mehr sich aber $\partial v_y/\partial x$ dem Wert l nähert, um so weniger solche y-Stöße sind zu erwarten. Im Grenzfall (38) ist nämlich die „Austauschbewegung" u (s. Abschn. 4) überall senkrecht zur „Stromfeldbewegung" v gerichtet. Dann kann nur die Gl. (38) den Endzustand des Stromfeldes angeben.

Beispiel b. Wenn es sich aber um ein stark wechselndes Druck- und Temperaturfeld mit wechselnder Richtung der Solenoide handelt, so geben bereits die Wärmezirkulationen Anstöße in y-Richtung. In diesem Fall würde $\overline{u_y}$ auch dann nicht verschwinden, wenn $\partial v_y/\partial x \to -l$ gehen würde. Dann gibt die Gl. (37) mit $\eta < 1$ den Endzustand des Stromfeldes an. Wenn z. B. das wechselnde Solenoidfeld dafür sorgt, daß $\eta = 0{,}1$ ist, so ergibt sich als Austauschgleichgewichtszustand $\partial v_y/\partial x = -0{,}1\, l$, in gemäßigten Breiten also 1 m/sec auf 100 km Abstand mit antizyklonaler Windscherung.

Strom- und Temperaturfeld. Trotz dieser Unsicherheit des Faktors η können wir eine einfache Regel aller atmosphärischen Austauschgleichgewichtsfelder fixieren: Ihr „Stromfeld" fließt parallel zu den (mittleren) Solenoidachsen. G. Stüve nannte diese Felder „einfachbaroklin"; die Isobarflächen und Isentropenflächen schneiden sich dann in horizontalen Linien, welche gleichzeitig Stromlinien sind; im horizontalen Feld laufen die Isothermen und Stromlinien parallel. Diese Regel folgt allein aus der Existenz einer bevorzugten Austauschrichtung, welche selbst senkrecht auf den Solenoidachsen steht. Gl. (37) zeigt, daß durch heterotropen Austausch eine Strömung in *y-Richtung* entstehen muß. Schon der eingangs festgestellte Sachverhalt, daß die Zählstrecke senkrecht auf der bevorzugten Austauschachse stehen muß, gestattet den Schluß, daß alle die Stromfelder, welche durch zweidimensionalen Austausch entstehen, im wesentlichen eine senkrecht zu dieser Vorzugsachse gerichtete Strömung enthalten.

8. Vertikaler Windgradient und horizontaler Temperaturgradient im isentropischen Austauschgleichgewicht.

Die *isentropische* Vorzugskoordinate x_i liegt, wie bereits eingangs erörtert, in der stärkstgeneigten isentropen Richtung; sie steht senkrecht auf der Schnittlinie der horizontalen und isentropen Fläche. Daher steht sie auch senkrecht auf den potentiellen Isothermen des horizontalen Temperaturfeldes. Durch heterotropen Gleitaustausch entsteht in jeder Isentropenfläche (bzw. Feuchtisentropenfläche) eine antizyklonale Windscherung $\partial v_y/\partial x_i$. Diese bestimmt den Richtungssinn des Höhenwindes, wenn am Erdboden (infolge Reibung) nur schwacher bis mäßiger Wind herrscht: Auf der Nordhalbkugel hat der Höhenwind die Kaltluft zur Rechten, die Warmluft zur Linken, auf der Südhalbkugel umgekehrt [*5*, S. 112ff.].

Daß die *aerologischen Beobachtungen* diese Regel fast immer bestätigen, kann als Beweis für die Wirksamkeit des monotropen Gleitaustausches gelten, zumal da die seltenen Ausnahmefälle dieser Regel durch geringen Austausch gekennzeichnet sind: Winterliche Kälte-Hochdruckgebiete, welche (wenigstens in mittleren Schichten der Troposphäre) gelegentlich nicht die genannte Regel erfüllen. Die beobachtete Tatsache, daß diese Ausnahmefälle auf den Winter beschränkt sind, ist ein deutlicher Hinweis auf den Zusammenhang des monotropen Gleitaustausches mit thermischen Vertikalzirkulationen.

Die *vertikalen Windunterschiede* $\partial v_y/\partial z$ ergeben sich aus den isentropischen Windunterschieden $\partial v_y/\partial x_i$. In Abb. 3 sehen wir einen senkrecht durch die Isentropenflächen gelegten Vertikalschnitt. x' ist darin die isobare, x_i die isentrope, z die vertikale Koordinate. Abb. 3 zeigt in diesem Vertikalschnitt ein (fettes) Dreieck, bestehend aus der isobaren Strecke dx', der isentropen dx_i und der vertikalen dz. Zwischen den drei Eckpunkten herrschen drei Windunterschiede, deren Summe folgendermaßen verschwindet:

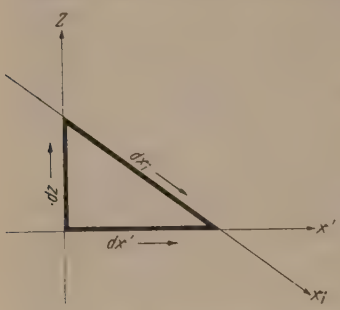

Abb. 3. Vertikalschnitt durch eine Isentropen- und Isobarfläche. x_i = isentrope Koordinate; x' isobare Koordinate; z = vertikale Koordinate.

$$\frac{\partial v_y}{\partial z}\,dz + \frac{\partial v_y}{\partial x_i}\,dx_i - \frac{\partial v_y}{\partial x'}\,dx' = 0. \quad (40)$$

Da der Neigungswinkel zwischen der Isentropenfläche und der Isobarfläche sehr klein ist, kann näherungsweise $dx_i = dx'$ gesetzt werden, so daß sich die Gl. (40) folgendermaßen schreiben läßt:

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \left(\frac{\partial v_y}{\partial x_i} - \frac{\partial v_y}{\partial x'}\right)\frac{dx'}{dz}. \quad (41)$$

Da die potentielle Temperatur Θ auf der Strecke dx_i überall gleich ist, gilt für dz/dx' die Gleichung:

$$-\frac{dz}{dx'} = \frac{\partial\Theta/\partial x'}{\partial\Theta/\partial z} = \frac{\partial T/\partial x'}{\partial T/\partial z - (dT/dz)_{ad}}, \quad (42)$$

in welcher $(dT/dz)_{ad} = -1^\circ\,\mathrm{C}\ 100\,\mathrm{m}$ den adiabatischen Temperaturgradient bedeutet.

Austauschgleichgewicht. Wir bestimmen nun das vertikale Windgefälle $\partial v_y/\partial z$, welches sich als Endzustand eines isentropischen Austausches ergibt. Dieserhalb setzen wir in Gl. (41) für $\partial v_y/\partial x_i$ den Wert der Gl. (37) ein und für dz/dx' die Gl. (42). Dadurch erhalten wir:

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \left(\eta\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x'}\right)\frac{\partial T/\partial z - (dT/dz)_{ad}}{\partial T/\partial x'}. \quad (43)$$

Das *geostrophische Gleichgewicht* (Massengleichgewicht) [5, S. 171] verlangt folgendes vertikale Windgefälle:

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \frac{g}{l}\,\frac{1}{T}\,\frac{\partial T}{\partial x'}; \qquad (g = \text{Erdbeschleunigung}). \quad (44)$$

Dieses ist das Gleichgewicht zwischen dem Druckgefälle und der Massenträgheit (Corioliskraft), ein Gleichgewicht, welchem jedes Stromfeld bereits ohne Austausch zustrebt [6].

Das Vorzeichen von $\partial v_y / \partial z$ ist in beiden Gleichgewichten dasselbe. Sowohl Gl. (43) als auch Gl. (44) verlangt aufwärts zunehmendes v_y, wenn $\partial T / \partial x'$ positiv ist. Auf der Nordhalbkugel wächst, wenn man sich so aufstellt, daß die Temperatur nach rechts isobar zunimmt, in beiden Gleichgewichten die nach vorn gerichtete Windkomponente aufwärts an. Diese Regel gilt jedenfalls nach Gl. (43), dann, wenn

$$\frac{\partial v_y}{\partial x'} > -\eta\, l \tag{45}$$

und

$$-\frac{\partial T}{\partial z} < -\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} \tag{46}$$

bleibt, was praktisch fast immer erfüllt ist.

Gemeinsames Gleichgewicht. Die geostrophische Gl. (44) ist durch zahlreiche Beobachtungen bestätigt. Man kann sie als eine Art Zwangsbedingung aller atmosphärischen Felder ansehen. Das Druckgefälle und die Corioliskraft sind die wesentlichen Kräfte in der freien Atmosphäre: der Impulsaustausch tritt in diesem bahnsenkrechten Kräftegleichgewicht zurück. Aber in der bahntangentialen Komponente (y-Komponente) des Stromfeldes bewirkt der Austausch eine „Austauschbeschleunigung", wenn die Gl. (43) nicht erfüllt ist.

Da es sich hier um eine bahntangentiale Beschleunigung handelt, bleibt das Feld nicht stationär, solange die Gl. (43) nicht erfüllt ist. Obwohl diese Austauschbeschleunigung nur klein ist (verglichen mit der Corioliskraft und dem Druckgefälle), bewirkt sie doch eine allmähliche Feldänderung. Ebenso wie die Reibung am Erdboden allmählich das Feld verändert (die horizontalen Druckunterschiede ausgleichend und die Strömung schwächend), werden auch in der freien Atmosphäre die Felder durch Austausch umgestaltet, bis das „Austauschgleichgewicht" erreicht ist.

Im Endeffekt eines isentropischen heterotropen Austausches müssen also die beiden Gl. (43) und (44) nebeneinander erfüllt sein. Um diesen Endzustand durch eine Gleichung zu charakterisieren, setzen wir die Gl. (44) in Gl. (43) ein und lösen diese nach $\partial T / \partial x'$ auf. Dadurch ergibt sich (unter der Voraussetzung $\partial T / \partial x' = 0$, die ohnehin für den heteropen Gleitaustausch notwendig ist):

$$\frac{\partial T}{\partial x'} = l \left| \frac{T}{g} \left\{ \frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} \right\} \right| \left(\eta + \frac{1}{l} \frac{\partial v_y}{\partial x'}\right). \tag{47}$$

Diesen Wert setzen wir in Gl. (43) ein und erhalten:

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \left| \frac{g}{T} \left\{ \frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} \right\} \right| \left(\eta - \frac{1}{l} \frac{\partial v_y}{\partial x'}\right). \tag{48}$$

Diese beiden Gleichungen stellen also den stationären Endzustand eines Feldes dar, welches sich nicht durch isentropischen Gleitaustausch verändert.

Beispiel. In den Gl. (47) und (48) setzen wir folgende Zahlenwerte ein:

$$\left.\begin{aligned} \eta = 0{,}1; \quad \frac{\partial v_y}{\partial x'} = +10^{-5}\,\frac{1}{\text{sec}}; \quad \frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad}} = +0{,}5\,\frac{^\circ\text{C}}{100\,\text{m}}; \\ T = 250^\circ K; \quad g = 10^3\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}; \quad l = 10^{-4}\,\frac{1}{\text{sec}}. \end{aligned}\right\} \quad (49)$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{\partial T}{\partial x'} = 1{,}5\,\frac{^\circ\text{C}}{100\,\text{km}}; \quad \frac{\partial v_y}{\partial z} = 6{,}3\,\frac{\text{m/sec}}{\text{km}}. \quad (50)$$

Diese Größenordnung wird in Frontalzonen oft beobachtet. Jedoch kommen auch größere bis doppelt so große Werte $\partial T/\partial x'$ und $\partial v_y/\partial z$ vor.

Wetterluftmassen. Neben den Lösungen (47/48) besteht nun aber noch eine andere Möglichkeit, beide Gleichgewichte (Austauschgleichgewicht und geostrophisches Gleichgewicht) zu erfüllen, nämlich:

$$\frac{\partial T}{\partial x'} = 0; \quad \frac{dz}{dx'} = 0; \quad \frac{\partial v_y}{\partial z} = 0. \quad (51)$$

Dann fallen die Isentropenflächen mit den Isobarflächen zusammen (schneiden sich nicht mit ihnen). Infolgedessen verschwindet in (41) der eingeklammerte Wert, während der andere Faktor dx'/dz ins Unendliche wächst. Der zweidimensionale Austausch läßt dann (wenn nämlich $\partial T/\partial x' = 0$ ist) $\partial v_y/\partial z$ unbestimmt. Dagegen verlangt das geostrophische Gleichgewicht (44) $\partial v_y/\partial z = 0$. Die zweite Lösungsmöglichkeit (51) existiert also neben den Lösungen (47/48). Dieser mathematische Sachverhalt bedeutet meteorologisch, daß die Troposphäre infolge ihrer Austauschvorgänge bestrebt sein wird, entweder die Gl. (51) oder die Gl. (47/48) zu verwirklichen.

Wenn nun $\partial T/\partial x' = 0$ ist, liegen die Isentropenflächen isobar („barotropes" Feld). Dann ist der isentropische Austausch isotrop, weil dann keine Vorzugskoordinate existiert. Dieser Zustand (51) ist also sehr dauerhaft; der isotrop-isentropische Austausch gleicht dann nur isobare Windunterschiede aus, so daß im Endeffekt

$$\frac{\partial v_y}{\partial x'} = 0 \quad (52)$$

wird. Die Gl. (51/52) bedeuten also den Idealfall des isotropen Austauschzustandes, eine einheitliche „Wetterluftmasse" mit isobar-konstanter Temperatur und allenthalben gleichem Wind (auch gleicher Windrichtung). Denn im isotropen Austausch darf man die x-Achse beliebig wählen. Die Gl. (52) muß (als Endzustand isotropen Austausches) auf jede Windrichtung angewandt werden; desgleichen (51) auf jede isobare x-Richtung.

Frontalzonen. Wo aber ein erhebliches isobares Temperaturgefälle $\partial T/\partial x'$ und Wärmezirkulationen naturgegeben sind, können die Lösungen (51/52) nicht verwirklicht werden. Der heterotrope Austausch treibt dann das Feld dem Endzustand (47/48) zu. Unser Beispiel (49/50) zeigt, daß dieser Endzustand sehr erhebliches isobares Temperaturgefälle und vertikales Windgefälle besitzen kann, wenn der monotrope Austauschteil nur ein Zehntel des Gesamtaustausches (oder mehr) beträgt.

Oben haben wir erkannt, daß der monotrope Austauschteil um so mächtiger werden muß, je größer die Wärmezirkulationen sind. Diese wachsen aber mit dem isobaren Temperaturgefälle $\partial T/\partial x'$. Hierin liegt eine gegenseitige Verstärkung: Wachsendes $\partial T/\partial x'$ verstärkt die Zirkulationen, diese den monotropen Austausch, der letztere verstärkt wiederum $\partial T/\partial x'$ usw. Wo und wann also die Troposphäre das Gleichgewicht (51/52) der „Wetterluftmassen" verläßt (vorwiegend dort, wo vertikale Wärmezirkulationen naturgegeben sind), dort bewirkt der monotrope Austausch den entgegengesetzten Zustand (47/48) mit sehr erheblichem isobarem Temperatur- und vertikalem Windgefälle. Dieses sind die charakteristischen Kennzeichen der Frontalzonen.

Dualismus. Diese charakteristische Eigenschaft der Troposphäre, daß ihr Austausch ihr auf die Dauer nur die Wahl zwischen zwei extrem-entgegengesetzten Feldzuständen, aber keine dauerhaften Zwischenlösungen gestattet, nennen wir „Dualismus". Einerseits sehen wir, daß dieser Dualismus als Effekt der überlagerten Wärmezirkulationen gedeutet werden kann, anderseits aber täuschen wir uns nicht darüber, daß vorübergehende „Zwischenlösungen" dennoch vorkommen, weil das „Austauschgleichgewicht", mit dem wir vorstehend immer gerechnet haben, einen niemals ganz verwirklichten Idealzustand bedeutet. Dementsprechend haben fast alle wirklichen „Wetterluftmassen" ein (geringes) isobares Temperaturgefälle und vertikales Windgefälle. Doch zeigen die Beobachtungen deutlich, daß diese beiden Größen innerhalb der großen „Wetterluftmassen" von kleinerer Größenordnung sind als in den „Frontalzonen".

Der Dualismus der Wetterluftmassen und Frontalzonen ist wahrscheinlich ein Effekt des isotropen und monotropen Gleitaustausches.

Vertikalaustausch. Es darf aber nicht vergessen werden, daß manche Austauschquanten nicht an die Isentropenfläche gebunden sind, sondern quer durch diese Flächen vertikal auf- und absteigen. Dies sind vor allem Wolkenluftquanten, die als Konvektionswolken (Cu, Cunb, acu usw.) häufig beobachtet werden. Die großräumigen wolkenlosen Austauschquanten gleiten meistens in Isentropenflächen, aber die Wolkenluftquanten durchqueren diese. Außerdem gibt es auch in jeder Turbulenz geringe anisentropische Bewegungen; auch wolkenlose Quanten sind nicht streng, sondern nur näherungsweise an ihre Gleichgewichts-Isentropenfläche gebunden und schwingen aufwärts und abwärts aus ihr heraus.

Der anisentropische Vertikalaustausch existiert also neben dem isentropischen. Wir behandeln ihn so, als ob er von anderen Austauschquanten getragen wird als der isentropische. Daß diese Fiktion für die Austauschtheorie belanglos ist, bedarf wohl keines besonderen Beweises.

Die Feldwirkungen des Vertikalaustausches sind bekannt; er gleicht die vertikalen Windunterschiede aus: $\partial v_y/\partial z \to 0$. Wo also ein kräftiger anisentropischer Vertikalaustausch auftritt, ist die Lösung (51/52) bevorzugt; nur dort, wo er fehlt, können die Lösungen (46/47) Wirklichkeit werden. In [*5*, S. 183ff.] hat der Verfasser gezeigt, daß die Mitwirkung

des Vertikalaustausches ebenfalls den „Dualismus der Wetterluftmassen und Frontalzonen" zur Folge hat, sofern nicht gerade der isentropisch-monotrope Austausch derart mit dem Vertikalaustausch gekoppelt ist, daß beide ihre Wirkungen gegenseitig aufheben, was jedoch kaum zu begründen wäre. Eher leuchtet das Gegenteil ein: Wenn die Isentropenflächen horizontal liegen (51), kann der Vertikalaustausch in den Isentropenflächen nur isotrope Austauschbewegungen anstoßen; sind sie aber stark geneigt (41/42), so stärkt er den monotropen Teil des Gleitaustausches. Der anisentropische Vertikalaustausch stärkt also den oben genannten „Dualismus".

9. Frontalstrom und Tropopausenstörung.

Obergrenze des troposphärischen Gleitaustausches ist die Tropopause. Nicht, als ob eine höhere Gewalt die Tropopause als starre Schranke des Gleitaustausches aufrichtet. Aber der Gleitaustausch kann sich nicht beliebig hoch erstrecken, wie ja auch die „Bäume nicht in den Himmel wachsen". In irgendeinem Niveau der oberen Troposphäre muß der Gleitaustausch sein Ende finden. Alle Austauschvorgänge der Troposphäre werden von der Erdoberfläche aus angeregt, sei es durch Reibungsturbulenz, sei es durch Wärmewirkungen (Konvektion). Daher müssen sie in irgendeinem höheren Niveau ihr Ende finden.

Die unterste Austauschschicht ist die „bodennahe Reibungsschicht" mit ausgesprochener Reibungsturbulenz (bis etwa 1000 m Höhe). Darüber liegt die „Konvektionsschicht" (in gemäßigten Breiten bis etwa 4000 m). Aber der Gleitaustausch erstreckt sich bis in die oberen Schichten der Troposphäre. Erst die Stratosphäre ist von der Erdoberfläche und ihrem Reibungseffekt wirksam abgetrennt.

Es gehört zum Wesen und Begriff der Troposphäre (wörtlich übersetzt „Umwendungssphäre"), daß die Austauschvorgänge, die ihren Ursprung an der Erdoberfläche haben, in der Tropopause eine obere Grenze finden.

Das *Windmaximum* der troposphärischen Windfelder, welche durch Gleitaustausch erzeugt werden, findet man daher dicht unter der Tropopause. Die bodennahe Reibungsschicht (von 0 bis 1000 m) klebt am Erdboden wie eine zähe Flüssigkeit; hier können normalerweise nicht so starke Winde auftreten wie in höheren Schichten. Aber aufwärts nimmt der Wind in Frontalzonen stark zu; in unserem Beispiel (49/50) um 6,3 m/sec auf je 1 km Höhe. Eine Frontalzone mit dem isobaren Temperaturgefälle $\partial T/\partial x' = 1{,}5°$ C/100 km müßte dann also im 8-km-Niveau einen Sturm von 44 m/sec = 160 km/st besitzen. Derart starke „Frontalströme" („jet streams") der oberen Troposphäre werden oft beobachtet; sie beschränken sich auf die schmalen „Frontalzonen", welche ein starkes isobares Temperaturgefälle $\partial T/\partial x'$ (stark geneigte Isentropenflächen) besitzen. Normalerweise sind diese Frontalzonen etwa 1000 km breit, meistens (nicht immer) mit polwärts gerichtetem Temperaturgefälle und Westwinden. Diese bevorzugte Richtung ist selbstverständlich ein „planetarischer" Effekt.

Wirbelentstehung. Das horizontale Windfeld dieser „Frontalströme" (in der oberen Troposphäre) ist nun selbstverständlich mit einem starken „Scherungsrotor" [2] behaftet. Dieser ist zyklonal am kalten, antizyklonal am warmen Rand der Frontalzone, wie bereits oben erläutert. Wir sehen also, daß der Mechanismus des isentropischen Austausches in der oberen Troposphäre starke Scherungswirbel erzeugt. Solche durch Austausch entstandenen Wirbel sind für die reibungslose Dynamik vorgegebene Größen.

Tropopausenstörung. Aus und mit der hochtroposphärischen Wirbelentstehung ergibt sich zwangsweise die typische Vertikalbewegung der Tropopause: Senkung über zyklonalem, Hebung über antizyklonalem Wirbel [2]. Die Tropopause muß also über dem Frontalstrom sehr stark geneigt sein, vom warmen zum kalten Gebiet abfallend. Zwar hat die Polarluft an und für sich (erfahrungsgemäß) eine niedrige, Subtropikluft eine hohe Tropopause, aber die Frontalzone verstärkt (erfahrungsgemäß) diese Höhenunterschiede derart, daß meistens am warmen Rande des Frontalstroms die Tropopause höher liegt als über der benachbarten Subtropikluftmasse; desgleichen am kalten Rand niedriger als über der benachbarten Polarluftmasse.

Druckfeldstörung. Damit verknüpft ist selbstverständlich (durch Adaptation) die geostrophisch zugehörige Druckfeldstörung: Ein Tiefdruckgebiet am kalten, Hochdruckgebiet am warmen Rand des Frontalstromes. Wenn aber der horizontale (frontsenkrechte) Durchmesser dieser fronthaften Druckfeldstörung gering ist, beschränkt sich diese auf die obere und mittlere Troposphäre.

Dualismus der Druckfelder. Die aerologischen Beobachtungen bestätigen alle diese Konsequenzen so deutlich, daß man an der Wirksamkeit des monotrop-isentropischen Austausches nicht mehr zweifeln kann. In den häufig beobachteten Frontalströmen tritt sie direkt zutage. Die wichtigste Konsequenz dieser neuen Entdeckungen liegt aber in der allgemeinen Aufhellung eines bereits von F. M. Exner geahnten Dualismus der Druckfelder, den wir oben nur andeutungsweise einführten, jetzt aber folgendermaßen ausdrücken können:

Die Atmosphäre besitzt zwei verschiedenartige Möglichkeiten zur Entstehung der Druckmaxima und -minima: einerseits direkte Wärmewirkungen („thermische" Druckfelder mit warmem Tief und kaltem Hoch); anderseits den Gleitaustausch („dynamische" Druckfelder mit troposphärisch-kaltem Tief und -warmem Hoch).

Rückblick. Fast 100 Jahre lang wurde dieser Dualismus zum Anlaß eines unerschöpflichen Meinungsstreits. In Doves Zeiten stritt man sich darum, ob der zyklonale Wirbel aus dem Druckminimum entsteht oder dieses aus dem Wirbel. Dann kam der Streit zwischen Ferrel und Hann, ob die Antizyklonen kalt oder warm seien, später der Meinungsunterschied der „norwegischen" und „Frankfurter" Schule, ob die Druckfelder oben oder unten ihren „Sitz" haben. Auch das aufschlußreiche neue Buch von R. Scherhag [7] steht noch in einem starken Ringen um das „dynamische" Druckfeld und wird dabei vielleicht dem

„thermischen" Antagonisten nicht überall gerecht. Sogar H. v. Ficker [*8*, S. 800] war ursprünglich der Meinung, daß die „primären" (dynamischen) Druckwellen „selbständige Bedeutung" haben, die „sekundären" (thermischen) nur „Begleiterscheinungen" seien, hat aber später die Gleichberechtigung beider Erscheinungen anerkannt.

Unbefriedigend erschien dieser Dualismus bislang deswegen, weil zweifellos alle Wettererscheinungen irgendwie aus Wärmewirkungen entstehen müssen. Die Atmosphäre ist eine Wärmekraftmaschine und ihre mechanische Energie stammt letzten Endes aus thermodynamischen Kreisprozessen. Diese Kreisprozesse (Wärmezirkulationen) sind meistens kleinräumig und nichtstationär und entgehen so der synoptischen Beobachtung. Doch bewirkt gerade die große Zahl dieser nicht direkt beobachteten Wärmezirkulationen den monotropen Gleitaustausch, der seinerseits Tropopausenstörungen hervorruft und erst in diesem Stadium der Beobachtung zugänglich wird. Dadurch ergibt sich der „Dualismus der Druckfelder"; verwirrend durch die bisherige Unerklärbarkeit der „dynamischen" Effekte, die obendrein meistens viel stärker in Erscheinung treten als die leicht erklärbaren „thermischen" Druckfelder.

Ausblick. Bei dem „Frontalstrom" („jet stream") handelt es sich nur um Scherungswirbel. In einer früheren Arbeit hat der Verfasser [*2*] gezeigt, daß die Scherungsrotoren durch frontsenkrechte Dehnung und frontparallele Schrumpfung in Kreiswirbel verwandelt werden können. Deshalb ist der Verfasser überzeugt, daß der Gleitaustausch (direkt oder indirekt) Urheber der meisten in der Atmosphäre bedeutsamen Zyklonen ist. Insbesondere erklärt sich hierdurch die bekannte Erscheinung, daß kräftige Zyklonen (Sturmzyklonen) meistens in der oberen Troposphäre die größte Wirbelstärke haben. Ohne die Bedeutung der „Konvektionszyklone" [*2*, S. 315], die auch in unseren kräftigen Sturmzyklonen nebenher enthalten ist [*2*, S. 344], zu verkennen, dürfte doch ein Fortschritt der Erkenntnis darin bestehen, daß nunmehr neben die reibungslose Wirbelentstehung prinzipiell die Wirbelentstehung durch Gleitaustausch bzw. Horizontalaustausch tritt. Dieses neue Agens ermöglicht die Lösung bisher unlösbarer Widersprüche und wird vielleicht auch neue Wetterdienstmethoden von praktischer Bedeutung heraufführen.

III. Austauschgradientwinde.

10. Der bahnsenkrechte Druckgradient.

In der Wetterkarte erscheinen die weiträumigen Austauschbewegungen des „planetarischen" Austauschsystems als Gradientwinde; polwärts strebende Austauschmassen haben ein westwärts, äquatorwärts strebende ostwärts gerichtetes Druckgefälle. Diese großen Gradientwindmassen bewahren also nicht ihr Rotationsmoment und bewegen sich nicht auf einem Trägheitskreis. Die Austauschformeln des vorangehenden Abschnitts II beziehen sich also zunächst nur auf kleine „Massenpunkte", welche kurze „freie" Wege zurücklegen. Dabei handelt es sich um Luftbewegungen, die nicht in der Wetterkarte erscheinen und meistens über-

haupt nicht beobachtet werden. Diese schnell wechselnden und kleinräumigen Bewegungen spielen wahrscheinlich im isentropischen Gleitaustausch eine bedeutende Rolle. Aber im „planetarischen" Meridionalaustausch sind die Gradientwinde entscheidend. Dabei verstehen wir hier unter dem Namen „Austauschgradientwinde" alle (großräumigen) Austauschbewegungen mit einem parallel zur Zählstrecke gerichteten Druckgefälle $-\partial p/\partial y$. Der Begriff „Gradientwind" ist also hier etwas weiter gefaßt als sonst üblich. Dagegen wollen wir unter dem Namen „geostrophischer" Wind das exakte Gleichgewicht des Druckgradienten mit der Corioliskraft verstehen.

Abweichungen vom geostrophischen Wind kommen auch in weiträumigen Massenbewegungen vor; sie sind aber um so kleiner, je länger eine solche Luftströmung besteht und je größer die Strecke ist, die dieser Strom durchfließt [*5*, S. 127].

Wenn z. B. ein kleines ungefähr kugelförmiges Austauschquantum (Massenpunkt) polwärts angestoßen wird, so entsteht dabei kein spürbares horizontales Druckgefälle senkrecht zu seiner Bewegungsbahn. Allerdings wird auch diese kleine Masse durch die Erdrotation abgelenkt. Sie „drückt" daher (vorübergehend) gegen die ostwärts benachbarten Massen und „saugt" an den westwärts benachbarten. Aber dies ist für die umgebenden Nachbarmassen nur eine kaum spürbare Episode; ein erhebliches horizontales Druckgefälle $\partial p/\partial y$ entsteht dabei nicht.

Wenn aber eine große Masse polwärts fließt und immer neue Massen im gleichen Flußbett nachströmen, so „drücken" diese polwärts fließenden Massen fortwährend gegen die ostwärts benachbarten Massen und „saugen" fortwährend an den westwärts benachbarten. Wenn dieser Strom lange genug (etwa sechs Pendelstunden) anhält, entsteht das bahnsenkrechte (ostwestliche) Druckgefälle $\partial p/\partial y$ des „Gradientwindes".

Selbstverständlich kommen alle Zwischenstadien zwischen dem „Massenpunktaustausch" und dem „Gradientwindaustausch" ebenfalls vor; Zwischenstadien, welche durch mehr oder minder große Abweichungen vom „geostrophischen" Wind gekennzeichnet sind.

Impulsabgabe. Wenn ein polwärts fließender Austauschstrom die ostwärts benachbarten Massen nach Osten drückt und die westwärts benachbarten nach Osten saugt, so bedeutet dieser Druck und Sog, daß der Austauschstrom ostwärts gerichtete Impulse an die Umgebung abgibt. Es handelt sich also um eine Impulsabgabe *vor* der Vermischung.

Neben dem polwärts fließenden Austauschstrom gibt es nun einen äquatorwärts fließenden, der mittels Druck und Sog westwärts gerichtete Impulse an seine Umgebung abgibt. Der Effekt des bahnsenkrechten Druckgefälles ist also derselbe, wie der einer vorzeitigen (teilweisen) Vermischung, denn auch bei der Vermischung werden Impulse an die Umgebung abgegeben. Wenn alle Austauschströme streng geostrophisch (gradlinig) sind, ist die Impulsabgabe so vollkommen, als ob der Mischungsweg $\bar{x}$ und Austauschkoeffizient A_x verschwinden, als ob also unmittelbar nach jedem Stoß sofort eine totale Vermischung eintritt.

Diese Werte setzen wir in die nach wie vor gültige Gl. (21) ein und erhalten:

$$\left.\begin{aligned} S_v = l\,(\Sigma m_a x_a \gamma_a - \Sigma m_p x_p \gamma_p) \\ + \frac{\partial v_y}{\partial x}\,(\Sigma m_a x_a - \Sigma m_p x_p) \\ + \Sigma m_a u_{ya} - \Sigma m_p u_{yp}. \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

Wenn wir hier die Abkürzungsgrößen (23) und (24), außerdem

$$\frac{\Sigma m_a x_a \gamma_a - \Sigma m_p x_p \gamma_p}{\Sigma m_a x_a - \Sigma m_p x_p} = \bar{\gamma} \quad (60)$$

einsetzen, so ergibt sich:

$$S_v = -A_x \left(\bar{\gamma}\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{u_y}{\bar{x}}\right) \quad (61)$$

analog zu Gl. (18).

Monotropiekoeffizient η. Wenn wir jetzt den Koeffizienten η nicht nur Gl. (25), sondern folgendermaßen definieren:

$$\eta = \bar{\gamma} - \frac{u_y}{l \cdot \bar{x}}, \quad (62)$$

so ergibt sich auch jetzt die Austauschgleichung:

$$S_v = -A_x \left(\eta\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right). \quad (63)$$

Man sieht an den Gl. (62) und (63), daß der Gradientwindaustausch denselben Effekt macht wie ein heterotroper Massenpunktaustausch, wenn $\gamma = 0$ ist, denn mit $\gamma \to 0$ strebt auch $u_y \to 0$, weil $\bar{\gamma} = 0$ geradlinige (geostrophische) Austauschbahn bedeutet. Das Vorzeichen von $\bar{\gamma}$ entscheidet also in Gl. (62) über das Vorzeichen von η. Wenn die Austauschbewegung v_y im Durchschnitt schneller als geostrophisch ist, ergibt sich positives η. Wenn aber das y-Druckgefälle im Durchschnitt stärker ist als geostrophisch, wird η negativ.

II. Austauschtypen.

Typenkontinuum. Die vorstehenden Betrachtungen zeigten, daß „Massenpunktaustausch" und „Gradientwindaustausch" nicht prinzipiell verschieden sind, sondern beide dieselbe Impulsgleichung (63) bzw. (26) besitzen. Der im Abschnitt II ausführlich untersuchte Massenpunktaustausch darf lediglich als derjenige Extremfall des zweidimensionalen Austausches gelten, welcher keine Impulsübertragung durch bahnsenkrechte Druckgefälle enthält ($\gamma = 1$). Der „Massenpunktaustausch" und „Gradientwindaustausch" bilden also mit allen nur denkbaren Zwischenstadien und Mischformen ein „Kontinuum" der Austauschtypen. Deshalb wollen wir die Grundbegriffe des Massenpunktaustausches in sinngemäßer Weise auf den Gradientwindaustausch erweitern. Den ersten Schritt zu dieser Erweiterung haben wir bereits in den Gl. (62) (63) getan, indem wir den Koeffizienten η aus Gl. (26) übernahmen und in diesem Zusammenhang ebenfalls „Monotropiekoeffizient" nannten. Konse-

quenterweise wollen wir auch die Begriffe „isotrop“ und „heterotrop“ auf den Gradientwindaustausch übertragen. Dann fehlt uns nur noch eine Typenbezeichnung für das negative η, einen Fall, der im Gradientwindaustausch möglich ist. Wir nennen diesen Typus „antitrop“.

η-Typen. Somit gelangen wir zunächst von dem Koeffizienten η her zu folgender

Typentabelle 1.

Monotropiekoeffizient	Bezeichnung	Austauschtyp
$-\infty < \eta < 0$	„antitrop“	Gradientwind- oder gemischter Austausch
$\eta = 0$	„isotrop“	Gradientwind- oder Massenpunkt- oder gemischter Austausch
$0 < \eta < 1$	„heterotrop“	
$\eta = 1$	„monotrop“	Massenpunktaustausch

Diese Bezeichnungen wenden wir also gleichermaßen auf den Gradientwind- und Massenpunktaustausch sowie auf alle Zwischenfälle an. Mit den Gl. (26) und (63) beherrschen wir dann den Impulstransport des zweidimensionalen Austausches, ohne im einzelnen feststellen zu müssen, ob die Impulsabgabe nur durch Vermischung oder auch durch ein bahnsenkrechtes Druckgefälle geschieht.

Bahnkrümmungstypen. Neben der η-Typisierung kann man auch die mittlere Krümmung des „freien“ Austauschweges zur Typeneinteilung gebrauchen und kommt dann zu folgender

Typentabelle 2.

Austauschtyp	Bahnsenkrechter Druckgradient	Krümmung des „freien“ Weges	Bezeichnung
Massenpunkt	verschwindet	Trägheitskreis	mono-, hetero- und isotrop
Gradientwinde	$>$ geostrophisch	antizyklonal	heterotrop
	$=$ geostrophisch	geradlinig	isotrop
	$<$ geostrophisch	zyklonal	antitrop

Für die praktische Anwendung dieser Austauschtypen ist es wichtig, daß man in der Wetterkarte zwar Gradientwinde sieht, jedoch keine Massenpunktbewegung. Damit ist nun aber keineswegs gesagt, daß der Massenpunktaustausch, der unserer direkten Beobachtung verborgen bleibt, für die Gestaltung der „Stromfelder“ nebensächlich ist. Vielleicht zeichnet sich gerade dieser „verborgene“ Austausch gelegentlich durch relativ großen Monotropiekoeffizient η aus (etwa $0{,}1 \leqq \eta \leqq 0{,}5$). Dagegen liefern die Gradientwinde, welche wir in den Wetterkarten sehen, normalerweise einen sehr kleinen η-Wert ($|\eta| < 0{,}1$); zyklonale und antizyklonale Bahnkrümmungen werden gleich häufig beobachtet. Obwohl

also der Austauschkoeffizient der Gradientwinde bedeutend größer ist als derjenige des Massenpunktaustausches, besteht nach Gl. (26) und (63) die Möglichkeit, daß der letztere (infolge größeren η-Wertes) einen stärkeren Einfluß auf das Stromfeld gewinnt als der erstere.

„*Antitrop*" nennen wir, wie bemerkt, den Gradientwindaustausch, wenn die den Austausch tragenden Winde im Mittel schwächer sind als geostrophisch. Dieses ist das extreme Gegenteil zum „monotropen" Austausch; in Gl. (62) ist dann $\bar{\gamma}$ negativ. Wenn der Massenpunktaustausch gegenüber den Gradientwinden zu vernachlässigen ist, wird dann auch das „gemischte" η negativ. Da nun aber in der Atmosphäre der Massenpunkt- und Gradientwindaustausch meistens gemischt auftreten, definieren wir den Begriff „antitrop" (als Gegenteil von „monotrop") dahingehend, daß er überhaupt ein negatives η bedeutet. Dieser „antitrope" Austausch bewirkt nach Gl. (37) eine zyklonale Windscherung $\partial v_y/\partial x$ im permanenten Feld.

Die *Entstehung* eines „antitropen" Austausches kann natürlich nicht direkt auf Wärmezirkulationen zurückgeführt werden. Diese entstehen durch bahntangentiale Beschleunigungen, so daß dann u_x stärker als u_{xg} ist. Der horizontale Druckgradient $\partial p/\partial y$ ist dann also im Mittel kleiner, der Austauschstrom stärker als geostrophisch. Aber in der Atmosphäre kommen oft Gradientwinde vor, die nicht als Wärmezirkulationen aus Solenoiden entstehen, sondern durch „Adaptation" des Windes an ein „aufgeprägtes" Druckfeld [*6*]. Diese Winde sind dann im Mittel schwächer als geostrophisch und können daher einen „antitropen" Austausch bewirken. Zwei planetarische Beispiele werden dies erläutern:

Beispiel a. Die Frontalzyklonen der Polarfront haben auf ihrer Vorderseite (Ostseite) einen polwärts fließenden, auf ihrer Rückseite (Westseite) einen äquatorwärts fließenden Strom. Diese beiden Ströme sind Austauschquanten des planetarischen Meridionalaustausches; ihr „freier" Weg beträgt meistens etwa 1000, gelegentlich mehr als 2000 km. Beide Austauschströme enthalten einen „heterotropen" und einen „antitropen" Bestandteil:

Der erstere (heterotrope) besteht nach den vorstehenden Betrachtungen aus einer „Wärmezirkulation", der letztere (antitrope) aus einem Adaptationsstrom. Die „Wärmezirkulation" steigt auf der „Vorderseite" (Ostseite) polwärts an und senkt sich auf der „Rückseite" (Westseite) äquatorwärts; diese Ströme fließen also auf der Äquatorseite der Polarfront in der unteren, auf der Polseite in der oberen Troposphäre, wie es der Satz von Sandström [*10*, S. 71] verlangt; Wärmezirkulationen laufen nur dann „von selbst", wenn die Kältequelle höher liegt als die Wärmequelle. Dagegen liegt der „antitrope" Bestandteil dieses Meridionalaustausches auf der Polseite unten (zwischen 0 und 3 km), auf der Äquatorseite oben (zwischen 3 und 6 km).

Diesen Sachverhalt erkennt man in [*2*, Abb. 12, S. 311] durch direkten Augenschein: Die Stromlinien dieses Bildes sind auf der Polseite oben antizyklonal und unten zyklonal gekrümmt, auf der Äquatorseite oben zyklonal und unten antizyklonal.

Die „*dynamische Kompensation*“ [*6*] ist also die Ursache des „antitropen“ Austausches. Ebensowenig wie eine „Kompensation“ ohne den Haupteffekt denkbar ist, gibt es einen „antitropen“ Austausch ohne den „heterotropen“: So kann also der antitrope Austausch im Getriebe der allgemeinen Zirkulation nicht die Oberhand gewinnen; wenn man ein „abgeschlossenes“ Zirkulationssystem betrachtet (z. B. den gesamten Planeten Erde), so hat der „antitrope“ Austausch nur einen „kompensierenden“ Effekt; er vermindert in solchen Systemen nur den positiven Wert η unserer Gl. (63). Wenn man aber willkürlich einen Teil des Zirkulationssystems herauslöst und ihn gesondert betrachtet (wie in unserem Beispiel den oberen Meridionalaustausch auf der Äquatorseite der Polarfront und den unteren auf der Polseite), darf man nicht mehr voraussetzen, daß η positiv ist.

Sicherlich gilt dieses Grundgesetz nicht nur für das „planetarische“ Zirkulationssystem, sondern auch für Monsunzirkulationen und sonstige Zirkulationen, welche permanente oder annähernd permanente Windfelder erzeugen. Die Gl. (63) ist mit positivem η sehr aufschlußreich, wenn man sie auf „natürliche“ (d. h. durch Wärme angetriebene) Zirkulationssysteme anwendet, aber sie kann irreführen in mechanisch angetriebenen Teilsystemen.

Beispiel b. Im Tropopausenniveau finden die Wärmezirkulationen ihre obere Grenze. Darüber gibt es daher nur noch antitropen, isotropen oder verschwindenden Meridionalaustausch. Setzen wir also zwischen 40 und 80° Breite im 12-km-Niveau Austauschgleichgewicht voraus (was sicher nur in grober Näherung zutrifft), so müssen wir dort eine zyklonale Scherung des planetarischen Westwindfeldes erwarten. C. G. Rossby [*4*] hat gezeigt, daß diese im Winter vorhanden ist.

Dagegen gibt es äquatorwärts von 30° Breite Wärmezirkulationen bis ins 17-km-Niveau. Insbesondere der Antipassat als oberer Ast der großen Wärmezirkulation wirkt sich dort aus. Daher ist wahrscheinlich der Meridionalaustausch im 12 km-Niveau auf der Äquatorseite von 30° Breite „heterotrop“; das planetarische Westwindfeld hat dort antizyklonale Scherung (wobei aber wiederum nicht vorausgesetzt werden kann, daß dort strenges Austauschgleichgewicht herrscht).

IV. Wirbelaustausch.

12. Große Wirbel als Austauschquanten.

Bisher haben wir nur die Schwerpunktbewegung der Austauschquanten betrachtet, nicht aber deren Eigenrotation. Wir sehen aber in den Höhenwetterkarten, daß große, äquatorwärts oder polwärts vorstoßende Luftmassen (mit dem horizontalen Durchmesser 1000 bis 6000 km) dabei ihre absolute Rotation um die vertikale Achse fast unverändert bewahren. Diese Erkenntnis verdanken wir C. G. Rossby [*4*] und seinen Mitarbeitern, welche die doppelte Winkelgeschwindigkeit einer großen atmosphärischen Luftmasse um die vertikale Achse, im absoluten (nichtrotierenden) Koordinatensystem gemessen, kurz als

„vorticity" bezeichnen und deren Erhaltung als ein zwischen dem Pol und 45° Breite gültiges planetarisches Austauschgesetz ansehen. A. Defant [9] hat darüber in dieser Zeitschrift berichtet. Zweifellos handelt es sich hier um eine wichtige Entdeckung, welche zu der theoretischen Frage nötigt: Wann bleibt die „vorticity" konstant, wann und wodurch kann sie verändert werden?

Vorticity $l + \lambda$. Der Verfasser hat kürzlich in dieser Zeitschrift, bevor er von den genannten Entdeckungen Rossbys Kenntnis hatte, eine Formel [2, Gl. (8), S. 314] über die reibungslose Veränderung der „vorticity" ohne Beweis angegeben. Dort bedeutet $l + \lambda$ dasselbe, was Rossby die „vorticity" ζ nennt. Nachstehend wird zunächst diese Formel [2, Gl. (8), S. 314], soweit sie für planetarischen Austausch von Bedeutung ist (d. h. ohne die beiden letzten Glieder der dortigen Gleichung) abgeleitet. Weiterhin (im Abschnitt 14) werden wir diese Änderungsformel mit der Bedingung „geostrophischer" Winde verknüpfen. Dadurch ergibt sich, daß die großen Wirbelmassen der Atmosphäre (Durchmesser 1000 bis 6000 km), welche praktisch alle Schichten (Troposphäre und untere Stratosphäre) mit der mittleren „vorticity" $l + \lambda$ umfassen, diesen Wert $l + \lambda$ ungefähr konstant erhalten, wenn sie sich (ohne Reibung) polwärts oder äquatorwärts verlagern. C. G. Rossby betrachtet daher diese großen Wirbelmassen als planetarische Austauschquanten und die „vorticity" $l + \lambda$ als „austauschbare" Größe. Nachstehend wollen wir untersuchen, wie diese Auffassung dynamisch und kinematisch zu rechtfertigen und welchen Einschränkungen sie unterworfen ist.

13. Änderung der Vorticity ohne Reibung.

Zweidimensionales Windfeld. Die Atmosphäre ist, planetarisch gesehen, nur eine sehr dünne Luftschicht über dem großen Erdball. In denjenigen Breiten, welche (mangels Einstrahlung) verhältnismäßig geringe Vertikalzirkulationen haben, können wir also voraussetzen, daß die sehr weiträumigen Stromfelder der Atmosphäre im wesentlichen zweidimensional (d. h. in jedem Niveau gleich) sind. Diese Ausgangshypothese ist, wie die Beobachtungen zeigen, polwärts von 45° Breite meistens ungefähr erfüllt. Soweit die wirklichen Stromfelder „geschichtet" (d. h. in verschiedener Höhe verschieden) sind, betrachten wir nur die mittlere Strömung aller Schichten.

„Flüssige Fläche." Wir greifen nun eine Atmosphärenmasse heraus, welche die (große) Fläche F auf der Erdoberfläche, z. B. eine Kreisfläche mit 1000 km Radius bedeckt, und vertikal alle Schichten (mit Ausnahme der bodennahen Reibungsschicht und der oberen Stratosphäre) umfaßt. Diese „Massenfläche" F schwimmt mit der allgemeinen Strömung und deformiert sich dabei irgendwie, z. B. kann eine Ellipsenfläche aus der anfänglichen Kreisfläche werden. Aber wir setzen voraus, daß dieselben Massen, die anfänglich übereinander lagen, auch weiterhin übereinander bleiben. In diesem Sinne ist die „Massenfläche" F eine „flüssige Fläche" und ihre Umrandung s eine „flüssige Linie".

STOKESscher *Integralsatz.* Die (absolute) „Zirkulation" Z in der Randlinie s ist bekanntlich folgendermaßen mit der „vorticity" verknüpft:

$$Z = \oint \omega_s \, ds = (l + \lambda) F. \tag{64}$$

Dabei bedeutet ω_s die randtangentiale Komponente der Strömung auf dem Rand s, im absoluten (nicht rotierenden) Koordinatensystem (Inertialsystem) gerechnet. $l = 2\,\omega \sin\varphi$ ist die absolute „vorticity" (Vertikalkomponente des absoluten „Rotors") einer windstillen Masse, λ die mittlere relative „vorticity" (relativ zur rotierenden Erde) eines atmosphärischen Wirbels, beide in der Grundfläche F über alle Höhen gemittelt [*2*, Gl. (3), S. 313]. F ist die horizontale Flächengröße. Also ist mit strengerer Definition:

$$l = \frac{1}{F} \int^{F} 2\,\omega \sin\varphi \cdot dF; \tag{65}$$

$$\lambda = \frac{1}{F} \int^{F} \left\{ \frac{\partial\,(v_y + u_y)}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right\} dF. \tag{66}$$

Das *Zirkulationstheorem* von V. BJERKNES [*5*, S. 220ff.] besagt nun mit Rücksicht auf Gl. (64):

$$\frac{dZ}{dt} = N = F \frac{d\,(l + \lambda)}{dt} + (l + \lambda) \frac{dF}{dt}. \tag{67}$$

Dabei ist N die Zahl der „Solenoide", welche von der horizontalen flüssigen Fläche F geschnitten (von ihrer Randlinie s umschlossen) werden.

Aus (67) folgt:

$$\frac{1}{l + \lambda} \frac{d\,(l + \lambda)}{dt} = \frac{N}{F\,(l + \lambda)} - \frac{1}{F} \frac{dF}{dt}. \tag{68}$$

Dies ist also die Gleichung für die zeitliche Änderung der „vorticity" $l + \lambda$ einer flüssigen Fläche F ohne Reibung und ohne Vermischung. Wir erkennen im ersten Glied der rechten Seite die „Solenoidwirkung", im zweiten die „Flächendehnung [*2*, S. 314] wieder. Offenbar läßt diese Gleichung, solange man sie nicht mit der Bedingung „geostrophischer" Winde verknüpft, erhebliche Veränderungen der „vorticity" $l + \lambda$ zu.

Die „vorticity" einer horizontalen flüssigen Fläche kann ohne Reibung durch „Solenoidwirkung" und „Flächendehnung" erheblich geändert werden.

Die Gl. (68) gilt übrigens, wie man an ihrer Ableitung erkennt, nicht nur für flüssige Flächen F, welche *alle* Schichten der Atmosphäre enthalten, sondern für jede (weniger mächtige) flüssige Fläche F, sofern diese während der Zeit dt *horizontal bleibt.* Statt $\frac{1}{F} \cdot \frac{dF}{dt}$ darf man dann auch $\mathrm{div}_h\,(\mathfrak{u} + \mathfrak{v})$ schreiben, denn horizontale „Flächendehnung" und „Horizontaldivergenz" besagen das gleiche. Wenn aber die anfänglich horizontale flüssige Fläche F während der Zeit dt eine (geringe)

Neigung gegen die Horizontale gewinnt, muß man in Gl. (68) auf der rechten Seite noch die beiden Glieder

$$\frac{\partial u_z}{\partial y} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial z}$$

hinzufügen, welche übrigens (in anderer Schreibweise) vom Verfasser schon in [2, S. 314/15] als Effekt der Drehung um eine horizontale Achse angegeben wurden.

14. Geostrophische Vorticity.

In [6] wurde gezeigt, daß nichtgeostrophische Wirbel sehr schnell (in wenigen Stunden) geostrophisch werden. Wir dürfen daher voraussetzen, daß eine äquatorwärts oder polwärts vorstoßende Wirbelmasse F dabei stets ungefähr das „geostrophische" Gleichgewicht zwischen dem Wind- und Druckfeld besitzt.

Die *Solenoiddichte* N/F bestimmen wir daher folgendermaßen: Im horizontalen Feld nennen wir die senkrecht zur Stromlinie (Isobarlinie) angeordnete Koordinate n, die tangentiale ξ, die Luftdichte ϱ und die absolute Temperatur T. Dann ist definitionsgemäß:

$$\frac{N}{F} = \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{\partial\, 1/\varrho}{\partial \xi} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial \xi}. \tag{69}$$

Hier setzen wir (näherungsweise) die Gleichung des „geostrophischen" Windes u ein:

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial n} = l\, u = l \frac{d\xi}{dt} \tag{70}$$

und erhalten:

$$\frac{N}{F} = \frac{l}{T} \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dt} = \frac{l}{T} \cdot \left(\frac{dT}{dt} - \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{l}{T} \frac{d\bar{T}}{dt}. \tag{71}$$

Dabei bedeutet $\bar{T}$ ungefähr die Temperatur des planetarischen Feldes in der Umgebung der betrachteten Wirbelmasse F.

Vorticity-Änderung. Wir setzen die Gl. (71) in Gl. (68) ein und erhalten:

$$\frac{d\,(l+\lambda)}{dt} = \frac{l}{T} \frac{d\bar{T}}{dt} - \frac{l+\lambda}{F} \frac{dF}{dt}, \tag{72}$$

oder, wenn wir mit dem Symbol Δ eine individuelle zeitliche Veränderung des großen planetarischen Austauschquantums bezeichnen:

$$\Delta\,(l+\lambda) = l \frac{\Delta \bar{T}}{T} - (l+\lambda) \frac{\Delta F}{F}. \tag{73}$$

Hier ist zunächst einzusetzen:

$$\frac{\Delta F}{F} = - \frac{\Delta p_m}{p_m}, \tag{74}$$

wobei mit p_m der mittlere Druck der Fläche F im Meeresniveau gemeint ist. Denn eine Verkleinerung der flüssigen Fläche F (bei konstanter Masse) bewirkt eine proportionale (statische) Druckerhöhung, eine Vergrößerung der Fläche F Druckerniedrigung.

Somit hängt die Veränderung der „vorticity" eines großen planetarischen Austauschquantums von der Änderung der ihn umgebenden Temperatur $\Delta\bar{T}$ und von seiner Druckänderung Δp_m im Meeresniveau ab folgendermaßen:

$$\Delta(l+\lambda) = l\frac{\Delta\bar{T}}{T} + (l+\lambda)\frac{\Delta p_m}{p_m}. \tag{75}$$

Man sieht bereits an dieser Gleichung, daß die vorticity $l+\lambda$ sich kaum ändern kann, denn $\Delta\bar{T}/T$ und $\Delta p_m/p_m$ sind erfahrungsgemäß stets klein gegen 1. Deshalb können wir im letzten (ohnehin nur kleinen) Glied der Gl. (75) λ gegen l vernachlässigen und erhalten

$$\Delta(l+\lambda) = l\left(\frac{\Delta\bar{T}}{T} + \frac{\Delta p_m}{p_m}\right). \tag{76}$$

Geostrophischer Wirbel. Daß $\Delta p_m/p_m$ notwendig klein bleiben muß, ergibt sich dynamisch aus dem geostrophischen Wind folgendermaßen: Negatives Δp_m bedeutet die Entstehung eines Tiefdruckgebietes, muß also mit positivem $\Delta\lambda$ (d. h. mit der Entstehung eines zyklonalen Relativwirbels) verknüpft sein. Man sieht in Gl. (76), daß nur eine Verlagerung äquatorwärts (negatives Δl) dieses ermöglicht.

Der Zusammenhang zwischen Δp_m und $\Delta\lambda$ ergibt sich im kreisförmigen Tiefdruckgebiet aus der geostrophischen Formel:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \varrho\, l\, \frac{\lambda}{2}\, r, \tag{77}$$

in welcher r den Abstand vom Tiefdruckzentrum bedeutet. Die Gl. (77) integrieren wir auf horizontalem Wege von $r=0$ bis r und erhalten:

$$p - p_0 = \varrho\, l\, \frac{\lambda}{2}\, \frac{r^2}{2}. \tag{78}$$

Dabei bedeutet p_0 den Druck im Zentrum $r=0$. Den Radius unserer flüssigen Wirbelfläche F nennen wir $\bar{r}$, den Druck auf dem Rande $\bar{p}$ und den mittleren Druck in dieser Fläche p_m. Dann ist also nach Gl. (78)

$$\bar{p} - p_0 = \frac{\varrho\, l\, \lambda}{4}\, \bar{r}^2 \tag{79}$$

und

$$\left.\begin{aligned} p_m - p_0 &= \frac{\varrho\, l\, \lambda}{4\,\bar{r}^2\,\pi} \int_0^{\bar{r}} 2\pi\, r\, r^2\, dr \\ &= \frac{\varrho\, l\, \lambda}{8}\, \bar{r}^2. \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

Wenn wir die Gl. (79) von (80) subtrahieren, erhalten wir

$$p_m - \bar{p} = -\frac{\varrho\, l\, \lambda}{8}\, \bar{r}^2, \tag{81}$$

worin wir die Gasgleichung

$$\varrho = \frac{p_m}{R\,T} \tag{82}$$

einsetzen:

$$\frac{p_m - \bar{p}}{p_m} = -\frac{l\,\bar{r}^2}{8\,R\,T}\,\lambda. \tag{83}$$

Die *individuelle Änderung* von p_m ist nun die Größe Δp_m unserer Gl. (76). Wir bestimmen sie aus Gl. (83) durch Differenzieren (näherungsweise):

$$\frac{\Delta p_m}{p_m} = \frac{\Delta \bar{p}}{p_m} - \frac{\bar{r}^2}{8RT}(l\,\Delta\lambda + \lambda\,\Delta l). \tag{84}$$

Hier bedeutet also $\Delta\bar{p}$ die Veränderung des den Wirbel umgebenden Druckes. $\Delta\bar{p}$ ist (ebenso wie $\Delta\bar{T}$) eine horizontale Differenz im planetarischen Feld.

Da die Größe l zwischen 40 und 90° Breite rund

$$l \sim 1{,}2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1} \tag{85}$$

beträgt, können wir mit hinreichender Näherung

$$\frac{l^2\bar{r}^2}{8RT} \sim \frac{\bar{r}^2}{r_E{}^2} \quad (r_E = \text{Erdradius}) \tag{86}$$

in Gl. (84) einsetzen, zumal, da eventuelle Abweichungen des Wirbels von der Kreisform ohnehin nur eine grobe Bestimmung dieser Größe gestatten. Aus Gl. (84) erhalten wir dann, indem wir die Gl. (86) einsetzen:

$$\frac{\Delta p_m}{p_m} = \frac{\Delta \bar{p}}{p_m} - \frac{\bar{r}^2}{r_E{}^2}\left(\frac{\Delta\lambda}{l} + \frac{\lambda}{l}\frac{\Delta l}{l}\right). \tag{87}$$

Die (relative) *Wirbeländerung* $\Delta\lambda$ gewinnen wir nun, indem wir die Gl. (87) in Gl. (76) einsetzen:

$$\left(1 + \frac{\bar{r}^2}{r_E{}^2}\frac{\lambda}{l}\right)\Delta l + \left(1 + \frac{\bar{r}^2}{r_E{}^2}\right)\Delta\lambda = l\left(\frac{\Delta\bar{T}}{T} + \frac{\Delta\bar{p}}{p_m}\right). \tag{88}$$

Da $\Delta\bar{T}$ und $\Delta\bar{p}$ sich beide auf das planetarische Feld zwischen 40° und 90° beziehen, ist erfahrungsgemäß immer $\Delta\bar{p}/p_m \leqq 0{,}01$ (im horizontalen bodennahen Feld), während $\Delta\bar{T}/T$ Werte bis 0,1 erreicht. Aber beide haben stets dasselbe Vorzeichen, denn zwischen 90° und 40° Breite nehmen beide, Druck und Temperatur, äquatorwärts zu. Wir können also hier näherungsweise die Gleichung:

$$\frac{\Delta\bar{p}}{p_m} \sim 0{,}1\,\frac{\Delta\bar{T}}{T} \tag{89}$$

gebrauchen.

Auf der linken Seite der Gl. (88) enthalten beide Klammern Werte, welche nahe bei 1 liegen, wenn $\bar{r} \ll r_E$ ist. Für die normalerweise vorkommenden Wirbelmassen mit dem Durchmesser $2\bar{r} < r_E$ kann man also diese Klammerwerte ~ 1 setzen und erhält (für $\varphi \geqq 40°$):

$$\Delta(l + \lambda) = l\,\frac{\Delta\bar{T}}{T} \sim 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\Delta\bar{T}}{T}\,\mathrm{sec}^{-1}. \tag{90}$$

Man sieht, daß die vorticity (ohne Reibung) nicht streng konstant ist, sondern sich beim Durchlaufen einer Frontalzone mit 25° Temperaturdifferenz etwa um 10% ändert, und zwar vermehrt in äquatorwärts, vermindert in polwärts vorstoßenden Wirbelmassen. Doch kann man näherungsweise diese geringe Änderung unbeachtet lassen.

Beispiel a. „Cutoff"-Effekt: Polwärts von 70° Breite liegt eine Polarluftmasse, welche anfänglich (Index 1) nur mit der Erde rotiert:

$$\lambda_1 = 0; \qquad l_1 = 2\,\omega_E \sin\varphi_1 = 1{,}4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}. \tag{91}$$

Aus dieser Polarluft stößt eine schmale „Kaltluftzunge" äquatorwärts vor bis 45° Breite (Index 2) und durchläuft dabei eine planetarische Frontalzone von 25° horizontaler Temperaturdifferenz:

$$l_2 = 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}; \qquad \frac{\Delta\,\overline{T}}{T} = +\,0{,}1. \tag{92}$$

Nach Gl. (90) muß dann

$$l_2 - l_1 + \lambda_2 - \lambda_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\,\frac{\Delta\,\overline{T}}{T} \tag{93}$$

sein. Setzt man hier die Zahlenwerte (91) und (92) ein, so ergibt sich:

$$\lambda_2 = +\,0{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}. \tag{94}$$

D. h. an der Spitze der Kaltluftzunge ist eine kräftige Zyklone entstanden, welche (infolge Reibung) am Erdboden wesentlich schwächer ist als in der Höhe („Kompensation").

Dieser neu entstandene Relativwirbel λ_2 besitzt nun in allen Schichten der Troposphäre (und Substratosphäre) eine rundumlaufende Strömung. Hierdurch „schnürt" er sich selbst von der Zunge „ab"; die Wirbelströmung λ_2 bewirkt, daß die weit vorgestoßene Polarluft schließlich rundum von Subtropikluft umgeben ist. Diese „Abschnürung" nennt C. G. ROSSBY [*4*] „cutoff". Sie wird im Wetterdienst häufig beobachtet.

Beispiel b. „Jetstream." Wenn eine anfänglich ruhende Polarluftmasse nicht mit schmaler „Zunge" , sondern in breiter Front äquatorwärts von 70 bis 45° Breite vorstößt, so ergibt sich in 45° ebenfalls ein λ_2-Wert nach Gl. (94), aber im wesentlichen als (zyklonale) Westwindscherung, nicht als Kreiswirbel. In 55° Breite würde dann dieselbe Rechnung $\lambda_2 = +\,0{,}2 \cdot 10^{-4}$, in 65° Breite $\lambda_2 = +\,0{,}1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$ (sämtliche als Westwindscherung) ergeben. Wenn also im Endzustand (Index 2) bei 70° Breite nach wie vor der Westwind verschwindet, so muß er bei 60° Breite rund 10 m/sec, bei 50° rund 30 m/sec und bei 40° rund 80 m/sec betragen. Derartige Westwindfelder sind in Amerika im 10-km-Niveau mehrfach beobachtet worden [*4*]. In unteren Schichten verhindert die Reibung diese große Windgeschwindigkeit.

C. G. ROSSBY [*4*] nennt diesen starken Höhenwind bei 40° Breite „jetstream". Offenbar entsteht der „jetstream" nur dann, wenn der Durchmesser der vorstoßenden Polarluft hinreichend groß (> 4000 km) und der Nachschub weiterer Polarluftmassen irgendwie gesichert ist.

Konstante vorticity. In polwärts vorstoßender Subtropikluft treten selbstverständlich die entsprechenden Erscheinungen mit entgegengesetztem Vorzeichen auf. Aber diese Wirbelquanten haben bereits in ihrer Anfangslage (bei etwa 45° Breite) einen erheblichen zyklonalen Relativwirbel λ_1 (Scherungswirbel), so daß der antizyklonale cutoff-Effekt und der Ostwind-jetstream einer polwärts vorgestoßenen Subtropik-Luftmasse

erheblich schwächer erscheinen. Auch sind diese Warmluftvorstöße (erfahrungsgemäß) meist weniger plötzlich, so daß Reibungs- und Mischungsvorgänge Zeit haben, diesen Effekt abzuschwächen. Dennoch gilt im Wetterdienst die Erfahrungsregel, daß polwärts vorstoßende Subtropikluft eine Antizyklone „aufbaut" (z. B. „Vorstoß des Azorenhochs" an die europäische Westküste).

Stellt man in Rechnung, daß gewisse Reibungsverluste (im Mittel vielleicht 10%) bei Polar- und Subtropikluftvorstößen eintreten, so ergibt sich aus Gl. (90), daß die vorticity dabei ungefähr konstant bleibt, wie C. G. Rossby es fordert:

Große, schnell polwärts oder äquatorwärts vorstoßende Luftmassen behalten dabei (im Mittel aller Schichten) ungefähr konstante vorticity.

15. Vorticity-Austausch.

Mischung. Zu den eingangs festgelegten Austauschvoraussetzungen gehörte u. a. auch die „Mischungsgleichung" (2), welche zeigt, daß sich bei der Mischung zweier Massen m_1 und m_2 eine resultierende Absolutgeschwindigkeit $\mathfrak{w}_{12}$ aus den beiden vorher vorhandenen Absolutgeschwindigkeiten $\mathfrak{w}_1$ und $\mathfrak{w}_2$ ergibt. Durch Mischung werden also die (absoluten) Geschwindigkeitsunterschiede beseitigt. Da die „vorticity" auf absoluten Geschwindigkeitsunterschieden beruht, ist es evident, daß sie bei der Mischung verschwinden muß. Die „vorticity" kann also nicht als „austauschbare Größe" im landläufigen Sinne gelten und darf nicht als solche in die gebräuchlichen Austauschformeln eingesetzt werden. Es hat überhaupt nur dann einen Sinn, von „vorticity-Austausch" zu sprechen, wenn man dabei ein gänzlich anderes Austauschmodell ohne jede Vermischung vor Augen hat, versuchsweise z. B. folgendes:

Planetarisches Modell. Setzen wir voraus, daß die großen planetarischen Wirbel-Austauschquanten den 40°-Breitenkreis nicht überschreiten, sich polwärts von 40° Breite nicht vermischen und zwischen 40 und 70° Breite keine Reibung am Erdboden erfahren, so behalten diese Quanten ihre vorticity so lange, bis sie ins Polargebiet ($\varphi > 70°$) gelangen, und nehmen hier (bei längerem Aufenthalt) durch Bodenreibung die „vorticity" $2\,\omega_E$ des festen Erdkörpers an. Dann würden bald alle Massen polwärts von 40° die vorticity $2\,\omega_E$ haben. Aber es kommen Quanten mit kleinerer vorticity aus dem Passatgebiet. Im Mittel ist also die vorticity aller polwärts 40° auftretenden zyklonalen und antizyklonalen Wirbel kleiner als $2\,\omega_E$. Diese Voraussetzung vereinfachen wir folgendermaßen: Aus dem Polargebiet stoßen fortwährend Kaltluftzungen äquatorwärts, von den Subtropen Warmluftzungen polwärts vor. Erstere haben in sich konstante vorticity $l + \lambda$, letztere charakterisieren wir nachstehend.

Driftendes Koordinatensystem. Wir verwenden, wie oben, in jeder Breite φ (und ihrer Nachbarschaft) ein x-y-Koordinatensystem, welches mit dem so gemittelten Westwind driftet. Die absolute Winkelgeschwindigkeit, mit welcher dieser mittlere Westwind um die Erdachse rotiert, nennen wir ω_φ. Diese ist also in verschiedenen Breiten verschieden;

desgleichen die Rotation der mitschwimmenden Koordinatensysteme, welch letztere die absolute vorticity

$$l_\varphi = 2\,\omega_\varphi \sin\varphi \tag{95}$$

haben. Dies sei (der Einfachheit halber) auch die vorticity der Subtropikluft.

Die relative vorticity eines Polarluftquantums relativ zu diesem Koordinatensystem nennen wir λ_r. Dann ist also innerhalb der einzelnen Kaltluftzunge die absolute vorticity $l_\varphi + \lambda_r$ für alle Breiten gleich, dagegen nicht in der Warmluftzunge.

Die *planetarische vorticity* (des gemittelten Feldes) beträgt nun, wenn wir die über den Breitenkreis gemittelte Polarluftvorticity ($\overline{\lambda_r}$) durch einen Querstrich kennzeichnen und wenn Polar- und Subtropikluft gleich häufig auftreten,

$$l_\varphi - \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial \varphi}\cos\varphi = l_\varphi + \frac{1}{2}\overline{\lambda_r}. \tag{96}$$

Hier steht auf der linken Seite die vorticity des mittleren Westwindfeldes, auf der rechten Seite der Breitenmittelwert aller einzelnen vorticity-Größen.

Nach den oben gegebenen Voraussetzungen soll nun das Breitenmittel über die Polarluft-vorticity

$$l_\varphi + \overline{\lambda_r} = 2\,\omega_E \tag{97}$$

betragen. Daraus folgt:

$$\frac{1}{2}\overline{\lambda_r} = \omega_E - \frac{1}{2}\,l_\varphi. \tag{98}$$

Setzen wir diesen Wert in Gl. (96) ein, so erhalten wir:

$$\frac{1}{2}\,l_\varphi - \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial \varphi}\cos\varphi = \omega_E, \tag{99}$$

oder mit Rücksicht auf (95):

$$\omega_\varphi \sin\varphi - \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial \varphi}\cos\varphi = \omega_E, \tag{100}$$

oder:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}(\omega_\varphi \cos\varphi) = -\omega_E \tag{101}$$

und, integriert von $\pi/2$ bis φ:

$$\omega_\varphi \cos\varphi = \omega_E\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right). \tag{102}$$

Anschaulich bedeutet diese Bedingung des planetarischen vorticity-Austauschgleichgewichts, welches sich unter den oben angegebenen Voraussetzungen aus mangelnder Vermischung ergibt, folgendes:

Man denke sich eine starre ebene Scheibe senkrecht zur Erdachse, den Pol tangierend und mit der Erde fest verbunden. Auf dieser Scheibe zeichne man Breitenkreise auf mit demselben Polabstand $r_E(\pi/2 - \varphi)$ wie die Breitenkreise der Erde. Dann hat das planetarische Westwind-

feld, welches der Gl. (102) genügt, auf jedem Breitenkreis dieselbe Absolutgeschwindigkeit, wie der zugeordnete Breitenkreis der starren Scheibe.

Man kann sich also dieses planetarische Westwindfeld (höherer Breiten und hoher Schichten) folgendermaßen konstruieren: Zunächst denkt man sich die Atmosphäre vom Pol bis 45° Breite in eine ebene, den Pol tangierende Scheibe deformiert unter Erhaltung aller Polabstände. Dann läßt man diese Scheibe starr mit der Erde rotieren. Schließlich schmiegt man diese Atmosphärenscheibe wieder der Erdoberfläche an unter Erhaltung aller Polabstände und aller Absolutgeschwindigkeiten.

Der *Westwind* v des planetarischen Feldes ist dann (relativ zur festen Erde) folgendermaßen definiert:

$$v = r_E \cos\varphi\,(\omega_\varphi - \omega_E). \quad (103)$$

Setzen wir die Gl. (102) in Gl. (103) ein, so erhalten wir:

$$v = r_E \omega_E \left(\frac{\pi}{2} - \varphi - \cos\varphi\right). \quad (104)$$

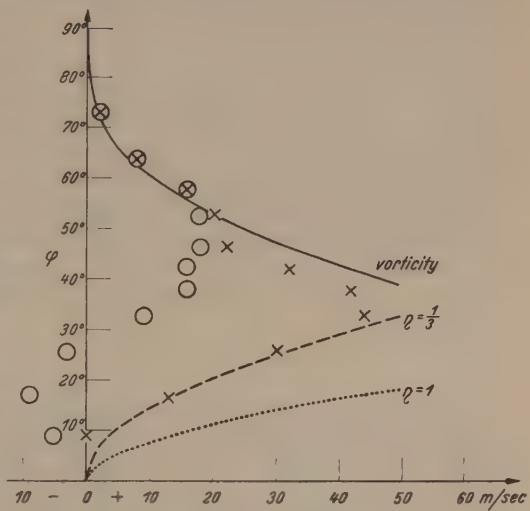

Abb. 4. Mittlerer Westwind zwischen 7 und 15 km Höhe 1941 bis 1945 über Nord- und Mittelamerika nach C. G. Rossby [4]. Kreuzpunkte: Winterbeobachtungen. Kreispunkte: Sommerbeobachtungen. Ausgezogene Kurve: konstante vorticity, Gl. (104). Punktierte Kurve: konstantes Rotationsmoment (monotropes Austauschgleichgewicht $\eta = 1$). Gestrichelte Kurve: heterotropes Austauschgleichgewicht $\eta = \frac{1}{3}$.

In Abb. 4 sind diese Westwindwerte mit ausgezogener Kurve eingetragen. Man sieht hier, daß sie vom Pol bis 45° im Winter und bis 55° im Sommer mit den amerikanischen Beobachtungen hoher Schichten übereinstimmen.

Trotz dieser Übereinstimmung mit den Beobachtungen soll das vorstehende Modell nicht als getreue Wiedergabe der wirklichen Vorgänge gelten, sondern nur aufzeigen, daß ein planetarischer vorticity-Austausch ohne Vermischung denkbar ist.

V. Die planetarische Zirkulation der Erdatmosphäre.

16. Das Reibungsgleichgewicht.

Heterotroper Meridionalaustausch. Die Sonnenbestrahlung bewirkt in der Atmosphäre meridionale Austauschbewegungen. Wenn man diese in ihrer Gesamtheit betrachtet (ohne Unterscheidung vertikaler und horizontaler Zirkulationen), so handelt es sich um einen zweidimensionalen,

durch Wärmezirkulationen angetriebenen Austausch mit bevorzugter Meridionalkoordinate, d. h. um einen „heterotropen" Meridionalaustausch.

Impulsfluß. Dieser Austausch enthält also einen meridionalen Transport von Westwindimpulsen; über die Streckeneinheit jedes Breitenkreises treten in Richtung der positiven x-Achse pro Zeiteinheit S_v Westwindimpulseinheiten:

$$S_v = -A_x \left(\eta\, l + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right). \tag{105}$$

Dabei ist η positiv und kleiner als 1. $\partial v_y/\partial x$ bedeutet hier die mittlere Westwindscherung aller Schichten (gemittelt unter Berücksichtigung ihrer Bedeutung für den planetarischen Austausch), ist also nicht genau bestimmbar. Da auch A_x nicht genau bestimmt werden kann, fassen wir beide Ungenauigkeiten in einer Größe A_φ zusammen:

$$A_\varphi = A_x \left(\eta + \frac{\partial v_y/\partial x}{l}\right), \tag{106}$$

so daß

$$S_v = -A_\varphi\, l \tag{107}$$

ist.

Dieser mittlere Westwind-Impulsfluß aller Schichten kann nur polwärts gerichtet sein, denn das Rotationsmoment ist in geringen Breiten stets größer als in höheren Breiten, und daher fließen die absoluten Drehimpulse im heterotropen Austausch notwendig polwärts; desgleichen die Westwindimpulse. Nach Gl. (107) muß also A_φ positiv sein.

Austauschmoment D_A. Über jeden Breitenkreis treten also (im Mittel aller Schichten und längerer Zeiträume) Westwindimpulse polwärts. Denkt man sich in einem Breitenkreis eine vertikale Ringfläche errichtet, welche die polwärts davon gelegene Atmosphäre von der äquatorwärts gelegenen abtrennt, so wirkt der Impulsfluß S_v wie eine „Schubspannung" in dieser Trennungsfläche: Derjenige Teil der Atmosphäre, welcher auf der Äquatorseite liegt, übt fortwährend (im Mittel) auf den polwärts gelegenen Teil eine ostwärts gerichtete Kraft, also ein Drehmoment D_A in Richtung der Erdrotation aus. Dieses Drehmoment nennen wir kurz „Austauschmoment". Es beträgt nach Gl. (107):

$$D_A = -2\pi r_E^2 \cos^2\varphi\, S_v = 4\pi r_E^2\, \omega_E\, A_\varphi \sin\varphi \cos^2\varphi. \tag{108}$$

Das Austauschmoment D_A würde die Rotation der polnäheren Luftmassen fortwährend auf Kosten der Rotation der äquatornäheren Massen beschleunigen, wenn nicht die Reibung am Erdboden dieser Beschleunigung entgegenwirken würde.

Die *Bodenreibung* verzögert die Rotation der Westwindmassen und beschleunigt diejenige der Ostwindmassen. Sie wirkt also nur dann dem Austauschmoment D_A entgegen, wenn in Bodennähe der Westwind auf der Polseite, der Ostwind auf der Äquatorseite der Halbkugel überwiegt. Diese Bedingung ist, wie die Beobachtungen zeigen, erfüllt; sie

bildet bereits bei W. Ferrel [11] den Ausgangspunkt seiner Zirkulationstheorie. Die westöstliche Kraft, welche die Bodenreibung auf die bodennahe Luft (pro Flächeneinheit des Erdbodens) ausübt, nennen wir K_B und bestimmen sie folgendermaßen:

Diese Bodenreibungskraft K_B setzt sich zusammen aus der westöstlichen Schubspannung K_R, welche die „bodennahe Reibungsschicht" der Atmosphäre (etwa die untersten 1000 m) auf die „freie" Atmosphäre (oberhalb 1000 m) durch Vertikalaustausch überträgt, und aus derjenigen Kraft K_M, welche die bodennahen (unter 1000 m gelegenen) Luftmassen westöstlich beschleunigt (Absolutbeschleunigung):

$$K_B = K_R + K_M. \tag{109}$$

Erfahrungsgemäß ist in der Erdatmosphäre K_M wesentlich größer als K_R. Die letztere ist also nur ein Korrekturglied in Gl. (109).

Die *Schubspannung* K_R können wir direkt aus Beobachtungen bestimmen. Nach der Austauschtheorie von W. Schmidt [10, S. 49] ist:

$$K_R = -\left(A_z \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)_R, \tag{110}$$

wobei A_z den Vertikalaustauschkoeffizient bedeutet und der Index R auf der rechten Seite darauf hinweist, daß beide Faktoren in der Klammer zur „Reibungshöhe" (1000 m) gehören. Da in diesem Niveau bereits ungefähr geostrophischer Wind herrscht, können wir die Stüvesche Gleichgewichtsformel [10, S. 44]

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{g}{l}\frac{1}{T}\frac{\partial T}{r_E\,\partial \varphi} \tag{111}$$

anwenden und darin ungefähr den Erfahrungswert des planetarischen Temperaturfeldes

$$-\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial \varphi} \sim \vartheta \cdot \sin\varphi \begin{cases} \vartheta = 0{,}1 \text{ für } \varphi > 20° \\ \vartheta = 0 \quad\;\; ,, \quad \varphi < 20° \end{cases} \text{ im Sommer} \qquad \vartheta = 0{,}2 \text{ im Winter} \tag{112}$$

einsetzen. (Wir brauchen diese Werte nur ungefähr, weil K_R nur ein Korrekturglied ist.) Daraus ergibt sich die Schubspannung:

$$K_R = -A_z \frac{g\,\vartheta}{2\,\omega_E r_E}. \tag{113}$$

Die *Beschleunigungskraft* K_M der über der Flächeneinheit gelegenen bodennahen Luft ist im wesentlichen die „reactio" der westöstlichen Corioliskraft:

$$K_M' = +l\,M', \tag{114}$$

wobei M' den meridionalen Massenfluß der bodennahen Reibungsschicht bedeutet. Da nämlich das planetarische Feld kein westöstliches Druckgefälle enthält, muß die Bodenreibung die gesamte westöstliche Corioliskraft hergeben.

In höheren Breiten ($\varphi > 25°$) beträgt nach der Theorie der „EKMAN-spirale" [*10*, S. 52]:

$$M' = -\frac{1}{2}\varrho\, a\, v_g', \tag{115}$$

wobei

$$a = +\sqrt{\frac{2A_z}{l\varrho}} \sim 3 \cdot 10^4 \text{ cm} \tag{116}$$

die Höheneinheit der EKMANspirale und

$$v_g' = -\frac{1}{l\varrho}\frac{\partial p}{r_E \partial \varphi} \tag{117}$$

den geostrophischen Wind bedeuten. p ist hier der Druck im repräsentativen Hauptniveau der bodennahen Reibungsschicht (etwa 250 m über dem Meeresspiegel).

Setzen wir die Gl. (115) bis (117) in Gl. (114) ein, so erhalten wir für höhere Breiten ($\varphi > 25°$):

$$K_M' = \frac{1}{2 r_E}\sqrt{\frac{A_z}{\omega\varrho}}\frac{1}{\sqrt{\sin\varphi}}\frac{\partial p}{\partial \varphi}. \tag{118}$$

In niedrigen Breiten ($\varphi > 25°$) ist aber weder Gl. (114) noch (115), daher auch nicht (118) richtig, wie man schon daran erkennt, daß K_M' mit Annäherung an den Äquator ($\varphi \to 0$) über alle Grenzen wächst. Hier darf nämlich die individuelle Relativbeschleunigung (relativ zur Erde) nicht gegen die Coriolisbeschleunigung vernachlässigt werden. Deshalb muß K_M' noch mit einem Faktor $e^{-\mu}$ versehen werden, welcher mit Annäherung an den Äquator ($\varphi \to 0$) verschwindet.

$$K_M = K_M e^{-\mu}. \tag{119}$$

Dabei ist außerhalb der engeren Äquatorzone (für $\varphi > 5°$) ungefähr

$$\mu = \frac{0{,}08}{\varphi^2}\frac{1}{p}\left\{\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{0{,}6}{\varphi}\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \varphi\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}\right)\right\} \tag{120}$$

und innerhalb derselben ($\varphi < 5°$)

$$\mu = +\infty \tag{121}$$

zu setzen (φ im Bogenmaß gerechnet).

Funktion μ (φ). Die Berechnung dieser Funktion μ ist sehr kompliziert und soll hier nur kurz angedeutet werden:

Zunächst ist M' in Gl. (115) wegen *meridionaler* Relativbeschleunigung (dv_x/dt) zu korrigieren, indem man statt des Wertes v_g' der Gl. (117)

$$v_g = -\frac{1}{l}\left(\frac{1}{\varrho\, r_E}\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{dv_x}{dt}\right) \tag{122}$$

in (115) einsetzt. Dabei beträgt, wie die EKMANspirale [10, S. 51] zeigt, mit ausreichender Näherung

$$v_x = -\frac{v_g}{4} \tag{123}$$

für diejenigen Höhen der bodennahen Reibungsschicht, welche im wesentlichen den Massenfluß M enthalten. Daher ist:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{v_x}{r_E}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} = -\frac{0{,}06}{r_E} v_g \frac{\partial v_g}{\partial \varphi}. \tag{124}$$

Führt man die Differentiation näherungsweise aus (in niedrigen Breiten kann φ statt $\sin\varphi$ gesetzt werden), so ergibt sich

$$2\,\omega\,\varphi\,v_g = -\frac{1}{r_E\,\varrho}\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{0{,}06}{r_E} v_g^{\,2}\left(\frac{1}{\varphi} - \frac{\partial^2 p/\partial\varphi^2}{\partial p/\partial\varphi}\right). \tag{125}$$

Man löst diese quadratische Gleichung nach v_g auf und entwickelt die dabei auftretende Wurzel um den Wert 1 in eine Potenzreihe, welche man nach dem dritten (quadratischen) Glied abbricht. Dann ergibt sich:

$$v_g = -\frac{1}{l\,r_E\,\varrho}\frac{\partial p}{\partial \varphi}\left\{1 - \frac{0{,}015\left(\frac{1}{\varphi} - \frac{\partial^2 p/\partial\varphi^2}{\partial p/\partial\varphi}\right)}{\omega^2\,\varphi^2\,r_E^{\,2}\,\varrho}\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right\}. \tag{126}$$

Dieser Wert muß also statt v_g' in Gl. (115) eingesetzt werden, um den richtigen Wert M statt M' zu erhalten.

Ferner ist aber auch die Gl. (114) wegen *westöstlicher* Relativbeschleunigung (dv_y/dt) durch folgende zu ersetzen:

$$K_M = l\,M + \frac{M}{v_x}\frac{dv_y}{dt}, \tag{127}$$

wobei ungefähr

$$\frac{dv_y}{dt} = -2\,\frac{dv_x}{dt} + v_x\frac{v_g}{r_E} \tag{128}$$

ist. Das erste Glied rechts gibt hier die westöstliche Beschleunigung bei geradliniger Relativbewegung an, das zweite berücksichtigt eine geringe antizyklonale Bahnkrümmung von etwa 6000 km Radius. Setzt man in (127) die Gl. (128), (123), (124) und (126) ein, so erhält man:

$$K_M = l\,M\left\{1 + \frac{v_g}{l}\left[\frac{0{,}5}{r_E}\left(\frac{1}{\varphi} - \frac{\partial^2 p/\partial\varphi^2}{\partial p/\partial\varphi}\right) + \frac{1}{r_E}\right]\right\}. \tag{129}$$

Setzt man hier die berichtigte Gl. (115) und Gl. (126) ein, so erhält man näherungsweise mit Hilfe der Gasgleichung und mit Rücksicht auf (118):

$$K_M = K_M'\left\{1 - \frac{R\,T}{4\,\omega_E^{\,2}\,r_E^{\,2}\,\varphi^2}\frac{1}{p}\left[\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{0{,}6}{\varphi}\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \varphi\,\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}\right)\right]\right\}, \tag{130}$$

also mit den bekannten Zahlenkonstanten (R = Gaskonstante der Luft, $T \sim 250°\,K$ usw.):

$$K_M = K_M'\left\{1 - \frac{0{,}08}{\varphi^2}\frac{1}{p}\left[\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{0{,}6}{\varphi}\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \varphi\,\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}\right)\right]\right\}. \tag{131}$$

Diese Gleichung gilt, weil sie aus einer abgebrochenen Potenzreihe gewonnen ist, nur soweit in der geschweiften Klammer das zweite Glied klein gegen 1 ist, d. h. für $\varphi > 6°$. Es ist aber ohne weiteres evident, daß K_M stets dasselbe Vorzeichen wie K_M' hat und gegen Null konvergiert,

wenn $\varphi \to 0$ geht. Deshalb setzt man statt der geschweiften Klammer der Gl. (131) besser die Exponentialfunktion $e^{-\mu}$ nach Gl. (120). In unmittelbarer Äquatornähe ($\varphi < 5°$) ist allerdings auch diese Funktion noch unvollkommen, so daß dort einfach $K_M = 0$ zu setzen ist.

Kritik. Wie man sieht, kann die Funktion $\mu(\varphi)$ nicht genau bestimmt werden. Doch ist das für die praktische Anwendung nicht von Belang, denn einerseits sind die Werte μ für $\varphi > 25°$ ($\mu = 0$) und $\varphi < 5°$ ($\mu = +\infty$) ohnehin evident, anderseits kommt es im Bereich $5° < \varphi < 25°$ weniger auf die Zahlenkonstanten der Gl. (120) an als auf die Potenz, mit welcher φ im Nenner erscheint. Diese ist durch vorstehende Ableitung gesichert.

Bodenreibungsmoment D_B. Wir teilen die Erdoberfläche in schmale Breitenzonen zwischen φ und $\varphi + d\varphi$. In jeder Zone $d\varphi$ übt der Erdboden durch Reibung ein Drehmoment $D_B \cdot d\varphi$ auf die Luft dieser Zone aus. Dieses Drehmoment D_B zerlegen wir (ebenso wie K_B) in einen Teil D_M, welcher die Rotation der bodennahen Massen beschleunigt, und den anderen Teil D_R, welcher auf die freie Atmosphäre übertragen wird:

$$D_B = D_M + D_R; \tag{132}$$

$$D_M = K_M 2\pi {r_E}^3 \cos^2\varphi; \tag{133}$$

$$D_R = K_R 2\pi {r_E}^3 \cos^2\varphi. \tag{134}$$

wobei die Gl. (119), (118), (113) entsprechend einzusetzen sind.

Reibungsgleichgewicht hat die Atmosphäre dann, wenn in jeder Breite $\bar{\varphi}$

$$D_A = \int_0^{\bar{\varphi}} D_B \, d\varphi = -\int_{\bar{\varphi}}^{\frac{\pi}{2}} D_B \, d\varphi \tag{135}$$

ist. Die linke Seite dieser Gleichung ist das Drehmoment, welches der äquatorwärts des Breitenkreises $\bar{\varphi}$ gelegene Teil auf den polwärts davon gelegenen Teil der Atmosphäre ausübt. Die mittlere Seite dieser Gleichung ist das Drehmoment, welches die feste Erde auf den äquatorseitigen Atmosphärenteil, die rechte Seite das Drehmoment, welches der polseitige Atmosphärenteil auf die feste Erde ausübt. Wenn diese drei Drehmomente miteinander im Gleichgewicht sind, kann keine Rotationsbeschleunigung eintreten.

Der planetarische Mittelzustand der Atmosphäre muß selbstverständlich das „Reibungsgleichgewicht" erfüllen. Andernfalls würde sich nämlich ein anderer Mittelzustand einstellen, welcher die Gl. (135) erfüllt.

Allerdings verlangt die Gl. (135), daß jede Halbkugel für sich allein Reibungsgleichgewicht besitzt. Dieses muß man fordern, wenn das Austauschmoment D_A am Äquator verschwindet, was nach Gl. (108) naheliegt, weil dort $l = 0$ ist. Da auch $\partial v_y/\partial x$ dort nahezu verschwindet, ist wohl nach Gl. (106) anzunehmen, daß $A\varphi$ nicht mit Annäherung an den Äquator über alle Grenzen wächst. Deshalb ist die Voraussetzung berechtigt, daß D_A mit Annäherung an den Äquator verschwindet. Die Gl. (135) hat also wenigstens näherungsweise Gültigkeit für das planetarische Feld.

Die *Luftdruckbeobachtungen* gestatten es nun, das Reibungsmoment D_B aus den Gl. (132), (133), (134), (119), (118), (113) zu berechnen. Allerdings enthält diese Rechnung noch die Unsicherheit, daß A_z nicht in allen Breiten hinreichend bekannt ist. Wahrscheinlich ist A_z auf Kontinenten eine Zehnerpotenz größer als auf Ozeanen. Dafür ist aber auf der (ozeanischen) Südhalbkugel $\partial p/\partial\varphi$ erheblich größer als auf der mehr kontinentalen Nordhalbkugel. Wir müssen also entweder in unsere Rechnung für jede Breite einen anderen Wert A_z einsetzen (entsprechend der jeweiligen Landbedeckung) oder von einem solchen „planetarischen" Druckfeld p ausgehen, welches sich über einer allenthalben gleich beschaffenen Erdoberfläche einstellen würde. Durch Vergleich des beobachteten Druckfeldes der Nord- und Südhalbkugel kann man ein solches einheitlich-planetarisches Druckfeld konstruieren [*12*]. Dieses ist (für 22% Landbedeckung) in der Spalte 2 der Tab. 3 angegeben, als Relativdruckfeld vorbehaltlich einer additiven Konstante.

Tabelle 3.

1. $\bar{\varphi}$ = geographische Breite.
2. p = planetarischer Druck im Niveau 250 gdm (für 22% Landbedeckung).
3. $D_B\,\Delta\varphi$ = Bodenreibungsmoment in der Zone $\Delta\varphi = 10°$, berechnet mit $A_z = 40$ gr · cm^{-1} · sec^{-1}.
4. D_A = Austauschmoment, im Breitenkreis $\bar{\varphi}$ von dem einen auf den anderen Atmosphärenteil übertragen.
5. A_φ = planetarischer Austauschkoeffizient.

1	2		3		4		5	
$\bar{\varphi}$	p mb		$D_B\,\Delta\varphi$ 10^{26} dyn cm		D_A 10^{26} dyn cm		A_φ 10^{12} gr sec^{-1}	
	Winter	Sommer	Winter	Sommer	Winter	Sommer	Winter	Sommer
0°	0	0			0	0	?	?
10°	+ 3,0	+ 0,5	+ 0,7	+ 0,2	0,7	0,2	1,1	0,3
20°	+ 8,0	+ 3,0	+ 2,0	+ 1,2	2,7	1,4	2,3	1,2
30°	+ 10,5	+ 5,0	+ 1,0	+ 0,8	3,7	2,2	2,6	1,5
40°	+ 8,0	+ 4,2	— 0,9	— 0,3	2,8	1,9	2,0	1,3
50°	— 1,0	— 2,0	— 1,6	— 1,0	1,2	0,9	1,0	0,7
60°	— 9,5	— 8,0	— 1,0	— 0,7	0,2	0,2	0,2	0,2
70°	— 14,0	— 11,0	— 0,2	— 0,2	0	0	0	0

Theoretische Betrachtungen. In Tab. 3 fällt auf, daß D_A und A_φ bei 30° Breite ein Maximum haben und daß D_B dort verschwindet. Das letztere ist selbstverständlich vom ersteren nicht zu trennen, denn die Gl. (135) ergibt differenziert:

$$\frac{\partial D_A}{\partial\varphi} = D_B. \tag{136}$$

D_B muß also dort verschwinden, wo D_A ein Maximum hat. A_φ ist überhaupt (nach Tab. 3) zwischen 20 und 40° Breite ungefähr konstant. Dieses ist auch theoretisch einleuchtend: Es handelt sich hier um einen Impulsaustausch zwischen dem Äquator und der Polarfront (etwa

60° Breite). Daher hat der Austauschkoeffizient A_φ ein breites Maximum in der Mitte dieses Intervalles.

Wenn wir die Formel (108) nach φ differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial D_A}{\partial \varphi} = 4\pi\omega_E r_E^2 A_\varphi (\cos^3\varphi - 2\cos\varphi\sin^2\varphi) + 4\pi\omega_E r_E^2 \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}\sin\varphi\cos^2\varphi. \tag{137}$$

Setzen wir nun $\partial A_\varphi/\partial\varphi = 0$ voraus, so verschwindet $\partial D_A/\partial\varphi$ unter derjenigen Breite φ_0, welche die Bedingung

$$\cos^2\varphi_0 - \sin^2\varphi_0 = 0 \tag{138}$$

erfüllt, d. h. bei $\varphi_0 = 35°$. Hier ungefähr muß also D_B verschwinden, d. h. hier muß die Grenze zwischen der Zone bodennaher Westwinde (mit negativem D_B) und derjenigen bodennaher Ostwinde (mit positivem D_B) liegen. So hat auch bereits W. FERREL [*11*] diese Grenze bestimmt. Daß sie in Wirklichkeit bei 32° Breite gefunden wird, liegt offenbar daran, daß $A\,\varphi$ hier doch ein wenig polwärts abnimmt.

Durch Reibung am Erdboden wird die Rotation der Atmosphäre zwischen 0 und etwa 30° Breite beschleunigt, zwischen 30 und 90° Breite verzögert. Durch den Meridionalaustausch des Rotationsmoments werden beide Beschleunigungen wieder aufgehoben.

Dieses ist, wie die vorstehenden Erörterungen zeigten, eine notwendige Bedingung, wie auch immer die atmosphärischen Zirkulationen im einzelnen beschaffen sein mögen.

17. Das permanente Zirkulationssystem.

Abb. 5 zeigt ungefähr das planetarische Zirkulationssystem im Meridianschnitt über einem gerade gerichteten Meridian als Abszisse. Diese ist in Breitengrade, die Ordinate in km Höhe geteilt. Die strichpunktierte Linie stellt die Tropopause dar, die bekanntlich am Äquator wesentlich höher liegt als an den Polen.

Permanente Meridionalzirkulationen erscheinen in Abb. 5 mit fetten, einseitig gespitzten Strompfeilen. Insbesondere erkennt man die beiden Passatzirkulationen mit in den Calmen gemeinsam aufsteigenden Ast. Diese beiden Kreisläufe sind ein zwangsläufiger Nebeneffekt des soeben erörterten „Reibungsgleichgewichts", insofern dieses bei 30° Breite eine bodennahe Hochdruckzone (Subtropenhoch) und am Äquator einen bodennahen Tiefdruckgürtel (Calmen) bewirkt. Hierdurch ergibt sich zunächst der bodennahe „Passat". Aber der Antrieb dieses Kreislaufs beruht selbstverständlich auf dem Wärmehaushalt der gesamten Erde [*13*]. Deshalb muß der winterliche Passatkreislauf erheblich stärker sein als der sommerliche (Abb. 5).

Außerdem zeigt die Abb. 5 auf jeder Halbkugel eine (schwache) „Tropopausenzirkulation": Stratosphärische Massen gleiten über der Tropopause polwärts herab. Im Polargebiet gehen fortwährend Luftmassen aus der Stratosphäre in die Troposphäre über (abwärts); in den Tropen dagegen troposphärische in die Stratosphäre (aufwärts). Der

untere Ast dieser permanenten Tropopausenzirkulation fließt in der Troposphäre äquatorwärts, ist aber in Abb. 5 der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet.

Beobachtungen, welche die Existenz dieser permanenten Meridionalzirkulationen beweisen, sind folgende:

Direkte Windmessungen zeigen zunächst den unteren (äquatorwärts fließenden) Ast der Passatzirkulation. Starke Bewölkung und viel Niederschlag beweisen die aufsteigende Bewegung der tropischen Calmen; hohe Gewittertürme reichen bis in die obere Troposphäre. Niederschlagsarmut und geringe Niederschläge der Subtropen (Wüstenzonen) zeigen den absteigenden Ast der Passatzirkulation. Aber deren oberer Horizontal-

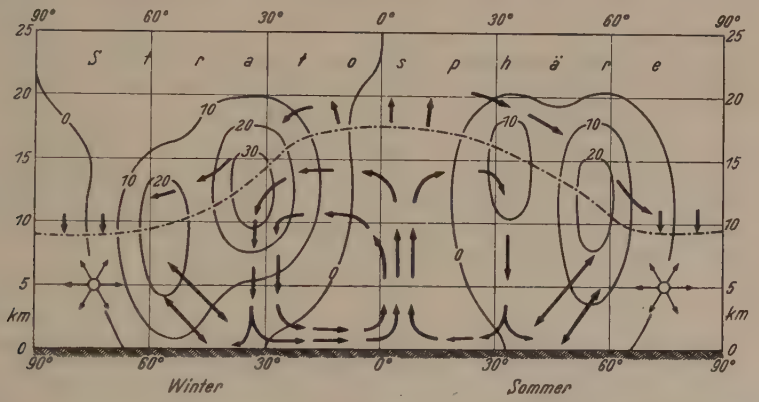

Abb. 5. Planetarisches Zirkulationssystem im Meridianschnitt. Strichpunktiert die Tropopause. Einseitig gespitzte Pfeile zeigen permanente Meridionalzirkulationen. Beiderseits gespitzte Pfeile geben heterotropen Gleitaustausch an. Sechspfeilstern bezeichnet isotropen Horizontalaustausch. Ausgezogene Kurven sind Linien gleicher Westwindstärke: Zahlen bedeuten m/sec.

ast (polwärts fließend) ist nicht durch Beobachtungen bewiesen. Der sogenannte „Antipassat" ist praktisch ein Westwind; die meridionale Strömungskomponente, welche erforderlich ist, um oben den Passatkreislauf zu schließen, ist derart gering (etwa 0,2 m/sec), daß sie nicht direkt beobachtet werden kann. Nur der Kontinuität wegen nimmt man an, daß der Antipassat im Mittel eine schwache polwärts gerichtete Komponente hat.

Der im Polargebiet absteigende Ast der „Tropopausenzirkulation" verrät sich durch die typischen Sichtunterschiede der Polarluft- und Subtropikluftmassen; die ersteren haben sehr gute, die letzteren erheblich schlechtere Fernsicht. Dieser auffallende Unterschied kann nur dadurch zustande kommen, daß die Polarluftmassen längere Zeit ohne Erdberührung und ohne erhebliche Konvektion gewesen sind, um alle kleinen Trübungspartikelchen abzusetzen. Im Polargebiet muß daher die Troposphäre einen fortwährenden Zufluß aus der Stratosphäre erhalten.

Hieraus folgt, daß anderwärts troposphärische Luft in die Stratosphäre übertritt. Dieser aufsteigende Ast der Tropopausenzirkulation

kann nur dort gesucht werden, wo die Tropopause am kältesten ist, d. h. in den Tropen. Andernfalls müßten nämlich Wasser- bzw. Eiswolken in der Stratosphäre auftreten. Da die Stratosphäre keine Bewölkung hat, darf man schließen, daß der Wasserdampf der troposphärischen Luft beim Übergang zur Stratosphäre in einer „Kältefalle" fast restlos abgefangen wird.

Der obere, über der Tropopause polwärts abgleitende und der untere, in der Troposphäre äquatorwärts setzende Ast der Tropopausenzirkulation (letzterer in Abb. 5 nicht eingezeichnet) sind dann aus Kontinuitätsgründen anzunehmen.

Planetarische Westwinde findet man überwiegend in gemäßigten Breiten. Die ausgezogenen Kurven der Abb. 5 bezeichnen ungefähr die Linien gleicher (mittlerer) Westwindstärke; die angeschriebenen Zahlen sind in m/sec gerechnet. Charakteristisch sind die beiden Westwindmaxima jeder Halbkugel, welche im Tropopausenniveau zwischen 30 und 40° sowie zwischen 50 und 60° Breite liegen.

Hier befinden sich die beiden großen planetarischen Frontalzonen: Zwischen 50 und 60° die planetarische „Polarfront", zwischen 30 und 40° die „Äquatorialfront" [*14*]. Die erstere bildet die äquatorseitige Grenze der arktischen Kaltluft, die letztere die polseitige Grenze der äquatorialen Warmluft (warm absteigender Ast der Passatzirkulation).

Nach der STÜVEschen Gleichgewichtsformel [Gl. (44)] muß der Westwind in diesen beiden Frontalzonen aufwärts stark zunehmen. Die beiden oberen Westwindmaxima sind also (im Gleichgewicht) notwendig an die beiden planetarischen Frontalzonen gebunden.

Die *Entstehung* dieser oberen Westwinde kann natürlich nicht durch eine Gleichgewichtsbedingung erklärt werden, sondern nur durch meridionalen Impulsaustausch. Schon im vorstehenden Abschnitt 16 haben wir gesehen: Wie auch immer die atmosphärischen Zirkulationen im einzelnen beschaffen sein mögen, im Mittel müssen sie Westwindimpulse von den Tropen her polwärts befördern.

Im Antipassat ist dieser Impulsfluß ohne weiteres verständlich: Die langsam polwärts setzenden Antipassatmassen werden durch die Erdrotation nach Osten abgelenkt. Da diese Massen in den Calmen keine erhebliche Westostbewegung besitzen (hier kommen sie nämlich aus bodennahen Schichten), gewinnen sie oben auf ihrem polwärts zurückgelegten Wege erhebliche Westwindstärken.

Rotationsmoment. Zunächst sollte man meinen, daß die Antipassatmassen auf dem Wege von den Calmen bis 30° Breite ihr anfängliches Rotationsmoment behalten. Wenn dies richtig wäre, müßte sich im oberen Niveau (7 bis 15 km) die planetarische Westwindverteilung durch die punktierte Kurve der Abb. 4 darstellen. Man sieht, daß die Beobachtungen dem widersprechen; auch die winterlichen Westwinde (Kreuzpunkte der Abb. 4) haben zwischen 0 und 30° Breite nur etwa den dritten Teil derjenigen Geschwindigkeit, welche sie bei der Erhaltung des Rotationsmoments haben müßten. Wo bleiben die fehlenden Impulse?

Der *Erdboden* kann diese Westwindimpulse nicht aufnehmen, denn er gibt, wie wir im vorstehenden Abschnitt 16 sahen, zwischen 0 und 30° Breite Westwindimpulse an die Atmosphäre ab. Die sonst naheliegende Erklärung, daß die Reibung am Erdboden durch Vertikalaustausch bis ins obere Niveau wirkt und dort den Westwind vermindert, ist also nicht angängig. Es läßt sich auch quantitativ nachweisen, daß der dort vorhandene Vertikalaustausch diese Leistung nicht bewältigen kann. Nur der

planetarische Horizontalaustausch kann dieses Rätsel lösen: Der langsam polwärts setzende Antipassat ist mit ewig wechselnden „Störungen", kleineren und größeren Zyklonen und Antizyklonen [*4*] überlagert. Schon der aufsteigende Ast in den Calmen fließt nicht gleichförmig, sondern wechselt zwischen Gewitter und Aufklaren, Tag und Nacht.

Wenn der dem Antipassat überlagerte Horizontalaustausch isotrop ist, beeinflußt er das Windfeld in dem Sinne einer Annäherung an starre Rotation (Kap. II, 4). In diesem Fall vermindert also der Austausch fortwährend das Rotationsmoment der polwärts setzenden Antipassatmassen. Wenn dagegen ein Drittel meridional-monotrop und zwei Drittel isotrop sind, sucht der Austausch den Zustand des Westwindfeldes an die in Abb. 4 gestrichelte Kurve $\eta = 1/3$ anzugleichen, während die austauschfreie Passatzirkulation den in Abb. 4 punktierten Zustand anstreben würde. Der wirklich eintretende Zustand des Westwindfeldes muß dann also zwischen diesen beiden Kurven liegen.

Amerikanische Radiosonden haben in den Jahren 1941 bis 1945 einen Meridianschnitt durch das Westwindfeld bei 80° westlicher Länge geliefert [*4*]. Die mittlere winterliche Westwindgeschwindigkeit zwischen 7 und 15 km Höhe, welche sich dabei ergab, ist in Abb. 4 mit Kreuzpunkten eingetragen. Diese schmiegen sich zwischen 10° und 35° Breite gut der gestrichelten Kurve $\eta = 1/3$ an. Daraus darf man schließen, daß dort und in diesen Jahren der winterliche Horizontalaustausch zu höchstens ein Drittel meridional-monotrop gewesen ist.

Die entsprechenden Westwindgeschwindigkeiten des Sommers sind in Abb. 4 mit Kreispunkten eingetragen. Hier zeigt sich deutlich, daß der Antipassat im Sommer nur schwache Westwinde hat (wahrscheinlich weil der Wärmehaushalt im Sommer nur geringe Wärmetransporte fordert). Zwischen 0 und 20° beherrscht im Sommer isotroper Horizontalaustausch das Feld. Erst zwischen 20 und 30° macht sich die teilweise Erhaltung des Rotationsmoments bemerkbar.

Die *Polarfront* ist uns durch den Wetterdienst besser bekannt als die Äquatorialfront. Auch sie hat ein Westwindmaximum in der Tropopause, in Abb. 5 zwischen 50 und 60° Breite dargestellt. Auch hier besteht das Stüvesche Gleichgewicht der Gl. (44), welches jedoch die Entstehung bzw. Veränderung des oberen Frontalstromes nicht erklären kann, denn das Gleichgewicht kann nicht Ursache einer Veränderung sein. Diese Erklärung liefert der

planetarische Gleitaustausch, der in Abb. 5 durch zwei beiderseits gespitzte Pfeile zwischen 40 und 60° Breite dargestellt ist. Dieser Gleit-

austausch ist keineswegs hypothetisch, sondern in vielen Höhenwetterkarten direkt zu sehen: Jede Frontalzyklone hat auf ihrer Vorderseite (Ostseite) eine polwärts aufgleitende Warmluftmasse, auf ihrer Rückseite (Westseite) eine äquatorwärts abgleitende Kaltluftmasse. Beide Gleitbewegungen durchlaufen antizyklonal gekrümmte Bahnen [2] und machen daher einen „heterotropen" Austausch: Die Vorderseitenwarmluft gewinnt aufgleitend an Westwindgeschwindigkeit, die Rückseitenkaltluft gewinnt abgleitend Ostwind. Der letztere verschwindet durch Reibung am Erdboden, der erstere verstärkt den oberen Frontalstrom.

Obwohl diese planetarischen Gleitbewegungen nicht streng an die Isentropenflächen gebunden sind, so ist doch ihr Effekt ungefähr derselbe wie im Kap. II, 8, dargestellt. Die beobachteten Gleitvorgänge der Frontalzyklonen sind sozusagen das Musterbeispiel für den nicht beobachtbaren, weniger großräumigen „isentropischen" Gleitaustausch.

Im Polargebiet verschwindet natürlich dieser heterotrope Gleitaustausch. Hier ist der (ebenfalls vorhandene) Horizontalaustausch isotrop (vgl. II, 6). Dieses deutet die Abb. 5 durch den bei etwa 75° Breite eingezeichneten Sechspfeilstern an.

Mäander und Wellen. Wie die Beobachtungen zeigen, ist die Polarfront instabil. Stellenweise stößt sie äquatorwärts vor bis zur Äquatorialfront, welche sich dann als stabile Grenze dieses Vorstoßes bewährt. In diesen Situationen entsteht dort (zwischen 30 und 40° Breite) ein ungeheuer starker „jetstream" mit bis zu 100 km/sec Westwind. Andere Abschnitte der Polarfront weichen zurück bis nahe zum Pol und haben dort nur mäßigen Höhenwind.

Wo die Polarfront kräftig ist, muß natürlich die Äquatorialfront schwach sein und umgekehrt, weil die meridionale Temperaturdifferenz zwischen Äquator und Pol auf allen Meridianen gleich ist. Deshalb zeigt die einzelne Höhenwetterkarte praktisch nicht zwei, sondern nur einen Frontalstrom, welcher zwischen etwa 35 und 80° Breite stark „mäandert" bzw. sich abschnittsweise verbreitert. Nur im planetarisch gemittelten Feld erscheinen zwei Westwindmaxima oder ein breites Westwindband.

Die *Ursache der Instabilität* liegt selbstverständlich im Antriebsmechanismus, d. h. im Gleitaustausch. Wenn und wo dieser den Frontalstrom verstärkt, drängt die (verstärkte) Corioliskraft die Westwindmassen äquatorwärts vor und zieht die kalte Polarluft hinter sich nach. Dadurch verschärft sich die Front und der Gleitaustausch wird kräftiger. Dieser vermehrt wiederum den Frontalstrom, welcher dadurch noch stärker äquatorwärts getrieben wird usw. Erst in den Subtropen findet dieses Wechselspiel ein Ende, weil hier die Sinkbewegung der Passatzirkulation den Gleitaustausch verhindert.

Wo dagegen der Gleitaustausch nachläßt, wird auch der Frontalstrom schwächer. Die geschwächte Corioliskraft kann dann das Gleichgewicht gegen das polwärts gerichtete Druckgefälle (oberer Schichten) nicht mehr halten und die Polarfront weicht polwärts zurück. Im Polargebiet läßt der Gleitaustausch weiter nach (mangels Einstrahlung), die Polarfront verbreitert sich dann und weicht weiter zurück.

Die Äquatorialfront zeigt natürlich nicht diese Instabilität, weil ihr Frontalstrom nicht durch Gleitaustausch, sondern im wesentlichen durch die Passatzirkulation angetrieben wird.

Vorticity-Austausch. Die Instabilität der Polarfront ist also die Ursache für den in Kap. II 16 so genannten „vorticity-Austausch" zwischen 40 und 90° Breite. Die oberen Luftmassen, soweit sie oberhalb der vom Erdboden ausgehenden Einwirkungen liegen (etwa oberhalb 7 km), behalten bei ihrer meridionalen Verlagerung ihre „vorticity" $l + \lambda$. Wenn sie aber ins Polargebiet ($\varphi > 70°$) gelangen und sich dort längere Zeit aufhalten, nehmen sie den Wert $l + \lambda = 2\omega_E$ an. So ergibt sich ungefähr das eigentümliche Westwindgesetz der oberen Schichten (7 bis 15 km), daß jede Breite φ (im Mittel) dieselbe Rotation um die Erdachse ausführt wie eine am Pol tangierend befestigte starre Scheibe unter dem gleichen Polabstand $\pi/2 - \varphi$. Abb. 4 zeigt mit ausgezogener Kurve, daß die amerikanischen Radiosondenaufstiege der Jahre 1941 bis 1945 dieses Gesetz im Winter bestätigen. Daß es im Sommer nur vom Pol bis 55° Breite gilt, liegt sicherlich an der hochreichenden sommerlichen Konvektion zwischen 40 und 55° Breite. Eine ausführliche Untersuchung über das Zusammenwirken des Impuls- und vorticity-Austausches wird der Verfasser demnächst [*15*] mitteilen.

Große Westwindringe. Insgesamt und im Jahresmittel wird also jede Halbkugel zwischen 30 und 60° Breite von je einem großen Westwindring umschlossen, dessen untere Hälfte zur Troposphäre und dessen obere Hälfte zur Stratosphäre gehört. Diese beiden Ringe erhalten fortwährend neue Westwindimpulse, in der Troposphäre durch Antipassat und Gleitaustausch, in der Stratosphäre durch „Adaptation" [*6*]. Jede Vermehrung des troposphärischen Westwindes verstärkt die große „Zirkumpolarzyklone", welche durch Adaptation auch der Stratosphäre aufgeprägt wird [*6*]. Dabei senkt sich die polare und hebt sich die tropische Tropopause. Diese großen Westwindringe sind also die Ursache für die Höhenunterschiede der Tropopause.

Die *Tropopausenzirkulation* (Abb. 5) ist mit dieser Adaptation engstens verbunden. Die Corioliskraft der beiden großen Westwindringe drückt von beiden Seiten gegen die tropischen Luftmassen: sie läßt diese meridional schrumpfen und sich vertikal dehnen, wenn kein gleichwertiges meridionales Druckgefälle dagegen steht.

Wenn also die Rotation der Westwindringe vermehrt wird, rücken diese äquatorwärts vor, wodurch der Luftdruck (jedes Niveaus) in den Tropen vermehrt, im Polargebiet vermindert wird. Diese Druckänderung bewirkt in der Stratosphäre einen Kompensationsstrom [*6*], den polwärts abgleitenden Ast der Tropopausenzirkulation, welcher seinerseits (infolge Ablenkung durch Erdrotation) den stratosphärischen Westwind verstärkt. So ergibt sich durch Adaptation [*6*] ein neues Gleichgewicht.

Wenn aber dieser Kompensationsstrom ganz aufhören würde zu fließen, würden die Westwinde der Stratosphäre allmählich verschwinden (durch isotropen Horizontalaustausch); denn auch die Stratosphäre ist kein „perpetuum mobile", auch sie benötigt zur Aufrechterhaltung ihrer starken Westwinde einen fortwährenden Impulsnachschub.

Daß dieser stratosphärische Kompensationsstrom zu einer geschlossenen Tropopausenzirkulation wird, hat folgende Gründe: Durch die vertikale Dehnung der tropischen Luftmassen ergibt sich deren adiabatische Abkühlung, durch die vertikale Schrumpfung der polaren Massen deren adiabatische Erwärmung (über und unter der Tropopause). So entsteht das merkwürdige Temperaturfeld oberer Schichten (10 bis 18 km) mit horizontalem Temperaturgefälle vom Pol zum Äquator. Ohne dieses „inverse" Temperaturfeld höherer Schichten wäre kein Gleichgewicht zwischen dem meridionalen Druckgefälle und der Corioliskraft des Westwindes möglich.

Aber Strahlung und Konvektion wirken diesem „inversen" Temperaturgefälle entgegen. Zwischen 10 und 18 km Höhe erhalten die tropischen Luftmassen Wärmezufuhr, die polaren Wärmeentziehung. Hierdurch wird ihr Gleichgewicht fortwährend in dem Sinne gestört, daß die ersteren ein wenig Auftrieb, die letzteren ein wenig Abtrieb haben. Dies ist der permanente Motor für die beiden vertikalen Äste der „Tropopausenzirkulation".

Die *Tropopause als Temperaturfeldgrenze* ist also keine strenge Massengrenze, sondern sie erneuert fortwährend die in ihr befindlichen Massen. In polaren (und überhaupt in höheren) Breiten bildet sich die neue Tropopause in ursprünglich stratosphärischer Luft, dagegen in tropischen (und überhaupt niederen) Breiten in ursprünglich troposphärischer Luft. Da dies mit der „Zirkumpolarzyklone" zusammenhängt, muß man das entsprechende Neubildungsgesetz in allen großen Zyklonen und Antizyklonen („Aktionszentren") erwarten. Überhaupt werden viele Vorgänge, welche sich im planetarischen Zirkulationssystem zwischen Pol und Äquator abspielen, in kleinerem Umfang zwischen Zyklone und Antizyklone angetroffen.

Literaturverzeichnis.

1. Schmidt, W.: Der Massenaustausch in freier Luft. Hamburg 1925.
2. Raethjen, P.: Zyklogenetische Probleme. Arch. Met. Geoph. Biokl. A **I**, 295 (1949).
3. Biermann, L.: In mündlicher Unterredung gab L. B. dem Verfasser die Anregung, isotropen und monotropen Austausch zu trennen.
4. Rossby, C. G.: On the nature of the general circulation. University of Chicago Press. 1949.
5. Raethjen, P.: Einführung in die Physik der Atmosphäre, Bd. II, Leipzig 1942.
6. — Arch. Met. Geoph. Biokl. A **II**, 207 (1950).
7. Scherhag, R.: Wetteranalyse und Wetterprognose. Berlin 1948.
8. Ficker, H. v.: Sitzb. Wiener Akad. **129**, 763 (1920).
9. Defant, A.: Arch. Met. Geoph. A **I**, 273 (1949).
10. Raethjen, P.: Kurzer Abriß der Meteorologie, Teil I, Wolfenbüttel 1947.
11. Ferrel, W.: Am. Journ. of Science 1861; Prof. papers sign. service XII, Washington 1882.
12. Raethjen, P.: Kurzer Abriß d. Meteorologie, Teil III, erscheint demnächst.
13. – Kurzer Abriß der Meteorologie, Teil II, Geophysikalische Einzelschriften Hamburg 1950.
14. Schmauss, A.: Meteorol. Z. **1921**, 156.
15. Raethjen P.: Über den planetarischen Austausch der Vorticity und des Rotationsmoments. Arch. Met. Geoph. Biokl. A **IV** (im Druck).

551.511: 551.557

Zur Stabilitäts-Theorie des geostrophischen Windes.

Von

H. Nagel.

Mit Ergänzungen von H. Schweitzer und einem Vorwort von F. Baur.

Mit 5 Textabbildungen.

Vorwort.

Der Verfasser der nachstehenden Abhandlung, Dr. Heinrich Nagel, ist am 19. Februar 1910 in Frankfurt a. M. geboren und hat 1935 bei Hellinger mit einer Arbeit „Über die aus quadrierbaren Hermiteschen Matrizen entstehenden Operatoren" („Mathematische Annalen", Bd. 112, S. 247—285; 1936) mit Note I promoviert. Im Winter 1936/37 hat er an einem Sonderlehrgang für Meteorologie an der Universität Frankfurt teilgenommen. Daran anschließend trat er als wissenschaftlicher Assistent in das Forschungsinstitut für langfristige Witterungsvorhersage ein, dem er bis zu dessen Auflösung im April 1945 angehörte. Damals kam Nagel in Kriegsgefangenschaft, während der er in einem Lazarett in Paris im September 1945 verschied.

Der allzu frühe Heimgang dieses jungen Wissenschaftlers ist ein großer Verlust für die Meteorologie. Nagel war ein hochbegabter Mathematiker, der das ganze Rüstzeug und die Erkenntnisfülle der modernen Mathematik beherrschte. Da er sich in die Besonderheiten der meteorologischen Probleme sehr rasch eingearbeitet hatte, hätte er die theoretische Meteorologie sicher ganz erheblich vorangebracht, wenn er nicht ein Opfer des Krieges geworden wäre. Trotz seiner überragenden Kenntnisse war Nagel aber, aus einer tief-innerlichen religiösen Grundhaltung heraus, ein mustergültig bescheidener Mensch, der seine Person niemals in den Vordergrund stellte.

Leider sind durch die Kriegs- und Nachkriegsverhältnisse die von Nagel begonnenen Arbeiten, von denen insbesondere seine umfangreichen, ganz neuartigen Untersuchungen über die freien Schwingungen der Atmosphäre hervorzuheben sind, verlorengegangen. Lediglich die nachfolgende Abhandlung über das Stabilitätsproblem des geostrophischen Windes hat sich unter seinen Hinterlassenschaften gefunden, zwar auch nicht vollständig, doch so weit ausgearbeitet, daß ihre Rekonstruktion möglich war. Diese Arbeit wurde angeregt durch die Untersuchung von E. Kleinschmidt zur „Stabilitätstheorie des geostrophischen Windfeldes"[1]. Durch die Anwendung der

[1] E. Kleinschmidt, Ann. Hydrogr. mar. Met. 69, 305 (1941).

Variationsrechnung hat NAGEL die Stabilitätsuntersuchung des geostrophischen Windes auf eine neue Grundlage gestellt.

Von der NAGELschen Untersuchung lag eine erste Fassung nahezu vollständig vor, von einer zweiten, erweiterten und verbesserten Fassung fanden sich jedoch nur Bruchstücke. Der Aufgabe, daraus eine in sich geschlossene druckreife Abhandlung so, wie sie NAGEL vorschwebte, zu machen, hat sich auf meine Bitte dankenswerterweise Herr Dr. HERMANN SCHWEITZER, Frankfurt a. M., unterzogen.

Dr. SCHWEITZER hat insbesondere Kapitel II, das fast völlig fehlte, neu geschrieben und die graphische Darstellung Abb. 5, die nicht vorhanden war, angefertigt. Er hat sämtliche, von NAGEL zum Teil nur angedeuteten Formelableitungen in allen Einzelheiten nachgerechnet und durch verbindenden Text ergänzt, um sie dem Verständnis auch derjenigen Leser nahezubringen, die mit dem behandelten Wissensgebiet nicht völlig vertraut sind. Jedoch hat er bewußt darauf verzichtet, Ableitungen, die sich auch auf Grund neuerer Arbeiten ERTELS über das Variationsprinzip der Meteorologie herleiten lassen würden, aus diesem zu entwickeln, um von dem NAGELschen Manuskript nicht zu sehr abzuweichen. FRANZ BAUR.

Zusammenfassung. Ein möglicher physikalischer Gleichgewichtszustand wird erst in Verbindung mit der Frage nach seiner Stabilität oder Labilität hinreichend charakterisiert. In der Natur können nämlich nur stabile Zustände von Dauer sein; dagegen führen labile Zustände bei der geringsten Störung zu spontanen Umlagerungen der gesamten Gleichgewichtslage. Die Frage nach der Stabilität des geostrophischen Windes — der einfachsten und in der Natur mit guter Näherung erfüllten Grundlösung der hydrodynamischen Gleichungen — wird damit zu einem Grundproblem der dynamischen Meteorologie.

In neuerer Zeit wurde dieses Problem von E. KLEINSCHMIDT in Angriff genommen und weitgehend geklärt. An der Spitze der KLEINSCHMIDTschen Untersuchung steht eine Energiebetrachtung, welche indessen nur sehr schwer verständlich ist und vor allem den Zusammenhang mit den üblichen Methoden der klassischen Mechanik nicht erkennen läßt. Das Haupthilfsmittel aller klassischen Stabilitätsuntersuchungen ist die Variationsrechnung. Mit ihrer Hilfe wird in Kapitel I und II dieser Arbeit die Stabilitätsuntersuchung des geostrophischen Windes auf eine neue Basis gestellt. Es ergibt sich danach — in voller Analogie zu der Statik eines Systems von Massenpunkten — daß für den geostrophischen Wind die erste Variation der gesamten Energie verschwindet und die zweite Variation über Stabilität und Labilität entscheidet. Diese Ergebnisse sind implizit in der KLEINSCHMIDTschen Energiebetrachtung enthalten. Sie lassen in dieser Form vor allem die Grenzen des KLEINSCHMIDTschen Beweises erkennen, denn nicht einmal in der Statik eines Punktsystems läßt sich auf Grund der zweiten Variation der potentiellen Energie die Labilität in mathematisch befriedigender Form beweisen. doch werden auch hier die aus der zweiten Variation folgenden Kriterien als physikalisch plausibel und richtig angenommen. In diesem Sinne sind auch die KLEINSCHMIDTsche Energiebetrachtung und der Beweis hier zu werten.

Die weiteren Ausführungen dieser Arbeit sollen dazu dienen, den KLEINSCHMIDTschen Stabilitäts- bzw. Labilitätskriterien eine möglichst übersichtliche und auf praktische Anwendungen zugeschnittene Formulierung zu geben. Dementsprechend wird in Kapitel III die zweite Variation der Energie (Verschiebungsenergie) zunächst auf eine durchsichtige und leicht diskutier-

bare Form gebracht. Anschließend werden in Kapitel IV und V auf Grund des Vorzeichencharakters der zweiten Variation der Energie die Stabilitätskriterien für mittlere und höhere Breiten sowie für den Äquator in übersichtlicher Weise zusammengestellt, ihr Zusammenhang mit den klassischen Stabilitätskriterien einer ruhenden Atmosphäre dargelegt und sodann das Verhalten der Kriterien bei Annäherung an den Äquator untersucht. Mit Hilfe von Näherungsformeln werden die einzelnen Stabilitäts- und Labilitätsfälle für $\varphi = 50$ in Kapitel VI bis VIII eingehend diskutiert mit dem Ziel, eine Grundlage für spätere konkrete Anwendungen zu schaffen.

In Kapitel IX werden die Zusammenhänge zwischen der Isentropenneigung und den einzelnen Stabilitäts- und Labilitätsarten klargelegt. Diese Zusammenhänge sind für die Ausbildung von Fronten, von Auf- und Abgleitvorgängen sowie für die Ausbildung von Schauerwetter von besonderer Bedeutung. An Hand eines durchgerechneten Beispiels wird dies in Kapitel X ausführlich erörtert. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse stimmen mit den Auffassungen der mitteleuropäischen Schule vollkommen überein. Kapitel XI enthält Bemerkungen zur Stabilität und Labilität am Äquator.

Summary. A possible state of equilibrium in physics is fully characterized in connection only with the question of its stabilty or instability. In nature, only a stable state can be permanent, an unstable state on the other hand, if affected by the least disturbance, leads to spontaneous displacements of the whole equilibrium. Therefore, the question of the stability of the geostrophic wind — the simplest possible solution of the equations of hydrodynamics which is fulfilled with good approximation in nature — becomes a fundamental problem of dynamic meteorology.

Recently E. KLEINSCHMIDT dealt with this problem and mostly solved it. At the beginning he gives an analysis of energy which it is difficult to understand and which, above all, does not show the connection with the common methods used in classical mechanics. The main help for the classical treatment of the problem of stability is the calculus of variation. By introducing it the problem of the stability of the geostrophic wind is put in a new basis in the first two chapters of this paper. In accordance with the statics of a system of mass points, the result is that, for the geostrophic wind, the first variation of the total energy must disappear, while the second variation decides whether it is stable or unstable. KLEINSCHMIDT's paper contains these results implicitly. But in their new form they show the limits of KLEINSCHMIDT's analysis, for even in the statics of a system of mass points it is not possible to prove in a mathematically satisfactory manner lability on the basis of the second variation of the potential energy. But we regard here the criteria resulting from the second variation also as plausible and right from the standpoint of physics. In this way KLEINSCHMIDT's reflexions on energy and the analysis in this paper must be looked upon.

The purpose of the further statements in this paper is to give KLEINSCHMIDT's criteria a form which is clear and suitable for practical computing. Therefore, in chapter III the second variation of energy (energy of displacement) has been arranged to a lucid form that may be easily discussed. In the chapters IV and V the criteria of the stability for middle and high latitudes and for the equator are summed up on the basis of the sign of the second variation of energy. Their connection with the classical criteria of the stability of an atmosphere in rest and the change of the criteria when nearing the equator are treated. By the help of approximating formulae a detailed

discussion is given of all cases of stability and instability for a latitude of $\varphi = 50°$ in the chapters VI, VII and VIII with the aim of giving a basis for practical computations.

In chapter IX the connection between the inclination of the isentropes and the different kinds of stability and instability is discussed. This connection is of special importance for the formation of fronts, upslide and downslide motions, and for the development of showery weather. This is studied in detail with a practically computed example in chapter X. The results are in full accordance with the ideas of the Central European school. Chapter XI contains remarks on the stability and lability at the equator.

Résumé. Un état possible d'équilibre dans la nature n'est suffisamment caractérisé qu'en relation avec sa stabilité ou sa labilité. Ce sont seulement les états stables de la nature qui peuvent durer; les états labiles, par contre, causent, sous l'influence de la moindre perturbation, des changements spontanés de tout l'équilibre.

Ainsi, la question de la stabilité du vent géostrophique — la solution fondamentale la plus simple des équations de la hydrodynamique, et qui est réalisée d'une manière approximative dans la nature — devient un problème fondamental de la météorologie dynamique.

E. KLEINSCHMIDT a, il y a quelque temps, posé et en principe résolu ce problème. Au commencement M. KLEINSCHMIDT donne une analyse de l'énergie qu'il est difficile de comprendre et où n'apparaît pas la relation avec les methodes usuelles de la mécanique classique. Le principal outil de toutes les analyses classiques de la stabilité est le calcul des variations. Grâce à lui l'analyse de la stabilité du vent géostrophique trouve une base dans ce travail (Chapitre I, II). Il en résulte — en pleine analogie avec la statique d'un système de points de masse — que, pour le vent géostrophique, la première variation de toute l'énergie disparaît et que la seconde variation seule décide de sa stabilité ou de sa labilité. Ces résultats sont contenus implicitement dans l'analyse de l'énergie de M. KLEINSCHMIDT. Sous la forme donnée ici ils font voir les limites de la preuve de M. KLEINSCHMIDT, car, pas même dans la statique d'un système de points de masse, la labilité ne se prouve à l'aide de la seconde variation de l'énergie potentielle, d'une manière mathématiquement exacte. Les critériums dérivés de la seconde variation y sont regardés comme plausibles du point de vue de la physique et comme justes. Il faut juger l'analyse de l'énergie de E. KLEINSCHMIDT et la preuve donnée ici dans ce sens.

Les explications suivantes de ce travail sont destinées à donner aux critériums de stabilité et de labilité de M. KLEINSCHMIDT une forme générale et applicable dans la pratique. Pour cela une forme claire et aisément discutable est donnée à la seconde variation de l'énergie (énergie de déplacement) dans le Chapitre III. Dans les Chapitres IV et V les critériums de la stabilité pour les latitudes moyennes et hautes ainsi que pour l'équateur sont arrangés distinctement selon le signe de la seconde variation de l'énergie. Leur relation avec les critériums classiques de la stabilité d'une atmosphère immobile et la forme des critériums en approchant de l'équateur sont analysées. A l'aide de formules approximatives les différents cas de stabilité et de labilité pour $\varphi = 50°$ dans les chapitres VI, VII et VIII sont discutés en détail pour donner une base aux applications concrètes.

Dans le Chapitre IX les relations entre l'inclination d'isentropes et les diverses sortes de stabilité et labilité sont analysées. Ces relations sont très

importantes pour la formation de fronts, de glissements ascendants et descendants ainsi que de temps à averses. Ces relations sont discutés en détail à l'aide d'un exemple calculé dans le chapitre X. Les résultats obtenus sont en plein accord avec les conceptions de l'école de l'Europe centrale. Le chapitre XI contient des remarques sur la stabilité et la labilité à l'équateur.

I. Gleichgewicht und Stabilität eines ruhenden Massenpunktes.

1. Die Gleichgewichtsbedingung eines ruhenden Massenpunktes.

Der Massenpunkt P sei an die Fläche $\varphi(x, y, z) = 0$ gebunden und unterliege der Kraft X, Y, Z. Gleichgewicht herrscht dann und nur dann, wenn für alle innerhalb der Fläche $\varphi(x, y, z)$ liegenden virtuellen Verrückungen $\delta x, \delta y, \delta z$

$$X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z = 0 \tag{1}$$

ist. Existiert eine Kräftefunktion $U(x, y, z)$, so ist:

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial u}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial u}{\partial z}.$$

Die linke Seite der Bedingung (1) ist dann die vollständige Variation der Kräftefunktion $U(x, y, z)$ nach den Koordinaten x, y, z. Für das Gleichgewicht auf der Fläche gilt also dann:

$$\delta U(x, y, z) = 0. \tag{2}$$

Mit Nebenbedingung

$$\varphi(x, y, z) = 0.$$

Im Gleichgewicht hat demnach die potentielle Energie des Massenpunktes einen stationären Wert, $U(x, y, z)$ also ein Maximum, Minimum oder einen Sattelwert.

2. Das Dirichletsche Stabilitätskriterium für einen Massenpunkt.

Es sei x_0, y_0, z_0 eine Lösung von (2), $U(x, y, z)$ an dieser Stelle der Fläche also stationär. Da $U(x, y, z)$ nur bis auf eine additive Konstante definiert ist, kann man $U(x_0, y_0, z_0) = 0$ annehmen. Im Punkte $x = x_0 + h$, $y = y_0 + k$, $z = z_0 + l$ der Umgebung der Gleichgewichtslage ist die potentielle Energie $U(x_0 + h, y_0 + k, z_0 + l)$. In der Umgebung der Gleichgewichtslage erhält man:

$$U(x_0 + h, y_0 + k, z_0 + l) = U_0 + \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_0 h + \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_0 k + \frac{\partial u}{\partial z}\Big|_0 l \right\} +$$

$$+ \frac{1}{2}\left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big|_0 h^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\Big|_0 k^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\Big|_0 l^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\Big|_0 h\,k + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial z}\Big|_0 k\,l + \right.$$

$$\left. + 2\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial z}\Big|_0 h\,l \right\} + \ldots$$

in Variationssymbolen und wegen

$$U_0 = \delta U|_0 = 0$$

also:

$$U(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y, z_0 + \delta z) = \delta^2 U|_0 + \ldots \tag{3}$$

Die zweite Variation $\delta^2 U|_0$ stellt somit in erster Näherung die „Verschiebungsenergie" dar, welche aufzuwenden ist, um den Massenpunkt um die Beträge δx, δy, δz aus der Ruhelage zu verschieben. Ist die Verschiebungsenergie negativ, so ist überhaupt keine Energie aufzuwenden. Es wird dann vielmehr der Energiebetrag $-\delta^2 U|_0$ frei und in kinetische Energie umgewandelt.

Vom energetischen Standpunkt aus kann man also folgende Fälle unterscheiden:

1. $\delta^2 U|_0 > 0$, also $U(x, y, z)$ für x_0, y_0, z_0 ein Minimum. Der Massenpunkt kann die Gleichgewichtslage nur dann verlassen, wenn ihm von außen Energie zugeführt wird. Die Gleichgewichtslage ist stabil.

2. $\delta^2 U|_0 < 0$, also $U(x, y, z)$ für x_0, y_0, z_0 ein Maximum. Bei der geringsten Störung von außen wird potentielle Energie vom Betrage $-\delta^2 U|_0$ frei, welche sich in kinetische Energie verwandelt, die den Massenpunkt weiter aus der Gleichgewichtslage zu entfernen sucht. Die Lage ist labil.

3. $\delta^2 U|_0 \lesseqgtr 0$, also $U(x, y, z)$ für x_0, y_0, z_0 ein Sattelwert. Für gewisse Verschiebungen ist Energie aufzuwenden, bei anderen wird Energie frei. Die Lage ist teils stabil, teils labil.

4. $\delta^2 U|_0 = 0$. Bei Verschiebung ist überhaupt keine Arbeit aufzuwenden. Die Lage ist indifferent.

Mathematisch exakt läßt sich nur der Fall 1 beweisen[2]: Sei $\varepsilon > 0$ die Störungsenergie und u, v, w die Geschwindigkeit, welche der Punkt nach der Störung annimmt, dann ist

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\{u^2 + v^2 + w^2\} + \delta^2 U|_0 > 0, \quad \text{also} \quad 0 < \delta^2 U|_0 < \varepsilon,$$

woraus nach leichter Rechnung:

$$|\delta x| < c\sqrt{\varepsilon}, \quad |\delta y| < c\sqrt{\varepsilon}, \quad |\delta z| < c\sqrt{\varepsilon}$$

(c eine Konstante) folgt. Für genügend kleine ε erfolgt demnach die Bewegung in unmittelbarer Nähe der Gleichgewichtslage. In den Fällen 2 und 3 versagt diese Überlegung. Die Labilität erfordert den Nachweis, daß nach der geringsten Störung der Gleichgewichtslage mindestens eine der Größen δx, δy, δz von einem gewissen Zeitpunkt ab dauernd oberhalb einer festen endlichen Schranke bleibt. Es wird angenommen, daß diese Eigenschaft den Fällen 2 und 3 zukommt; doch fehlt bis jetzt hierfür ein allgemeiner Beweis.

II. Die Bedeutung der ersten und zweiten Variation der gesamten Energie für das Gleichgewicht und die Stabilität des geostrophischen Windes.

1. Vorgabe des Druck- und Temperaturfeldes. Bewegungsgleichungen und Energieausdruck für die allgemeine und die geostrophische Bewegung.

Die x, y-Ebene sei die Tangentialebene in einem Punkt mit der Breite φ an die Erdoberfläche. Die y-Achse des rechtwinkeligen Koor-

[2] Vgl. SCHÄFER: Einführung in die theoretische Physik, Band 1, S. 222, oder P. APPELL: Traité de mécanique rationnelle, Paris 1931, tome II, p. 330.

dinatensystems falle in die Richtung des geostrophischen Windes und bilde mit der Ostrichtung den Winkel γ.

Druck, potentielle Temperatur und Windgeschwindigkeit sind dann von y unabhängig, also:

$$p = p(x, z),\ \vartheta = \vartheta(x, z),\ v = v(x, z). \tag{4}$$

Die allgemeinen Bewegungsgleichungen in diesem Druck- und Temperaturfeld lauten für ein Luftteilchen der Einheitsmasse

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -c\,\vartheta(x, z)\,\frac{\partial}{\partial x}\,p^{\frac{k-1}{k}}(x, z) + l\,v - m\sin\gamma\,w, \qquad l = 2\,\omega\sin\varphi,\ m = 2\,\omega\cos\varphi \\ \frac{dv}{dt} &= -l\,u - m\cos\gamma\,w, \\ \frac{dw}{dt} &= -c\,\vartheta(x, z)\,\frac{\partial}{\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}(x, z) + m(\cos\gamma\,v + \sin\gamma\,u) - g.^{3} \end{aligned} \tag{5}$$

Die Gesamtenergie (kinetische und potentielle) der Einheitsmasse ist:

$$F = \frac{1}{2}\{u^2 + v^2 + w^2\} + c\,\vartheta(x, z)\,p^{\frac{k-1}{k}}(x, z) + g\,z + \text{const.} \tag{6}$$

Setzt man hierin nun

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dw}{dt} = u = w = 0, \tag{7}$$

so erhält man aus (5) die Gleichungen des geostrophischen Windes:

$$\begin{aligned} c\,\vartheta(x_g, z_g)\,\frac{\partial}{\partial x}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g - l\,v_g &= 0, \\ c\,\vartheta(x_g, z_g)\,\frac{\partial}{\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g - m\cos\gamma\,v_g + g &= 0, \end{aligned} \tag{8}$$

worin der Index g bedeuten soll, daß die Werte auf der geostrophischen Windbahn zu nehmen sind. Der Energieausdruck (6) wird

$$F|_g = \frac{1}{2}\{u_g^2 + v_g^2 + w_g^2\} + c\,\vartheta(x_g, z_g)\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g + g\,z_g + \text{const.} \tag{9}$$

---

[3] Diese Gleichungen erhält man, indem man in den in der üblichen Weise benutzten Gleichungen $\frac{d\mathfrak{v}}{dt} + 2\,[\mathfrak{w}, \mathfrak{v}] = \mathfrak{g} - \frac{1}{\varrho}\,\text{grad}\,p$ die Dichte mit Hilfe der Gasgleichung $\frac{1}{\varrho} = \frac{R\,T}{p}$ und der Gleichung für die potentielle Temperatur $\vartheta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ durch eine Funktion von p und ϑ ersetzt.

Nach (7) wird die Bewegung eines Luftteilchens im geostrophischen Windfeld durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} u_g &= \frac{dx_g}{dt} = 0, \\ \frac{dv_g}{dt} &= 0, \\ w_g &= \frac{dz_g}{dt} = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

daraus

$$v_g = \frac{dy_g}{dt} = c_2$$

beschrieben.

Die Integration dieser Gleichungen ergibt:

$$\begin{aligned} x_g(t) &= c_1, \\ y_g(t) &= c_2 t + c_3, \\ z_g(t) &= c_4, \end{aligned} \tag{11}$$

wo c_1, c_2, c_3, c_4 Integrationskonstante sind, deren Wert durch die Anfangsbedingungen des Problems gegeben sind.

Längs der geostrophischen Windbahn ist die potentielle Temperatur des Teilchens:

$$\vartheta|_g = \vartheta(x_g, z_g) = \vartheta(c_1, c_4) = \text{const.} \tag{12}$$

2. Die Bewegung auf Nachbarbahnen der geostrophischen Windbahn.

Wir untersuchen nunmehr ein Luftteilchen der Einheitsmasse, das sich im gleichen räumlichen Druck- und Temperaturfeld auf einer der geostrophischen Windbahn *benachbarten* Bahn bewegt und dort individuell die *gleiche potentielle Temperatur* hat wie das auf der geostrophischen Bahn bewegte. Seine Bewegungsgleichungen erhält man, indem man in (5) $\vartheta(x, z) = \vartheta(x_g, z_g) = \vartheta|_g$ setzt. Mit Benutzung der Abkürzung

$$U(x, z) = c\,\vartheta|_g\, p^{\frac{k-1}{k}}(x, z) + g\,z \tag{13}$$

[$U(x, z)$ heißt in der Physik das Potential der äußeren („eingeprägten") Kräfte] erhält man dann aus (5)

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial x} + l\,v - m \sin\gamma\, w, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial y} - l\,u - m \cos\gamma\, w, \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial z} + m(\cos\gamma\, v + \sin\gamma\, u). \end{aligned} \tag{14}$$

Die Bewegung auf der Nachbarbahn kann man durch folgenden allgemeinen „Störansatz" beschreiben:

$$\begin{aligned} x_s(t) &= x_g(t) + \delta x(t), \\ y_s(t) &= y_g(t) + \delta y(t), \\ z_s(t) &= z_g(t) + \delta z(t). \end{aligned} \tag{15}$$

Hierin sind $\delta x\,(t)$, $\delta y\,(t)$, $\delta z\,(t)$ beliebige, nach t stetig differenzierbare Funktionen. Die Forderung, daß es sich um Nachbarbahnen der geostrophischen Windbahn handeln soll, liefert die Ungleichungen:

$$|\delta x\,(t)| < \sigma,\ |\delta y\,(t)| < \sigma,\ |\delta z\,(t)| < \sigma, \tag{16}$$

wo σ eine beliebig festzusetzende positive kleine Zahl sein soll.

Aus (15) folgt durch Differentiation:

$$\begin{aligned} u_s\,(t) &= u_g\,(t) + \delta u\,(t), \\ v_s\,(t) &= v_g\,(t) + \delta v\,(t), \\ w_s\,(t) &= w_g\,(t) + \delta w\,(t). \end{aligned} \tag{17}$$

Um die Gleichungen aufzustellen, aus denen man die δx, δy, δz, δu, δv, δw als Funktionen von t bestimmen kann, setzt man (15), (17) in (14) ein, entwickelt nach Taylor, berücksichtigt, daß

$$\vartheta\,(x_g + \delta x,\ z_g + \delta z) = \vartheta\,(x_g, z_g) \tag{18}$$

sein soll und weiter, daß für die geostrophische Windbahn die Gl. (8) und (10) gelten.

Auf diese Weise erhält man z. B. aus der ersten Gl. (14) nacheinander:

$$\frac{d\delta u}{dt} = -c\,\vartheta|_g \frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\,(x_g + \delta x, z_g + \delta z) + l\,(v_g + \delta v) - \\ - m \sin\gamma\,(w_g + \delta w).$$

Nach Taylor ist:

$$\frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\,(x_g + \delta x, z_g + \delta z) = \frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g + \frac{\partial^2}{\partial x^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \\ + \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta z + \ldots$$

also wird:

$$\frac{d\delta u}{dt} = \begin{bmatrix} -c\,\vartheta|_g \dfrac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g + l\,v_g - m \sin\gamma\, w_g \\ -c\,\vartheta|_g \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta z\right] + l\,\delta v - m \sin\gamma\,\delta w \end{bmatrix}.$$

Nun ist wegen (8) und $10)_3$ die erste Zeile der eckigen Klammer 0. Verfährt man analog mit den restlichen beiden Gleichungen von (14), so erhält man das folgende *System von Störungsgleichungen*:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta u}{dt} &= -c\,\vartheta|_g \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta z\right] + l\,\delta v - m \sin\gamma\,\delta w, \\ \frac{d\delta v}{dt} &= l\,\delta u - m \cos\gamma\,\delta w, \\ \frac{d\delta w}{dt} &= -c\,\vartheta|_g \left[\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \frac{\partial^2}{\partial z^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta z\right] + \\ &\quad + m\,(\cos\gamma\,\delta v + \sin\gamma\,\delta u). \end{aligned} \tag{19}$$

3. Der Energieausdruck auf Nachbarbahnen zur geostrophischen Windbahn (gestörten Bahnen).

Die Energie des Luftteilchens auf einer gestörten Bahn (15) erhält man, indem man (15) in den allgemeinen Energieausdruck (6) einsetzt und (18), (19) berücksichtigt:

$$F_s(\delta x, \delta z, \delta u, \delta v, \delta w) = \frac{1}{2}\{(u_g+\delta u)^2 + (v_g+\delta v)^2 + (w_g+\delta w)^2\} + \\ + c\,\vartheta|_g\, p^{\frac{k-1}{k}}(x_g+\delta x, z_g+\delta z) + g(z_g+\delta z) + \text{const.} \qquad (20)$$

Entwickelt man die Ausdrücke der eckigen Klammer nach Taylor, so kann man das Ergebnis in Variationssymbolen folgendermaßen schreiben:

$$F_s = F|_g + \delta F|_g + \delta^2 F|_g + \delta^3 F|_g + \dots \qquad (21)$$

In der Sprache der Variationsrechnung sagt man: Man bildet die Variation von (6) mit den Nebenbedingungen (18), (19) für die Grundlösung (11).

In (21) bedeutet $F|_g$ die Energie auf der geostrophischen Bahn und ist durch (9) gegeben:

$$F|_g = \frac{1}{2}\{u_g^2 + v_g^2 + w_g^2\} + c\,\vartheta|_g\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g + g\,z_g + \text{const.} \qquad (22)$$

$\delta F|_g$ heißt die erste Variation von F in der Umgebung der geostrophischen Bahn und ist:

$$\delta F|_g = u_g\,\delta u + v_g\,\delta v + w_g\,\delta w + g\,\delta z + c\,\vartheta|_g\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta z\right\}. \qquad (23)$$

$\delta^2 F|_g$ heißt die zweite Variation von F in der Umgebung der geostrophischen Bahn und ist:

$$\delta^2 F|_g = \frac{1}{2}\{(\delta u)^2 + (\delta v)^2 + (\delta w)^2\} + \frac{1}{2}\,c\,\vartheta|_g\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g (\delta x)^2 + \right. \\ \left. + 2\,\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x\,\delta z + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g (\delta z)^2\right\}. \qquad (24)$$

In der dritten Variation $\delta^3 F|_g$, die

$$\delta^3 F|_g = \frac{1}{6}\,c\,\vartheta|_g\left\{\frac{\partial^3}{\partial x^3}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g (\delta x)^3 + 3\,\frac{\partial^3}{\partial x^2\,\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g (\delta x)^2\,\delta z + \right. \\ \left. + 3\,\frac{\partial^3}{\partial x\,\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x\,(\delta z)^2 + \frac{\partial^3}{\partial z^3}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g (\delta z)^3\right\} \qquad (25)$$

lautet, treten die δx, δz nur im dritten Grade auf. Die Größe σ in (16) sei nun so gewählt (d. h. die gestörte Bahn verlaufe so nahe der geostrophischen), daß $\delta^3 F|_g$ vernachlässigt werden kann.

Wegen der Gl. (10), (11) wird aus (22)

$$F|_g = \frac{1}{2} c_2^2 + c\,\vartheta\,(c_1, c_4)\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_{c_1, c_4} + g\,c_4 + \text{const.} =$$
$$= F\,(c_1, c_2, c_3, c_4) = \text{const.} \tag{26}$$

Die Energie des Luftteilchens der Einheitsmasse ist also auf der geostrophischen Windbahn nicht von der Zeit abhängig. Sie ist eine Konstante, die nur von den Anfangsbedingungen des Problems abhängt.

4. Die Bedeutung der ersten Variation.

Wegen $u_g = w_g = 0$ [was nach (10) gilt] wird aus (23)

$$\delta F|_g = v_g\,\delta v + c\,\vartheta|_g \frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g \delta x + \left\{c\,\vartheta|_g \frac{\partial}{\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}|_g + g\right\} \delta z. \tag{27}$$

Die zweite Störungsgleichung (19) läßt sich integrieren und liefert für δv

$$\delta v = -l\,\delta x - m \cos\gamma\,\delta z, \tag{28}$$

da die Integrationskonstante 0 sein muß, weil auf der ungestörten Bahn $\delta x = \delta z = 0$ auch δv verschwinden muß.

Setzt man (28) in (27) ein, so erhält man:

$$\delta F|_g = \left\{c\,\vartheta|_g \frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g - l\,v_g\right\} \delta x + \left\{c\,\vartheta|_g \frac{\partial}{\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_g - \right.$$
$$\left. - m \cos\gamma + g\right\} \delta z. \tag{29}$$

Die geschweiften Klammern liefern aber für alle t nach (8) den Wert 0, d. h.: *auf der geostrophischen Windbahn verschwindet für alle t die erste Variation der Gesamtenergie*;

$$\delta F|_g = 0 \tag{30}$$

für alle t.

Dies Ergebnis besagt:

Vergleicht man die Energiewerte eines Luftteilchens auf allen Bahnen, welche für alle Zeiten in unmittelbarer Nähe der Bahn des geostrophischen Windes verlaufen, mit seiner Energie auf der geostrophischen Windbahn, so ergibt sich, daß seine Energie auf der geostrophischen Windbahn stationär ist, d. h. dort ein Maximum, Minimum oder einen Sattelwert annimmt[4].

5. Vorgabe von Anfangsbedingungen. Bedeutung der zweiten Variation.

Um die Analogie zu Kap. I besonders herauszustellen, geben wir jetzt vorübergehend konkrete Anfangsbedingungen vor: Wir betrachten die

[4] Dieses Ergebnis gilt nicht mehr für Bahnen, die die Umgebung der geostrophischen Windbahn, die durch (16) definiert war, verlassen, weil dann bei Aufstellung der Gl. (19) die δx, δz, δv, δw von höherer Ordnung berücksichtigt werden müssen, und die zweite Gl. von (19) nicht die zur Bildung des Ausdrucks (29) einfache Form (28) liefern würde.

geostrophische Windbahn, die durch den Punkt x_0, y_0, z_0 geht, und das Luftteilchen soll sich zur Zeit t_0 in diesem Punkte befinden $x_0 = x_g(t_0)$, $y_0 = y_g(t_0)$, $z_0 = z_g(t_0)$. Damit sind die Integrationskonstanten zu $c_1 = x_0$, $c_2 = v_0$, $c_3 = y_0 - t_0$ festgelegt und die Bewegung des Teilchens wird nach (10), (11) durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} x_g(t) &= x_0, & u_g(t) &= 0, \\ y_g(t) &= y_0 + v_0(t - t_0), & v_g(t) &= v_0, \\ z_g(t) &= z_0, & w_g(t) &= 0, \end{aligned} \tag{31}$$

beschrieben.

Aus (12) wird:

$$\vartheta|_g = \vartheta(x_0, z_0) = \vartheta_0 = \text{const.} \tag{32}$$

Die Gl. (8) für den Gradientwind lauten:

$$\begin{aligned} c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial x} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 - l\,v_0 &= 0, \\ c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 - m\cos\gamma\, v_0 + g &= 0. \end{aligned} \tag{33}$$

Für die Bewegung des Teilchens auf einer gestörten Bahn erhält man nach (15):

$$\begin{aligned} x_s(t) &= x_0 + \delta x(t), \\ y_s(t) &= y_0 + v_0(t - t_0) + \delta y(t), \\ z_s(t) &= z_0 + \delta z(t). \end{aligned} \tag{34}$$

Für die Geschwindigkeiten auf den gestörten Bahnen nach (17):

$$\begin{aligned} u_s(t) &= \delta u(t), \\ v_s(t) &= v_0 + \delta v(t), \\ w_s(t) &= \delta w(t). \end{aligned} \tag{35}$$

Die Energie auf dieser speziellen geostrophischen Windbahn wird nach (26)

$$F|_g = \frac{v_0^2}{2} + c\,\vartheta_0\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 + g\,z_0 + \text{const.} = F|_0. \tag{36}$$

Die hierin noch frei verfügbare Konstante sei — analog zu der potentiellen Energie in Kap. I, 1 — so gewählt, daß:

$$F|_g = F|_0 = 0 \tag{37}$$

wird. Das heißt: Die Gesamtenergie werde so normiert, daß sie im Punkte x_0, y_0, z_0 und damit wegen (26) in jedem Punkt der geostrophischen Windbahn Null ist.

Die erste Variation ist nach (30) für jeden Punkt der geostrophischen Windbahn (d. h. für jedes t) Null:

$$\delta F|_g = \delta F|_0 = 0. \tag{38}$$

Unter Vernachlässigung höherer Glieder kann man also nach (21) und (26) für die Energie auf der gestörten Bahn näherungsweise

$$F_s = \delta^2 F|_g \tag{39}$$

setzen, wo $\delta^2 F|_g$ nach (24) mit Berücksichtigung (31), (32)

$$\delta^2 F|_g = \frac{1}{2}\{\delta u^2 + \delta v^2 + \delta w^2\} + \frac{1}{2} c\,\vartheta_0 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x^2 + \right.$$
$$\left. + 2\,\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x\,\delta z + \frac{\partial^2}{\partial z^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta z^2 \right\} \tag{40}$$

ist[5].

Dieser Ausdruck, *in einem bestimmten Punkte* der geostrophischen Windbahn $x_g(t_1)$, $y_g(t_1)$, $z_g(t_1)$, d. h. also für einen Zeitpunkt t_1 berechnet, entscheidet also darüber, ob die Energie des Luftteilchens in diesem Punkte bei Verschiebungen $\delta x(t_1)$, $\delta y(t_1)$, $\delta z(t_1)$ ein Maximum, Minimum oder einen Sattelwert hat.

Da die Koeffizienten der quadratischen Form (40) aber für jeden Zeitpunkt t der geostrophischen Windbahn den gleichen Wert haben — nämlich den für x_0, z_0 — so ist jeder Punkt der geostrophischen Windbahn für eine Untersuchung des Ausdrucks (40) gleichberechtigt. Wir untersuchen ihn daher für den Ausgangspunkt t_0. Er lautet dann:

$$\delta^2 F|_g = \delta F|_0 = \frac{1}{2}\{\delta u(t_0)^2 + \delta v(t_0)^2\,\delta w + (t_0)^2\} +$$
$$+ \frac{1}{2} c\,\vartheta_0 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x(t_0)^2 + 2\,\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x(t_0)\,\delta z(t_0) + \right.$$
$$\left. + 2\,\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x(t_0)\,\delta z(t_0) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta z(t_0)^2. \right. \tag{41}$$

Vom energetischen Standpunkt kann man analog zu Kap. I wieder folgende Fälle unterscheiden[6]:

1. $\delta^2 F|_0 > 0$, also F für die geostrophische Windbahn ein Minimum. Der Massenpunkt kann die geostrophische Windbahn nur dann verlassen und eine Bahn der Gestalt (34) einschlagen, wenn ihm Energie vom Betrage $\delta^2 F|_0$ zugeführt wird. Die geostrophische Windbahn ist also stabil.

2. $\delta^2 F|_0 < 0$, also F für die geostrophische Windbahn ein Maximum. Bei der geringsten Abweichung des Massenpunktes von der geostrophischen Windbahn wird Energie vom Betrage $-\delta^2 F|_0$ frei, welche sich in kinetische Energie verwandelt und den Massenpunkt immer weiter aus der geostrophischen Windbahn entfernt. Die geostrophische Windbahn ist labil.

[5] Wir schreiben für $(\delta x)^2$, $(\delta z)^2$, $(\delta u)^2$ usw. zur Abkürzung δx^2, δz^2, δu^2 usw.

[6] Die folgenden Überlegungen sind mathematisch nicht exakt (vgl. Anm. 2), vom physikalischen Standpunkt aber durchaus plausibel.

3. $\delta^2 F|_0 \lessgtr 0$, also F für die geostrophische Windbahn ein Sattelwert. Für gewisse Variationen der Grundbahn ist Energie aufzuwenden, bei anderen wird Energie frei. Die Grundbahn ist teils labil, teils stabil.

4. $\delta^2 F|_0 = 0$, die Energie wird bei Variation der Grundbahn nicht verändert.

III. Umformung der zweiten Variation $\delta^2 F|_0$ der Energie.

1. Vereinfachende Annahme.

Während bisher von den gestörten Bahnen nur verlangt war, daß sie in der Nachbarschaft der geostrophischen Bahn verlaufen, sollen jetzt nur noch solche Bahnen berücksichtigt werden, für welche $\delta u\,(t_0) = \delta w\,(t_0) = 0$ ist.[7] Dann wird der zur Verschiebung notwendige Energieaufwand nach (41):

$$\delta^2 F|_0 = \frac{1}{2}\,\delta v\,(t_0)^2 + \frac{1}{2}\,c\,\vartheta_0 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x\,(t_0)^2 + \right.$$
$$\left. + 2\,\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta x\,(t_0)\,\delta z\,(t_0) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 \delta z\,(t_0)^2 \right\} \qquad (42)$$

unter Berücksichtigung von (28) also:

$$\delta^2 F|_0 = \frac{1}{2}\left\{ \left(c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 + l^2 \right) \delta x\,(t_0)^2 + 2\left(c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + l\,m\cos\gamma \right) \delta x\,(t_0)\,\delta z\,(t_0) + \left(c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\, p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 + m^2\cos^2\gamma \right) \delta z\,(t_0)^2 \right\}. \qquad (43)$$

Dieser Ausdruck heiße Verschiebungsenergie. Sie ist ein Maß für die Stabilität bzw. Labilität des geostrophischen Windes.

2. Einführung eines neuen Koordinatensystems.

Der Ausdruck für $\delta^2 F|_0$ wird besonders einfach, wenn man vorübergehend ein Koordinatensystem $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ einführt, in welchem die zweite — hier allein benutzte Bewegungsgleichung (5) — die folgende Gestalt hat:

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -2\,\omega\,a\,\bar{u}. \qquad (44)$$

Um dies zu erreichen, muß also:

$$2\,\omega\,a\,\bar{u} = l\,u + m\cos\gamma\,w \qquad (45)$$

sein oder, da die Koordinaten sich wie die Geschwindigkeiten transformieren,

$$2\,\omega\,a\,\bar{x} = l\,x + m\cos\gamma\,z, \qquad (46)$$

d. h.

$$\bar{x} = \frac{l}{2\,\omega\,a}\,x + \frac{m\cos\gamma}{2\,\omega\,a}\,z = \frac{\sin\varphi}{a}\,x + \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,z. \qquad (47)$$

[7] Dies bedeutet eine Einschränkung der zum Vergleich zugelassenen Kurven.

Ergänzt man diese Transformationsgleichung durch die Gl.

$$\bar{z} = -\frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,x + \frac{\sin\varphi}{a}\,z, \tag{48}$$

so stellt das System (47) (48) eine Drehung um die y-Achse dar, wenn die Funktionaldeterminante

$$\begin{vmatrix} \frac{\sin\varphi}{a} & \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a} \\ -\frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a} & \frac{\sin\varphi}{a} \end{vmatrix} = 1 \tag{49}$$

ist, woraus für a folgt:

$$a = \sqrt{\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos^2\gamma}. \tag{50}$$

Für die zu (47) (48) inverse Transformation erhält man:

$$x = \frac{\sin\varphi}{a}\,\bar{x} - \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,\bar{z},$$

$$z = \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,\bar{x} + \frac{\sin\varphi}{a}\,\bar{z}. \tag{51}$$

y bleibt bei dieser Drehung unverändert, also:

$$y = \bar{y}. \tag{52}$$

Die Gleichungen des geostrophischen Windes *im System* $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ erhält man am einfachsten, wenn man sie im System x, y, z als Vektorgleichung schreibt. $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ seien die Einheitsvektoren in den Koordinatenrichtungen im System x, y, z, $\bar{\mathfrak{i}}$, $\bar{\mathfrak{j}}$, $\bar{\mathfrak{k}}$ die des Systems $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, dann lauten (33) als Vektorengleichung geschrieben:

$$O = \left\{c\,\vartheta_0\frac{\partial}{\partial x}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 - l\,v_0\right\}\mathfrak{i} + \left\{c\,\vartheta_0\frac{\partial}{\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 - m\cos\gamma\,v_0 + g\right\}\mathfrak{k}$$

oder (53)

$$O = c\,\vartheta_0\frac{\partial}{\partial x}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0\,\mathfrak{i} + \left\{c\,\vartheta_0\frac{\partial}{\partial z}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0 + g\right\}\mathfrak{k} - v_0\,(l\,\mathfrak{i} + m\cos\gamma\,\mathfrak{k}). \tag{54}$$

Nach (46) ist nun:

$$2\,\omega\,a\,\bar{\mathfrak{i}} = l\,\mathfrak{i} + m\cos\gamma\,\mathfrak{k}. \tag{55}$$

Für die Transformation von $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{k}$ gelten entsprechend (51)

$$\mathfrak{i} = \frac{\sin\varphi}{a}\,\bar{\mathfrak{i}} - \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,\bar{\mathfrak{k}},$$

$$\mathfrak{k} = \frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\,\bar{\mathfrak{i}} + \frac{\sin\varphi}{a}\,\bar{\mathfrak{k}}. \tag{56}$$

Setzt man dies in (54) ein, berücksichtigt, daß wegen (52) $v = \bar{v}$ ist und daß

$$\frac{\partial}{\partial\bar{x}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sin\varphi}{a}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial\bar{z}} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\cos\gamma\cos\varphi}{a}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\sin\varphi}{a}\right) \tag{57}$$

gilt, so erhält man

$$O = \bar{\mathfrak{i}} \left\{ c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial \bar{x}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 - 2\,\omega\, a\, \bar{v}_0 + g\,\frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a} \right\} + \\ + \bar{\mathfrak{k}} \left\{ c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 + g\,\frac{\sin\varphi}{a} \right\} \tag{58}$$

oder in Komponenten:

$$-c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial \bar{x}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 + 2\,\omega\, a\, \bar{v}_0 - g_1 = 0,$$
$$-c\,\vartheta_0 \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 - g_2 = 0, \tag{59}$$

wobei

$$g_1 = g\,\frac{\cos\varphi\cos\gamma}{a}$$
$$g_2 = g\,\frac{\sin\varphi}{a}$$

gesetzt ist.

Man beachte, daß $\vartheta_0 = \vartheta\,(x_0, z_0) = \vartheta\,(\bar{x}_0, \bar{z}_0)$ ist.

Rechnet man die Verschiebungsenergie (43) entsprechend mit Hilfe der Transformationsgleichungen (51), (57) auf das $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$-System um, so erhält man

$$\delta^2 \bar{F}|_0 = \frac{1}{2} \left\{ \left(c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 + 4\,\omega^2 a^2 \right) \delta\bar{x}\,(t_0)^2 + \right.$$
$$\left. + 2\,c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}\,\partial \bar{z}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 \delta\bar{x}\,(t_0)\,\delta z\,(t_0) + c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 \delta z\,(t_0)^2 \right\}. \tag{60}$$

Die Koeffizienten dieser Form lassen sich nun mit Hilfe der Gl. (59) wesentlich vereinfachen:

Setzt man

$$A = c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0 + 4\,\omega^2 a^2,$$
$$B = c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}\,\partial \bar{z}}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0,$$
$$C = c\,\vartheta_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}\, p^{\frac{k-1}{k}} \Big|_0, \tag{61}$$

so wird aus (60):

$$\delta^2 \bar{F}|_0 = \frac{1}{2} \{ A\,\delta\bar{x}^2 + 2\,B\,\delta\bar{x}\,\delta\bar{z} + C\,\delta\bar{z}^2 \}. \tag{62}$$

Dies läßt sich aber für $C \neq 0$ in der Form:

$$\delta^2 \bar{F}|_0 = \frac{1}{2C} \{ (C\,\delta\bar{z} + B\,\delta\bar{x})^2 - (B^2 - A\,C)\,\delta\bar{x}^2 \} \tag{63}$$

schreiben.

Die A, B, C dieser Form kann man nun mit (59) berechnen, was hier nur für C durchgeführt werden soll:

Schreibt man $(59)_2$ ohne Index und beachtet, daß ϑ als Funktion der transformierten Variablen zu nehmen ist, so erhält man

$$-c\,\vartheta(\bar{x},\bar{z})\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\,p^{\frac{k-1}{k}}(\bar{x},\bar{z})-g_2=0,$$

oder

$$\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\,p^{\frac{k-1}{k}}(x,\bar{z})=-\frac{g_2}{c}\,\vartheta^{-1}(\bar{x},\bar{z}),$$

daher

$$\frac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}\,p^{\frac{k-1}{k}}(\bar{x},\bar{z})=-\frac{g_2}{c}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\,\vartheta^{-1}(x,\bar{z})=\frac{g_2}{c}\,\frac{1}{\vartheta^2(\bar{x},\bar{z})}\,\frac{\partial\,\vartheta(\bar{x},\bar{z})}{\partial\bar{z}}$$

und somit:

$$\frac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}\,p^{\frac{k-1}{k}}\Big|_0=\frac{g_2}{c\,\vartheta_0^2}\,\frac{\partial\,\vartheta(\bar{x},\bar{z})}{\partial\bar{z}}\Big|_0.$$

Damit wird:

$$C=g_2\,\frac{1}{\vartheta_0}\,\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{z}}\Big|_0.$$

Entsprechend erhält man:

$$A=\frac{1}{\vartheta_0}\,(g_1-2\,\omega\,a\,\overline{v_0})\,\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{x}}\Big|_0+2\,\omega\,a\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}}\Big|_0+4\,\omega^2\,a^2.$$

Für B erhält man zwei Darstellungen, je nachdem man von Gl. $(59)_1$ oder $(59)_2$ ausgeht. Man erhält:

$$B_1=g_2\,\frac{1}{\vartheta_0}\,\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{x}}\Big|_0 \tag{66}$$

und

$$B_2=\frac{1}{\vartheta_0}\left(g_1-2\,\omega\,a\,\overline{v_0}\right)\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{z}}\Big|_0-2\,\omega\,a\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{z}}\Big|_0.$$

Da beide Darstellungen für B identisch sein müssen, folgt aus $B_1=B_2$

$$\frac{\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{x}}\Big|_0}{\vartheta_0}\,g_2=\frac{\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{z}}\Big|_0}{\vartheta_0}\,(g_1-2\,\omega\,a\,\overline{v_0})+2\,\omega\,a\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{z}}\Big|_0. \tag{67}$$

Man setzt nun die so gefundenen Werte für A, B, C in (63) ein und berücksichtigt (67). Dabei soll von jetzt ab der Index 0, der bedeutete, daß der Ausdruck im Punkte

$$x_g(t_0)=x_0,\ y_g(t_0)=y_0,\ z_g(t_0)=z_0$$

der geostrophischen Windbahn zu nehmen sei, weggelassen werden[8]. Außerdem soll für $\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{x}}:\vartheta_{\bar{x}}$, $\frac{\partial\vartheta}{\partial\bar{z}}:\vartheta_{\bar{z}}$ usw. abgekürzt werden.

[8] Die folgenden Untersuchungen gelten also für einen beliebigen Punkt t_1, einer beliebigen geostrophischen Windbahn $x_g(t)$, $y_g(t)$, $z_g(t)$ unter der

Man erhält dann:

$$\delta^2 \bar{F}|_g = \frac{1}{2} \frac{\vartheta}{\vartheta_{\bar{z}}} \left\{ g_2 \left(\frac{\vartheta_{\bar{z}}}{\vartheta} \delta\bar{z} + \frac{\vartheta_{\bar{x}}}{\vartheta} \delta\bar{x} \right)^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{2\,\omega\,a}{\vartheta} (\bar{v}_{\bar{z}}\,\vartheta_{\bar{x}} - \bar{v}_{\bar{x}}\,\vartheta_{\bar{z}} - 2\,\omega\,a\,\vartheta_{\bar{z}})\,\delta\bar{x}^2 \right\}. \quad (68)$$

Diese Gleichung gilt also nur für $\vartheta_{\bar{z}} \neq 0$[9].

Setzt man in (68) zur Abkürzung

$$\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} = \bar{v}_{\bar{x}} - \bar{v}_{\bar{z}} \frac{\vartheta_{\bar{x}}}{\vartheta_{\bar{z}}}. \quad (69)$$

$-\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}}$ ist der Differentialquotient des geostrophischen Windes längs der Isentropen $\vartheta = \vartheta(x, \bar{z})$[10] — dann wird aus (68)

$$\delta^2 \bar{F} = \frac{1}{2} \frac{\vartheta}{\vartheta_{\bar{z}}} \left\{ g_2 \left(\frac{\vartheta_{\bar{z}}}{\vartheta} \delta\bar{z} + \frac{\vartheta_{\bar{x}}}{\vartheta} \delta\bar{x} \right)^2 + 2\,\omega\,a \left(\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\,\omega\,a \right) \frac{\vartheta_{\bar{z}}}{\vartheta} \delta\bar{x}^2 \right\}. \quad (70)$$

3. Transformation auf das ursprüngliche Koordinatensystem.

Zum Zwecke einer eingehenden Diskussion dieser Gleichung (70) ist es zweckmäßig, sie vermittels der Transformationsgleichungen (47), (48) wieder auf das ursprüngliche Koordinatensystem x, y, z zu transformieren.

Wie man durch Ausrechnen leicht zeigt, ist der Ausdruck $\vartheta_{\bar{z}}\,\delta\bar{z} + \vartheta_{\bar{x}}\,\delta\bar{x}$ der ersten Klammer invariant gegen diese Transformation. Es wird also:

$$\vartheta_{\bar{z}}\,\delta\bar{z} + \vartheta_{\bar{x}}\,\delta\bar{x} = \vartheta_z\,\delta z + \vartheta_x\,\delta x. \quad (71)$$

Dagegen wird der Ausdruck der zweiten Klammer

$$\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\,\omega\,a = \frac{1}{\vartheta_{\bar{z}}} \{(v_x + 2\,\omega \sin\varphi)\,\vartheta_z - (v_z + 2\,\omega \cos\varphi \cos\gamma)\,\vartheta_x\}. \quad (72)$$

Voraussetzung, daß in diesem Punkt $\delta u\,(t_1) = \delta w\,(t_1) = 0$ für die gestörten Bahnen gilt. Die geostrophische Windbahn braucht also insbesondere nicht mehr durch den Punkt x_0, y_0, z_0 zu gehen. Wir stellen uns also für das Folgende immer vor, daß mit dem Luftteilchen, das sich nach (26) mit konstanter, durch die Normierung in x_0, y_0, z_0 festgelegter Energie auf einer geostrophischen Windbahn bewegt, im Punkt t_1 virtuelle Verrückungen $\delta x\,(t_1)$, $\delta z\,(t_1)$ vorgenommen werden, die der Bedingung $\delta u\,(t_1) = \delta w\,(t_1) = 0$ unterliegen.

[9] Vgl. KLEINSCHMIDT, a. a. O.

[10] Allgemein gilt $\frac{\delta}{\delta x} = \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\vartheta_x}{\vartheta_z} \frac{\partial}{\partial z}$, wo unter $\frac{\delta}{\partial x}$ die lokale Ableitung innerhalb der isentropen Fläche zu verstehen ist. Diese Beziehung folgt aus den ersten beiden Grundgleichungen, weil w auf der isentropen Fläche eine eindeutige Funktion von u ist. Vgl. KLEINSCHMIDT a. a. O., S. 306.

(71) und (72) in (70) eingesetzt, liefern nach leichter Umrechnung

$$\delta^2 F = \frac{1}{2} \frac{\vartheta}{\sin\varphi\,\vartheta_z - \cos\varphi\cos\gamma\,\vartheta_x} \left\{ \frac{g\sin\varphi}{\vartheta^2} (\vartheta_z\,\delta z + \vartheta_x\,\delta x)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{2\omega}{\vartheta} [(v_x + l)\,\vartheta_z - (v_z + m\cos\gamma)\,\vartheta_x] (\sin\varphi\,\delta x + \cos\varphi\cos\gamma\,\vartheta z)^2 \right\} \quad (73)$$

oder auch

$$\underset{|\varphi| \gg 0}{\delta^2 F} = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\vartheta_z}{\vartheta} - \operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\frac{\vartheta_x}{\vartheta}} \left\{ g \left(\frac{\vartheta_z}{\vartheta}\,\delta z + \frac{\vartheta_x}{\vartheta}\,\delta x \right)^2 + \right.$$
$$\left. + l\,(v_x + l) \left[\frac{\vartheta_z}{\vartheta} - \frac{v_z + m\cos\gamma}{v_x + l} \frac{\vartheta_x}{\vartheta} \right] (\delta x + \operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\,\delta z)^2 \right\}. \quad (74)$$

Diese Form von (73) ist jedoch nur für mittlere und höhere Breiten $|\varphi| \gg 0$ geeignet, da für $\varphi \to 0$ der Faktor vor der geschweiften Klammer wegen $\operatorname{ctg}\varphi \to \infty$ unbestimmt wird. Am Äquator folgt aus (73)

$$\underset{\text{Äquator}}{\delta^2 F} = -\frac{1}{2} \frac{\vartheta}{\vartheta_x} 2\omega \left\{ v_x \frac{\vartheta_z}{\vartheta} - (v_z + 2\omega\cos\gamma) \frac{\vartheta_x}{\vartheta} \right\} \cos\gamma\,\delta z^2. \quad (75)$$

Mit den Abkürzungen

$$L = \frac{\vartheta_z}{\vartheta} - \operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\frac{\vartheta_x}{\vartheta};\quad G = v_x + l;\quad H = \frac{\vartheta_z}{\vartheta} - \frac{v_z + m\cos\gamma}{v_x + l} \frac{\vartheta_x}{\vartheta} \quad (76)$$

erhält man aus (74):

$$\left\| \underset{\varphi \gg 0}{\delta^2 F} = \frac{1}{2} \frac{1}{L} \left\{ g \left(\frac{\vartheta_z}{\vartheta}\,\delta z + \frac{\vartheta_x}{\vartheta}\,\delta x \right)^2 + l\,G\,H\,(\delta x + \operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\,\delta z)^2 \right\} \right\|. \quad (77)$$

IV. Der Vorzeichencharakter der zweiten Variation $\delta^2 \overline{F}$ und $\delta^2 F$ für $|\varphi| \gg 0$.

1. $\delta^2 \overline{F}$ im System $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ (70) und $\delta^2 F$ im System x, y, z (77) sind quadratische Formen der Verschiebungen $\delta\bar{x}$, $\delta\bar{z}$ bzw. δx, δz.

Den mathematischen Charakter der Form (70) bestimmen die Vorzeichen von $\vartheta_{\bar{z}}$ und $\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a$; den der Form (77) die Vorzeichen von L, G, H.

Die genannten Formen heißen *definit*, wenn sie für alle Verschiebungen $\delta\bar{x} \neq 0$, $\delta\bar{z} \neq 0$ bzw. $\delta x \neq 0$, $\delta z \neq 0$ entweder nur positive oder nur negative Werte annehmen. Im ersteren Fall heißen sie *positiv definit*, im letzteren *negativ definit*. Die Formen (70) und (77) sind also:

(70)		bzw. (77)	
definit, wenn $\vartheta_{\bar{z}}$ und $\underbrace{\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a}$	gl. Vorzeichen	$\underbrace{G}$ u. H gl. Vorzeichen,	
pos. definit, wenn	„ „ und $\vartheta_{\bar{z}} > 0$	„	und $L > 0$,
neg. definit, wenn	„ „ und $\vartheta_{\bar{z}} < 0$	„	und $L < 0$.

Sind die Formen je nach Art der Verschiebungen positiver und negativer Werte fähig, so heißen sie *indefinit*. Dies ist der Fall, wenn der zweite Term von (70) bzw. (77) negativ ist. Also:

(70)	bzw. (77)
indefinit wenn $\vartheta_{\bar{z}}$ und $\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\,\omega\,a$ } versch. Vorz.	G u. H versch. Vorz.

Die geschweifte Klammer läßt sich dann nämlich als Produkt zweier Linearformen darstellen. Diese definieren zwei Ebenen l_1 und l_2, welche sich in der durch $\bar{x}$, $\bar{z}$ bzw. x, z festgelegten geostrophischen Wind-

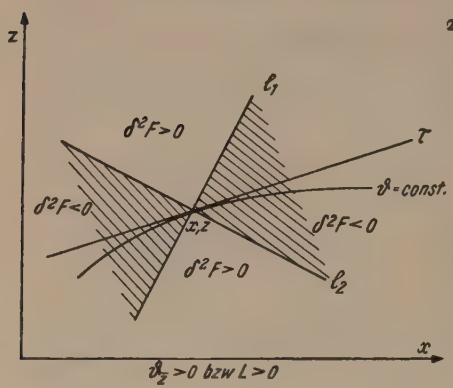

Abb. 1.

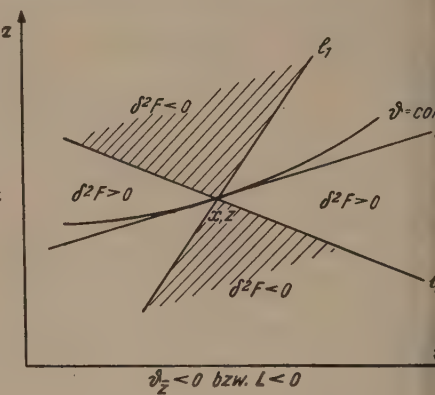

Abb. 2.

Schnitte senkrecht zu der geostrophischen Windbahn durch den Punkt x, y, z. Der geostrophische Wind weht senkrecht in die Papierebene hinein. Dargestellt sind:

1) die Spur der Isentropen ϑ = const., in der die geostrophische Windbahn liegt,

2) die Spur der Tangentialebene τ an die Isentrope längs der geostrophischen Windbahn,

3) die Spuren derjenigen Ebenen l_1, l_2, deren Schnittgerade die geostrophische Windbahn ist und in denen ein Luftteilchen ohne Energieaufwand und ohne Energiegewinn ($\delta^2 F = 0$), d. h. indifferent, verschiebbar ist.

Die Ebenen l_1, l_2 teilen den Raum in je zwei gegenüberliegende Sektoren. In dem einen Sektorenpaar sind Verschiebungen eines Luftteilchens der geostrophischen Windbahn nur unter Energieaufwand möglich ($\delta^2 F > 0$, „stabile Sektoren"). In dem anderen Paar wird bei jeder Verschiebung Energie frei ($\delta^2 F < 0$, „labile Sektoren").

Abb. 1 zeigt, daß unter der Bedingung $L > 0$, τ und ϑ = const. ganz in den labilen Sektoren liegen. Abb. 2 zeigt, daß unter der Bedingung $L < 0$, τ und ϑ = const. ganz in den stabilen Sektoren verlaufen.

bahn schneiden. $\delta^2 F$ (bzw. $\delta^2 \bar{F}$) verschwindet für Verschiebungen innerhalb dieser Ebenen. In je zwei gegenüberliegenden Winkelbereichen hat $\delta^2 F$ (bzw. $\delta^2 \bar{F}$) das gleiche, in je zwei anliegenden Winkelbereichen das entgegengesetzte Vorzeichen.

Verschiebungen $\delta\bar{x}$, $\delta\bar{z}$ bzw. δx, δz, für welche

$$\vartheta_{\bar{x}}\,\delta\bar{x} + \vartheta_{\bar{z}}\,\delta\bar{z} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \vartheta_x\,\delta x + \vartheta_z\,\delta z = 0 \tag{78}$$

gilt, liegen in der Tangentialebene τ, welche die durch die geostrophische Windbahn verlaufende Isentrope längs dieser Windbahn berührt. Wenn

$\vartheta_{\bar{z}} > 0$ bzw. $L > 0$ ist, verläuft diese Tangentialebene ganz im negativen, wenn $\vartheta_{\bar{z}} < 0$ bzw. $L < 0$ ist, ganz im positiven Winkelbereich (s. hierzu Abb. 1 und 2).

Verschwinden die Formen nur für gewisse von Null verschiedene Verschiebungen und sind sie für andere Verschiebungen nur positiver oder nur negativer Werte fähig, so heißen sie *semidefinit*. Dies tritt ersichtlich für $\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a = 0$ bzw. für $H = 0$ ein. $\delta^2 F$, $(\delta^2 \bar{F})$ verschwinden dann für Verschiebungen innerhalb der Tangentialebenen an die Isentropen. Wenn $L > 0$, bzw. $\vartheta_z > 0$, sind darüber hinaus $\delta^2 F$, $(\delta^2 \bar{F})$ für alle anderen Verschiebungen durchweg positiv *(positiv semidefinit)*, wenn $L < 0$, bzw. $\vartheta_{\bar{z}} < 0$, dagegen durchweg negativ *(negativ semidefinit)*.

2. Je nach dem Vorzeichen von $\vartheta_{\bar{z}}$ bzw. von L lassen sich nach Kap. III folgende Gruppen unterscheiden:

I

	Im System $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$		Im System x, y, z	(79)
a)	$\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a > 0$	Verschiebungsenergie $\delta^2\bar{F}$, $\delta^2 F$ durchweg positiv. Jede Verrückung erfordert also Energiezufuhr von außen. Die geostrophische Windbahn ist „absolut stabil“	1) $G > 0, H > 0$ 2) $G < 0, H < 0$	$\vartheta_{\bar{z}} > 0 \wedge L > 0$
b)	$\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a = 0$	Verschiebungsenergie $\delta^2\bar{F}$, $\delta^2 F$ verschwindet auf der Tangentialebene an die Isentrope und ist außerhalb positiv. Jede aus der Tangentialebene hinausführende Verrückung erfordert Energiezufuhr von außen. Die geostrophische Windbahn ist „indifferent stabil“	$H = 0$	
c)	$\frac{\delta\bar{v}}{\delta\bar{x}} + 2\omega a < 0$	Verschiebungsenergie verschwindet auf zwei Ebenen, welche sich in der geostrophischen Windbahn schneiden. In je zwei gegenüberliegenden Winkelräumen ist $\delta^2\bar{F}$, $\delta^2 F > 0$ bzw. $\delta^2\bar{F}$, $\delta^2 F < 0$. Die Isentrope verläuft im „negativen“ Sektor (vgl. Abb. 1). Bei Verschiebungen in diesem Sektor wird Energie frei: Verschiebungen im anderen Sektor erfordern Energiezufuhr von außen. Die geostrophische Windbahn ist „horizontal-labil“	1) $G > 0, H < 0$ 2) $G < 0, H > 0$	

II

Im System $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$				Im System x, y, z	(80)
a)	$\vartheta_{\bar{z}} \lessgtr 0$	$\frac{\delta \bar{v}}{\delta \bar{x}} + 2\omega a < 0$	Verschiebungsenergie $\delta^2 \bar{F}$, $\delta^2 F$ durchweg negativ. Bei jeder Verrückung wird Energie frei. Die geostrophische Windbahn ist „absolut labil“	1) $G > 0, H > 0$ 2) $G < 0, H < 0$	$L \lessgtr 0$
b)		$\frac{\delta \bar{v}}{\delta \bar{x}} + 2\omega a = 0$	Verschiebungsenergie verschwindet auf der Tangentialebene an die Isentrope und ist außerhalb positiv. Bei jeder aus der Tangentialebene herausführenden Verrückung wird Energie frei. Die geostrophische Windbahn ist „indifferent labil“	$H = 0$	
c)		$\frac{\delta \bar{v}}{\delta \bar{x}} + 2\omega a > 0$	Verschiebungsenergie verschwindet auf zwei Ebenen, welche sich in der geostrophischen Windbahn schneiden. In je zwei gegenüberliegenden Winkelräumen ist $\delta^2 \bar{F}, \delta^2 F > 0$ bzw. $\delta^2 \bar{F}, \delta^2 F < 0$. Die Isentrope verläuft im „positiven Sektor“ (vgl. Abb. 2). Verschiebungen in diesem Sektor erfordern Energiezufuhr von außen. Bei Verschiebungen in dem anderen Sektor wird Energie frei. Die geostrophische Windbahn ist „vertikal labil“	1) $G > 0, H < 0$ 2) $G < 0, H > 0$	

Die Bezeichnungen „horizontal“- bzw. „vertikal“-labil sind mit Rücksicht darauf gewählt, daß die Achse der labilen Sektoren im ersten Falle vorwiegend horizontal, im zweiten vorwiegend vertikal liegt[11].

Jedes dieser sechs Kriterien gründet sich auf zwei Bedingungen von denen die auf $\vartheta_{\bar{z}}$ bzw. L bezügliche für Nord- bzw. Südwind ($\gamma = \pm 90°$), sowie am Pol ($\varphi = 90°$) in die klassische Stabilitätsbedingung

[11] Im Falle I_c liegt nach (77) die Gerade $\delta x + \operatorname{ctg} \varphi \cos \gamma \, \delta_z = 0$ im stabilen, im Falle II_c im labilen Sektor. In mittleren und höheren Breiten ist sie sehr steil, am Äquator und in Äquatornähe dagegen fast horizontal. Die Bezeichnungen sind also in Äquatornähe nicht mehr zutreffend.

$\vartheta_z \gtrless 0$ übergeht. In diesen Fällen ist also die klassische Bedingung mit der Einteilung in die Gruppen I und II identisch, über die Unterteilung der einzelnen Gruppen gibt sie dagegen keinen Aufschluß. Dies geschieht erst durch die neue, auf $\frac{\delta \overline{v}}{\delta \overline{x}} + 2\,\omega\,a$ bzw. G und H bezügliche Bedingung, welche das Geschwindigkeitsgefälle enthält, also vorwiegend dynamischen Charakter hat. Im allgemeinen stimmt jedoch die auf L bezügliche Bedingung nicht mehr mit der klassischen Bedingung überein, doch sind beide näherungsweise identisch, wie später gezeigt werden soll.

V. Die Stabilitätskriterien am Äquator und in Äquatornähe.

1. Am Äquator gilt die genannte Unterteilung nicht mehr. Nach (75) ergeben sich hierfür folgende Fälle, wenn man dort den Koeffizient von δz^2 mit K:

$$K = \frac{1}{2}\,\frac{\vartheta}{\vartheta_x}\,2\,\omega \left\{ v_x \frac{\vartheta_z}{\vartheta} - (v_z + 2\,\omega \cos\gamma)\,\frac{\vartheta_x}{\vartheta} \right\} \cos\gamma \tag{81}$$

bezeichnet:

(82)

1	$k > 0$	Die Verschiebungsenergie verschwindet auf der Horizontalen und ist außerhalb größer null	Die geostrophische Windbahn ist stabil, nur in der Horizontalen indifferent
2	$k = 0$	Die Verschiebungsenergie ist für alle Verschiebungen Null	Die geostrophische Windbahn ist total indifferent
3	$k < 0$	Die Verschiebungsenergie verschwindet in der Horizontalen und ist außerhalb negativ	Die geostrophische Windbahn ist labil und nur in der Horizontalen indifferent

2. In Äquatornähe kann man die Kriterien (82) näherungsweise als gültig betrachten; streng genommen gelten aber für beliebig kleine Breiten immer noch die in I und II gegebenen Unterteilungen. Tatsächlich gehen die Kriterien I und II für $\varphi \to 0$ stetig in die am Äquator über. Um dies einzusehen, kann man aber die auf (74) gegründeten Kriterien (79) und (80) nicht ohne weiteres benutzen, da diese $\operatorname{ctg}\varphi$ enthalten, welcher für $\varphi \to 0$ beliebig groß wird. In leicht ersichtlicher Weise kann man aber nach (73) die auf L, G, H gegründeten Kriterien (79) und (80) auf den beiden Größen

$$M = \sin\varphi\,\vartheta_z - \cos\varphi\cos\gamma\,\vartheta_x \tag{83}$$

und

$$N = (v_x + l)\,\vartheta_z - (v_z + m\cos\gamma)\,\vartheta_x$$

aufbauen. Für beliebig kleine φ kann man dann folgende Zuordnung aufstellen:

I (84)

a)	$M > 0$	$N > 0$	Die mit sin φ behafteten Glieder von (73) können vernachlässigt werden. $\delta^2 F$ ist überall positiv und verschwindet näherungsweise auf der Horizontalen	$k > 0$
b)		$N = 0$	$\delta^2 F$ verschwindet auf der Tangentialebene an die Isentrope, ist außerhalb der Tangentialebene zwar größer Null, aber so klein, daß man es näherungsweise null setzen kann	$k = 0$
c)		$N < 0$	Der erste Term (73) und folglich auch der positive Sektor von $\delta^2 F$ sind sehr klein. Der stabile Sektor umfaßt also nur einen kleinen Winkelbereich um die x-Achse. Außerhalb dieses Winkelbereiches ist $\delta^2 F$ durchweg negativ, in dem Winkelbereich selbst zwar positiv aber nur sehr klein, also näherungsweise Null[12]	$k < 0$

II (85)

a)	$M < 0$	$N > 0$	Die mit sin φ behafteten Glieder von (73) können vernachlässigt werden. $\delta^2 F$ ist überall negativ und verschwindet näherungsweise auf der Horizontalen	$k < 0$
b)		$N = 0$	$\delta^2 F$ verschwindet auf der Tangentialebene an die Isentrope und ist außerhalb der Tangentialebene zwar kleiner Null, aber absolut genommen so klein, daß man es näherungsweise Null setzen kann	$k = 0$
c)		$N < 0$	Der erste Term von (73) und folglich auch der negative Sektor von $\delta^2 F$ sind sehr klein. Der labile Sektor umfaßt also nur einen schmalen Winkelbereich um die x-Achse. Außerhalb dieses Winkelbereiches ist $\delta^2 F$ durchweg positiv, in dem Winkelbereich selbst zwar negativ, aber absolut genommen nur sehr klein, also näherungsweise null[12]	$k > 0$

[12] Vgl. Anm. 11.

Für $\varphi \to 0$ bestehen also zwischen (79), (80) und (84), (85) die folgenden Übergänge:

absolut stabil, vertikal labil[12] → stabil am Äquator

indifferent stabil, indifferent labil → total indifferent am Äquator

absolut labil, horizontal labil[12] → labil am Äquator.

VI. Näherungsformeln für die Ausdrücke L und H.

1. In (76) kann man unter Verwendung von (8) ϑ_x eliminieren. Aus (8) erhält man[13]

$$l \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v}{\vartheta}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{m \cos\gamma\, v - g}{\vartheta}\right) \tag{86}$$

und hieraus nach leichter Umrechnung:

$$\frac{\vartheta_x}{\vartheta} = \frac{l}{g} v_z \left\{1 - \frac{\operatorname{ctg}\varphi \cos\gamma\, v_x + v \frac{\vartheta_z}{\vartheta}}{v_z}\right\} \frac{1}{1 - \frac{m \cos\gamma\, v}{g}}. \tag{87}$$

Für Geschwindigkeiten bis 200 km/h macht man einen Fehler von weniger als $1^0/_{00}$, wenn man $\frac{m \cos\gamma\, v}{g} = 0$ setzt. Für die numerische Rechnung empfiehlt es sich, an Stelle von $\frac{\vartheta_x}{\vartheta}$ bzw. $\frac{\vartheta_z}{\vartheta}$ die Größen

$$\Theta_x = 1000 \frac{\vartheta_x}{\vartheta}; \qquad \Theta_z = 1000 \frac{\vartheta_z}{\vartheta} \tag{88}$$

einzuführen. Nach (87) und (76) wird dann:

$$\Theta_x = 1000 \frac{l}{g} v_z \left\{1 - \frac{1}{v_z}\left(\operatorname{ctg}\varphi \cos\gamma\, v_x + \frac{v}{1000}\Theta_z\right)\right\},$$

$$1000\, L = \Theta_z - 1000 \frac{m \cos\gamma}{g} v_z \left\{1 - \frac{1}{v_z}\left(\operatorname{ctg}\varphi \cos\gamma\, v_x + \frac{v}{1000}\Theta_z\right)\right\},$$

$$1000\, H = \Theta_z - 1000 \frac{l}{g} \frac{v_z^2}{v_x + l}\left\{1 - \frac{m \cos\gamma}{v_z}\right\}\left\{1 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{v_z}\left(\operatorname{ctg}\varphi \cos\gamma\, v_x + \frac{v}{1000}\Theta_z\right)\right\}. \tag{89}$$

---

[12] Vgl. Anm. 11.

[13] Man erhält diese Beziehung, indem man in (8) die Indices analog der Verabredung auf S. 245 zur Abkürzung nicht hinschreibt, ϑ, v und $p^{\frac{k-1}{k}}$ also als Funktionen von x, z betrachtet, die erste Gleichung nach z, die zweite nach x differenziert und die linken Seiten der so entstehenden Gleichungen gleichsetzt.

2. Diese Ausdrücke werden besonders einfach, wenn die beiden Größen

$$\frac{m \cos \gamma}{v_z}$$

und

$$\frac{\operatorname{ctg} \varphi \cos \gamma \, v_x + \frac{v}{1000} \Theta_z}{v_z} \tag{90}$$

klein gegenüber 1 sind. In den Einheiten Kilometer und Stunde dürften die Größen v_x, v_z, v und Θ_z in der Natur zwischen den Grenzen

$$-1 < v_x < +1, \quad -30 < v_z < +30, \quad -30 < \Theta_z < +30, \quad v < 200 \tag{91}$$

liegen. Außerdem dürfte v_z im allgemeinen von höherer Größenordnung als die Zähler von (90) sein. In solchen Fällen kann man an Stelle von (89) die Näherungsformeln

$$\begin{aligned} \Theta_x &= 1000 \frac{l}{g} v_z, \\ 1000 \, L &= \Theta_z - 1000 \frac{m \cos \gamma}{g} v_z = \Theta_z - f(\gamma, v_z), \\ 1000 \, H &= \Theta_z - 1000 \frac{l}{g} \frac{v_z^2}{v_x + l} = \Theta_z - h(v_x, v_z) \end{aligned} \tag{92}$$

einführen. In jedem konkreten Fall muß man jedoch prüfen, ob die Größen (90) auch tatsächlich kleiner gegenüber 1 sind. Dies gilt insbesondere für kleine v_z.

VII. Diskussion der indifferenten Fälle Ib und IIb.

1. Die indifferenten Fälle sind als Grenzfälle zwischen Ia und Ic bzw. zwischen IIa und IIc von besonderer Bedeutung. Am einfachsten ist die Indifferenzbedingung in den Koordinaten $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$:

$$\frac{\delta \bar{v}}{\delta \bar{x}} + 2 \omega a = 0. \tag{93}$$

Über die Richtung der $\bar{x}$-Achse gibt folgende Überlegung Auskunft: Nach (51) bzw. (56) hat der Einheitsvektor $\bar{\mathfrak{i}}$ der $\bar{x}$-Achse in bezug auf das System x, y, z die Komponenten

$$-\frac{\sin \varphi}{a}, \quad 0, \quad \frac{\cos \varphi \cos \gamma}{a}. \tag{94}$$

Die Winkelgeschwindigkeit der Erde hat die Komponenten

$$-\omega \cos \varphi \cos \gamma, \quad \omega \cos \varphi \cos \gamma, \quad \omega \sin \varphi. \tag{95}$$

Die $\bar{x}$-Achse liegt folglich in der Breitenkreisebene. Die $\bar{x}$-Komponente von $\bar{\mathfrak{i}}$ ist nach (94) auf der Nordhalbkugel stets positiv, die x und $\bar{x}$-Achse schließen also einen spitzen Winkel ein. Man erhält somit die $\bar{x}$-Achse, indem man die x-Achse auf dem kürzesten Weg in die Breitenkreisebene dreht. Die Verhältnisse bei West- bzw. Ostwind sind in Abb. 3 und 4 dargestellt. Bei Winden mit einer Westkomponente weist die $\bar{x}$-Achse von der Erde weg, bei Winden mit einer Ostkomponente

in die Erde hinein. Bei Nord- oder Südwind fällt das Koordinatensystem $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ mit (x, y, z) zusammen.

Geht man also von einem beliebigen Punkte einer die Indifferenzbedingung (93) erfüllenden geostrophischen Windbahn um eine Längeneinheit in Richtung der $\bar{x}$-Achse — von der Windrichtung aus betrachtet also senkrecht nach rechts und parallel zur Breitenkreisebene — so nimmt die Windgeschwindigkeit auf der Isentropen, welche durch diese

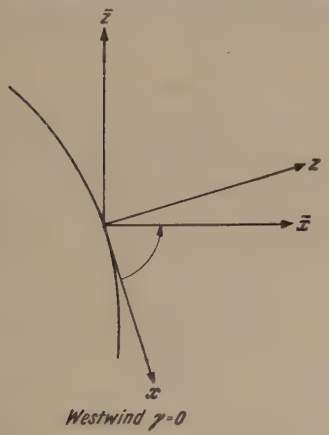

Abb. 3.

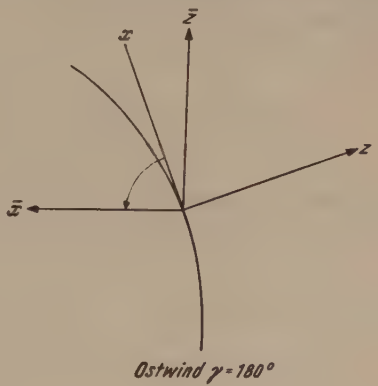

Abb. 4.

Lage der Koordinatenachsen des Systems $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ bei West- und Ostwind. Die $\bar{z}$-Achse zeigt zum Himmelspol.

Abb. 3. Bei *Westwind* ($\gamma = 0$) zeigen y- und $\bar{y}$-Achse (geostrophische Windrichtung) senkrecht in die Papierebene hinein. Die $\bar{x}$-Achse liegt in der Breitenkreisebene und ist von der Erde weggerichtet.

Abb. 4. Bei *Ostwind* ($\gamma = 180°$) zeigen y und $\bar{y}$-Achse senkrecht nach vorn aus der Papierebene heraus. Die $\bar{x}$-Achse liegt in der Breitenkreisebene und zeigt in die Erde hinein.

Windbahn läuft, um $2\,\omega\,a$ ab. Diese Abnahme ändert sich mit der geographischen Breite und der Windrichtung. Die numerischen Werte für das indifferente Windgefälle sind in Tabelle 1 in km/h pro km berechnet:

Tabelle 1. *Werte von* $2\,\omega\,a$; $a = \sqrt{\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos^2\gamma}$; $\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{sec}^{-1} = 0{,}262\,\mathrm{h}^{-1}$.

φ \ γ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0,524	0,516	0,492	0,454	0,401	0,337	0,262	0,179	0,091	0,000
10	0,524	0,516	0,493	0,456	0,406	0,344	0,274	0,199	0,128	0,091
20	0,524	0,517	0,496	0,462	0,418	0,364	0,305	0,246	0,199	0,179
30	0,524	0,518	0,500	0,472	0,435	0,392	0,347	0,305	0,274	0,262
40	0,524	0,519	0,506	0,484	0,456	0,424	0,392	0,364	0,344	0,337
50	0,524	0,520	0,511	0,496	0,477	0,456	0,435	0,417	0,406	0,401
60	0,524	0,522	0,516	0,507	0,496	0,484	0,472	0,463	0,456	0,454
70	0,524	0,523	0,520	0,516	0,511	0,506	0,501	0,496	0,493	0,492
80	0,524	0,523	0,523	0,522	0,521	0,519	0,518	0,517	0,516	0,516
90	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524	0,524

Bei der Beurteilung der relativ großen Werte — durchschnittlich 45 km/h pro 100 km — ist zu bedenken, daß $\frac{\delta v}{\delta x}$ von der Neigung der Isentropen und folglich vom horizontalen und vertikalen Windgefälle abhängt.

2. Bei praktischen Anwendungen empfiehlt es sich, die auf das x, y, z-System bezügliche Indifferenzbedingung zu verwenden. Sie lautet nach (79) Ib und (80) IIb: $H = 0$. Setzt man nun in $(89)_3$ $H = 0$, führt darin die in (92) definierte Abkürzung $h\,(v_x, v_z)$ ein und löst nach Θ_z auf, so erhält man

$$\Theta_z^{\,i} = h\,(v_x, v_z)\,\frac{\left(1 - \frac{m\cos\gamma}{v_z}\right)\left(1 - \frac{\operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\, v_x}{v_z}\right)}{1 + h\,(v_x, v_z)\left(1 - \frac{m\cos\gamma}{v_z}\right)\frac{v}{1000\, v_z}}. \tag{96}$$

In mittleren und höheren Breiten sind die Größen

$$A = 1 - \frac{m\cos\gamma}{v_z}, \quad B = 1 - \frac{\operatorname{ctg}\varphi\cos\gamma\, v_x}{v_z} \tag{97}$$

für $|v_z| \geqq 10$ und $|v_x| < 1$ nahezu gleich 1. Folglich ist (95) näherungsweise mit

$$\Theta_z^{\,i} = h\,(v_x, v_z)\,\frac{1}{1 + h\,(v_x, v_z)\,\frac{v}{1000\, v_z}} \tag{98}$$

und, wenn

$$\left| h\,(v_x, v_z)\,\frac{v}{1000\, v_z} \right| \ll 1, \tag{99}$$

sogar näherungsweise mit

$$\Theta_z^{\,i} = h\,(v_x, v_z) \tag{100}$$

identisch, ein Ergebnis, das mit der Formel $(92)_3$ übereinstimmt. *Die Bedingung für die Indifferenz ist also in guter Näherung von der Windrichtung und der Windgeschwindigkeit unabhängig.* Die Abhängigkeit von diesen Größen macht sich nach (96) erst für kleine v_z bemerkbar. Die Werte der Funktion $h\,(v_x, v_z)$ sind für $\varphi = 50°$ in Tabelle 2 berechnet und die zugehörigen Isolinien in Abb. 5 gezeichnet. Die Linien $\Theta_z^{\,i} = \text{const}$ sind symmetrisch zur v_x-Achse liegende Parabeln, welche alle die Gerade $v_x = -l = -0{,}4013$ im Punkte $v_z = 0$ berühren. In der Umgebung der Geraden $v_x = -0{,}4013$ wird $h\,(v_x, v_z)$ sehr groß, (99) ist also nicht mehr erfüllt. Das nach (100) berechnete $\Theta_z^{\,i}$ ist dann nach (98) zu verbessern.

So ist z. B. für $v_x = -0{,}4$, $v_z = 20$, $v = 100$ nach Tabelle 2

$$h\,(v_x, v_z) = 97{,}14,$$

also

$$h\,(v_x, v_z) \cdot \frac{v}{1000\, v_z} = 0{,}4847.$$

Nach (98) ist also

$$\Theta_z = 65{,}38.$$

Die Abhängigkeit von der Windrichtung macht sich höchstens erst in der zweiten Dezimalen bemerkbar. Sie kommt also prozentual nur für kleine Θ_z^i bzw. v_z zur Geltung.

Beispiel: 1. $v_x = -0{,}4$; $v_z = 1$; $v = 100$; $\gamma = 0°$ Westwind,

$$A = 0{,}6632;\ B = 1{,}3356;\ h \cdot \frac{v}{1000\, v_z} = 0{,}0243,$$
$$\Theta_z^i = 0{,}212.$$

2. $v_x = -0{,}4$; $v_z = 1$; $v = 100$; $\gamma = 90°$ (Südwind),

$$\Theta_z^i = 0{,}237.$$

Solche Fälle sind ohne praktische Bedeutung, da sie weit über die Genauigkeit meteorologischer Beobachtungen hinausgehen.

3. Es kommt nun darauf an, den indifferent stabilen und den indifferent labilen Fall an Hand der Tabelle 2 bzw. der Abb. 5 zu kennzeichnen. Nach (79) und (80) kommt es hierbei auf das Vorzeichen von L an, also nach $(89)_2$ darauf, ob für das nach (96) berechnete $\Theta_z^{i\,14}$ der Ausdruck

$$\Theta_z^i \left\{1 + \frac{v}{1000\, v_z} f(\gamma, v_z)\right\} - f(\gamma, v_z) \left\{1 - \frac{\operatorname{ctg} \varphi \cos \gamma\, v_x}{v_z}\right\} \gtrless 0 \quad (101)$$

ist. Die Werte der Funktion $f(\gamma, v_z)$ sind in dem betrachteten Wertebereich $-30 < v_z < +30$ absolut genommen kleiner als 0,085. Beide Klammern sind also für nicht zu kleine v_z fast gleich 1. (101) ist also für nicht zu kleine v_z näherungsweise mit:

$$\Theta_z^i - f(\gamma, v_z) \gtrless 0 \quad (102)$$

identisch, ein Ergebnis, das mit $(92)_2$ übereinstimmt. Vergleicht man nun die Werte von $f(\gamma, v_z)$ mit den in Tabelle 2 berechneten Werten $h(v_x, v_z)$ so ergibt sich für nicht zu kleine v_z der folgende Sachverhalt:

1. $h - f > 0$ für $v_x > -0{,}4013$, alle zugehörigen Lagen sind indifferent stabil.

2. $h - f < 0$ für $v_x < -0{,}4013$, alle zugehörigen Lagen sind indifferent labil.

Für kleine v_z ist Θ_z sehr klein und von der Windrichtung abhängig. Es kann dann vorkommen, daß bei gleichem v_x, v_z je nach der Windrichtung die Lage indifferent stabil bzw. indifferent labil wird. Für nicht zu kleine v_z entsprechen also die nach oben geöffneten Parabeln in Abb. 5 den indifferent stabilen und die nach unten geöffneten Parabeln den indifferent labilen Lagen.

VIII. Diskussion der allgemeinen Fälle der Stabilität bzw. Labilität.

1. Von den indifferenten Fällen ausgehend kann man die allgemeinen Stabilitäts- und Labilitätsfälle leicht anschaulich deuten. Am ein-

[14] D. h. unter der Bedingung $H = 0$ berechnete Θ_z.

fachsten läßt sich dies wieder in dem Koordinatensystem $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ durchführen:

In den Fällen Ia und IIc nimmt der Wind in der $\bar{x}$-Richtung — senkrecht nach rechts zur Windrichtung und parallel zur Breitenkreisebene — um weniger als $2\omega a$ (s. Tabelle 1) ab oder er nimmt sogar zu.

In den Fällen Ic und IIa nimmt der Wind in der $\bar{x}$-Richtung um mehr als $2\omega a$ (s. Tabelle 1) ab.

Die auf ϑ_z bezügliche Bedingung bezieht sich auf den Temperaturgradient längs einer zur Tangentialebene an die Erdoberfläche geneigten Geraden und bedarf keiner weiteren Erläuterung.

2. Die in 1 angegebenen Kriterien erlauben nur sehr schwer eine Entscheidung über die Stabilität bzw. Labilität einer vorgegebenen Lage. Einfacher wird dies unter Benutzung der auf das x, y, z-System bezüglichen Bedingungen L und H in der Näherungsform (92). An Hand der Abb. 5 bzw. der Tabelle 2 und der Formeln (92) überzeugt man sich nämlich leicht von folgendem Sachverhalt. Die auf G und H bezüglichen Bedingungen von (79) und (80) sind im Falle a) erfüllt, wenn in Abb. 5 der Punkt auf der konkaven Seite der Isolinie Θ_z liegt, und im Falle c), wenn er auf ihrer konvexen Seite liegt. Ist darüber hinaus der Wert Θ_z der Isolinie größer als 0,085, so scheidet diese Isolinie die absolut stabilen Fälle von den horizontal labilen Fällen; ist der Wert Θ_z dagegen kleiner als $-0{,}085$, so scheidet sie die absolut labilen von den vertikal labilen Fällen; da $|f(\gamma, v_z)| < 0{,}085$, ist nämlich dann $L > 0$ bzw. $L < 0$. Es ergibt sich also folgende Zusammenstellung:

(103)

absolut stabil	$\Theta_z > 0{,}085$, Isolinie nach oben geöffnet	v_x, v_z liegt auf der konkaven Seite der Parabel Θ_z	$\Theta_z < -0{,}085$, Isolinie nach unten geöffnet	absolut labil
indifferent stabil		v_x, v_z liegt auf der Parabel Θ_z		indifferent labil
horizontal labil		v_x, v_z liegt auf der konvexen Seite der Parabel Θ_z		vertikal labil

IX. Isentropenneigung und Stabilität.

1. Der Neigungswinkel α der Tangentialebene τ, welche die Isentrope längs der durch x, z festgelegten Gradientwindbahn berührt, mit der x-Achse ist durch

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{\vartheta_x}{\vartheta_z} = -\frac{\Theta_x}{\Theta_z} \tag{104}$$

gegeben. Die Größen Θ_x und Θ_z sind dabei ganz allgemein beim geostrophischen Wind durch die erste Gleichung (89) miteinander verknüpft. Im Zustande der Indifferenz ist ferner Θ_z durch (96) gegeben. Unter

den bislang stets gemachten Voraussetzungen (91), (97) erhält man also nach $(92)_1$ und (100) für den Neigungswinkel α_i im Zustande der Indifferenz

$$\operatorname{tg} \alpha_i = -\frac{v_x + l}{v_z}. \tag{105}$$

Sämtliche Lagen, deren Werte v_x, v_z auf der gleichen Geraden durch den Punkt $v_x = -l = -0{,}4013$; $v_z = 0$ in Abb. 5 liegen, haben also im Zustand der Indifferenz die gleiche Isentropenneigung. Die Strahlen sind in Abb. 5 gestrichelt gezeichnet und die zugehörige Steigung in km pro 100 km angeschrieben. Bezüglich des Vorzeichens gilt folgende Zusammenstellung:

(106)

indifferent stabil	$v_x + l > 0$	$v_z > 0$	Blickt man in Richtung des Windes:	so steigt die Isentrope nach links an und die wärmere Luft liegt rechts oben	$\Theta_x > 0$	$\Theta_z > 0$
		$v_z < 0$		so steigt die Isentrope nach rechts an und die wärmere Luft liegt links oben	$\Theta_x < 0$	
indifferent labil	$v_x + l < 0$	$v_z > 0$		so steigt die Isentrope nach rechts an und die kältere Luft liegt links oben	$\Theta_x > 0$	$\Theta_z < 0$
		$v_z < 0$		so steigt die Isentrope nach links an und die kältere Luft liegt rechts oben	$\Theta_x < 0$	

2. Es liegt nahe, die Isentropenneigung im Zustande der Indifferenz mit der in den allgemeinen Fällen (79) und (80) in Beziehung zu setzen und die Stabilitäts- und Labilitätskriterien auf diesen Beziehungen aufzubauen. Der Zustand einer geostrophischen Windbahn sei durch die Größen v_x, v_z und Θ_z gekennzeichnet. Diese Größen sollen so gewählt sein, daß die Näherungsformeln (92) Gültigkeit haben. Die geostrophische Windbahn ist indifferent, wenn $\Theta_z = \Theta_z{}^i = h\,(v_x\, v_z)$ gilt. In diesem Falle soll Θ_z mit $\Theta_z{}^i$ bezeichnet werden. Im allgemeinen ist aber Θ_z von $\Theta_z{}^i$ verschieden. v_x, v_z, $\Theta_z{}^i = h\,(v_x, v_z)$ soll kurz der zu dem Zustand v_x, v_z, Θ_z gehörige indifferente Zustand heißen. Zu beiden Zuständen gehört nach (92) näherungsweise dasselbe Θ_x. Für die Neigungswinkel der Isentropen α und α_i beider Zustände gilt daher

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\Theta_x}{\Theta_z};\ \operatorname{tg} \alpha_i = -\frac{\Theta_x}{\Theta_z{}^i} = -\frac{\Theta_x}{h\,(v_x, v_z)}, \tag{107}$$

also

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_i = \frac{\Theta_x}{\Theta_z\, \Theta_z{}^i}\,(\Theta_z - \Theta_z{}^i). \tag{108}$$

Hiermit läßt sich die vorliegende Steigung $\operatorname{tg}\alpha$ der Isentropen mit der Steigung $\operatorname{tg}\alpha_i$ des zugehörigen indifferenten Zustandes vergleichen. Das Vorzeichen von $\Theta_z - \Theta_z^i$ ist nach (92) mit dem von H und das von Θ_z^i nach der der Tabelle 2 zugrunde liegenden Formel mit dem von $G = v_x + l$ identisch. Für $|\Theta_z| > 0{,}085$ haben ferner L und Θ_z das gleiche Vorzeichen. Nach (103) kann weiter der absolut stabile bzw. der absolut labile Zustand nur bei positiven bzw. negativen $v_x + l$ auftreten. Hinsichtlich des Vorzeichens von (108) zerfallen also nach (79) und (80) die Fälle Ia und IIa — je nach dem Vorzeichen von Θ_x, also von v_z — in zwei und die Fälle Ic und IIc in vier Unterfälle. Unter Berücksichtigung der Vorzeichen von (107) erhält man dann nach (79) und (80) folgende Zusammenstellung:

I

a)	absolut stabil	$\Theta_z > 0$	$\Theta_z - h > 0$	$v_x + l > 0$	wenn $v_z > 0$ ist:	$0 > \operatorname{tg}\alpha > \operatorname{tg}\alpha_i$	wenn $v_z < 0$ ist:	$0 < \operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}$
b)	indifferent stabil	$\wedge$	$\Theta_z - h = 0$	$v_x + l > 0$	$\wedge$	$0 > \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_i$	$\vee$	$0 < \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}$
c_1)	horizontal labil		$\Theta_z - h < 0$	$v_x + l > 0$		$0 > \operatorname{tg}\alpha_i > \operatorname{tg}\alpha$		$0 < \operatorname{tg}\alpha_i < \operatorname{tg}$
c_2)			$\Theta_z - h > 0$	$v_x + l < 0$		$\operatorname{tg}\alpha < 0;\ \operatorname{tg}\alpha_i > 0$		$\operatorname{tg}\alpha > 0;\ \operatorname{tg}\alpha_i$

II

a)	absolut labil	$\Theta_z < 0$	$\Theta_z - h < 0$	$v_x + l < 0$	wenn $v_z > 0$ ist:	$0 < \operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\alpha_i$	wenn $v_z < 0$ ist:	$0 > \operatorname{tg}\alpha > \operatorname{tg}$
b)	indifferent labil	$\vee$	$\Theta_z - h = 0$	$v_x + l < 0$	$\wedge$	$0 < \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_i$	$\vee$	$0 > \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}$
c_1)	vertikal labil		$\Theta_z - h > 0$	$v_x + l < 0$		$0 < \operatorname{tg}\alpha_i < \operatorname{tg}\alpha$		$0 > \operatorname{tg}\alpha_i > \mathrm{t}$
c_2)			$\Theta_z - h < 0$	$v_x + l > 0$		$\operatorname{tg}\alpha > 0;\ \operatorname{tg}\alpha_i < 0$		$\operatorname{tg}\alpha < 0;\ \operatorname{tg}\alpha_i$

In den Fällen Ia und IIa ist die Isentropenneigung von gleichem Vorzeichen, aber absolut genommen kleiner als die zugehörige indifferente Isentropenneigung.

In den Fällen Ic$_1$ und IIc$_1$ ist die Isentropenneigung von gleichem Vorzeichen, aber absolut genommen größer als die zugehörige indifferente Isentropenneigung.

In den Fällen Ic$_2$ und IIc$_2$ ist die Isentropenneigung von entgegengesetztem Vorzeichen wie die indifferente Isentropenneigung.

3. Wenn in den Fällen I a bzw. II a die Isentropenneigung bei gleichem Vorzeichen absolut genommen immer größer wird, geht nach Überschreitung der indifferenten Isentropenneigung I a in $\mathrm{I\,c_1}$ bzw. II a in $\mathrm{I\,c_1}$ über.

Wenn in den Fällen I a bzw. II a die Isentropenneigung immer kleiner wird und schließlich das Vorzeichen wechselt — nach (107) ändert gleichzeitig Θ_z und folglich auch v_z das Vorzeichen — geht I a in $\mathrm{I\,c_2}$ und II a in $\mathrm{II\,c_2}$ über.

Wenn in den Fällen $\mathrm{I\,c_1}$ bzw. $\mathrm{II\,c_1}$ die Isentropenneigung immer steiler wird und schließlich nach Durchgang durch die Vertikale wieder abnimmt — nach (107) ändert dabei Θ_z das Vorzeichen — geht $\mathrm{I\,c_1}$ in $\mathrm{I\,c_2}$ und $\mathrm{II\,c_1}$ in $\mathrm{I\,c_2}$ über.

X. Numerisches Beispiel und physikalische Deutung der Übergänge zwischen den einzelnen Stabilitäts- bzw. Labilitätsarten.

Wenn man in (74) die Näherung-formeln (92) einsetzt, wird die Verschiebungsenergie:

$$\delta^2 F = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\Theta_z - f}\,\{g \cdot 10^{-3}\,(\Theta_z\,\delta z + \Theta_x\,\delta x)^2 + l\,(v_x + l)\,(\Theta_z - h)\,(\delta x + \operatorname{ctg}\varphi \cos\gamma\,\delta z)^2\}. \tag{111}$$

Mißt man die Verschiebungsenergie in Kilowatt-stunden pro Kilogramm und benutzt man rechts km und h als Einheiten, so wird für Nord- bzw. Südwind $f = 0$, $\cos\gamma = 0$:

$$\delta^2 F = 2{,}1433 \cdot 10^{-8}\,\frac{1}{2\,\Theta_z}\,\{127{,}1\,(\Theta_z\,\delta z + \Theta_x\,\delta x)^2 + l\,(v_x + l)\,(\Theta_z - h)\,\delta x^2\}\ \frac{\text{Kilowattstunden}}{\text{Kilogramm}}. \tag{112}$$

Die Verschiebungsenergie bei einer Vertikalverschiebung ($\delta x = 0$) um δz km ist:

$$\delta^2 F_{\text{vert.}} = 2{,}1433 \cdot 127{,}1 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{2}\,\Theta_z\,\delta z^2. \tag{113}$$

Die Verschiebungsenergie bei einer Verschiebung δx, δz innerhalb der Tangentialebene τ an die durch die geostropische Windbahn verlaufende Isentrope ist wegen (78) und (88)

$$\delta^2 F_\tau = 2{,}1433 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{2\,\Theta_z} \cdot l\,(v_x + l)\,(\Theta_z - h)\,\delta x^2\ \frac{\text{Kilowattst.}}{\text{Kilogramm}}. \tag{114}$$

In der folgenden Tabelle sind nun für $v_x = 0{,}1$; $v_z = 15$ die Größen $\delta^2 F_{\text{vert.}}$, $\delta^2 F_\tau$, die Neigung der Isentropen und die Neigungen der Geraden l_1 und l_2, auf welchen (112) verschwindet und welche die positiven und

negativen Winkelbereiche von $\delta^2 F$ festlegen, für verschiedene Θ_z berechnet[15]:

(11

Θ_z	Neigung von l_1 in km/100 km	Neigung von l_2 in km/100 km	Neigung von τ in km/100 km	$\delta^2 F_{\text{vert.}}$ in $\frac{\text{Kilowattst.}}{\text{Kilogramm}}$	$\delta^2 F_\tau$ in $\frac{\text{Kilowattst.}}{\text{Kilogramm}}$	
+ 10,0	—	—	—0,4736	$+ 1362 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$+ 0{,}185 \cdot 10^{-8} \cdot \delta x^2$	I
+ 1,418	— 3,33	— 3,33	—3,33	$+ 193{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	0	I
+ 1,0	— 7,31	— 2,16	—4,736	$+ 136{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$- 0{,}0901 \cdot 10^{-8} \cdot \delta x^2$	I
+ 0,1	— 93,02	— 1,69	—47,36	$+ 13{,}62 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$- 2{,}840 \cdot 10^{-8} \cdot \delta x^2$	
+ 0,01	— 947,0	— 0,089	—473,6	$+ 1{,}362 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$- 30{,}543 \cdot 10^{-8}\, \delta x^2$	
— 0,01	+ 949,0	— 1,85	+473,6	$- 1{,}362 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$+ 30{,}543 \cdot 10^{-8}\, \delta x^2$	II
— 0,1	+ 96,35	— 1,63	+47,36	$- 13{,}62 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$+ 3{,}269 \cdot 10^{-8}\, \delta x^2$	
— 1,0	+ 10,92	— 1,45	+4,736	$- 136{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$+ 0{,}507 \cdot 10^{-8}\, \delta x^2$	
— 10,0	+ 1,88	— 0,87	+0,4736	$- 1362 \cdot 10^{-8} \cdot \delta z^2$	$+ 0{,}246 \cdot 10^{-8}\, \delta x^2$	

Die Labilität beginnt für $\Theta_z < 1{,}418$ zunächst in einem schmalen, fast horizontalen und die Isentrope enthaltenden Winkelbereich, welcher mit abnehmendem Θ_z immer größer wird und dabei mehr und mehr den ganzen zweiten und vierten Quadranten bedeckt. Die Neigung der Isentropen wird dabei immer steiler und die längs der Isentropen freiwerdende Energie immer größer. Die Vertikale bleibt stets im stabilen Sektor, doch wird die bei Vertikalverschiebung aufzuwendende Energie immer kleiner. Der Übergang $\text{I a} \rightarrow \text{I b} \rightarrow \text{I c}_1$ erfolgt in allen Größen stetig. Die Versteilung der Isentropen entspricht der Ausbildung einer Front. Beim Überschreiten der indifferenten Isentropenneigung setzt zunächst nur in fast horizontaler Richtung Austausch (Aufgleiten bzw. Abgleiten) ein. Bei weiterer Versteilung der Isentropen greift aber auch der Austausch auf immer steiler liegende Richtungen über, ohne indessen auf die Vertikale selbst überzugehen.

Beim Übergang zu negativem Θ_z — Versteilung der Isentropen über die Vertikale hinaus — geht die Isentrope in den stabilen Sektor über, welcher zunächst fast den ganzen ersten und dritten Quadranten umfaßt, mit abnehmendem Θ_z aber immer schmäler wird und mehr und mehr eine horizontale Lage annimmt. Der labile Sektor wird dabei immer größer und umfaßt schließlich mit Ausnahme eines schmalen, fast horizontal liegenden Sektors den ganzen Raum. Die Vertikale bleibt ständig im labilen Bereich und die freiwerdende Energie längs der Vertikalen wird mit abnehmendem Θ_z immer größer. Die großen Werte der Verschiebungsenergie längs der Isentropen für kleine Θ_z kommen nur

[15] Die Steigungen für l_1 und l_2 erhält man für jedes Θ_z aus der quadratischen Gleichung für $\frac{\delta z}{\delta x}$, die sich ergibt, wenn man in (112) die geschweifte Klammer Null setzt und die Zahlenwerte $\Theta_x = 1000 \cdot \frac{l}{g} v_z = 1000 \cdot 3{,}175 \cdot \cdot 10^{-6} \cdot 15$, $l = 0{,}4013$, $v_x = 0{,}1$ und $h\,(v_x, v_z) = 1{,}418$ (nach Tabelle 2) einsetzt.

dadurch zustande, daß die Isentropenneigung immer steiler und dadurch die zu δx gehörige Verschiebung längs der Isentropen immer größer wird. Der starke Sprung beim Vorzeichenwechsel von Θ_z ist daher ohne Bedeutung.

Der beschriebene Übergang $\mathrm{I\,a} \rightarrow \mathrm{I\,b} \rightarrow \mathrm{I\,c_1} \rightarrow \mathrm{II\,c_2}$ entspricht durchaus den Vorstellungen der mitteleuropäischen Schule über die Zyklogenese. Danach beginnt das Aufgleiten bei hinreichend starker Isentropenneigung zunächst weit vor der Front in einem schmalen Bereich um die Isentropen. Mit Annäherung an die Bodenfront versteilen sich die isentropen Flächen mehr und mehr, und das Aufgleiten greift auf immer größere und tieferliegende Luftmassen über. Mit Frontdurchgang geht die Isentrope durch die Vertikale, und es beginnt nunmehr das Schauerwetter. An Hand der dargelegten Theorie erkennt man also, daß die horizontale Aktivität des Wetters (Aufgleitvorgänge) genau wie die vertikale Aktivität (Schauerwetter) auf labile Massenanordnung zurückzuführen ist.

Die übrigen Fälle $\mathrm{I\,c_2}$, II a, II b und $\mathrm{II\,c_1}$ verlangen im Gegensatz zu den bisher betrachteten wegen $v_x + l < 0$ ein sehr starkes negatives horizontales Windgefälle ($v_x < -40{,}13$ km/h pro 100 km in 50° Breite). Es ist anzunehmen, daß ein so stark negatives (antizyklonales) Gefälle in der Natur nicht vorkommt. In der Natur sind also praktisch nur die Fälle I a, I b, $\mathrm{I\,c_1}$ und $\mathrm{II\,c_2}$ von Bedeutung.

XI. Die Stabilität und Labilität am Äquator.

Es bleibt zum Schluß noch die Stabilität und Labilität am Äquator an Hand von (81) und (82) zu untersuchen. Wenn man in der 1. Gl. (89) $l = 2\,\omega \sin\varphi$ in die Klammer nimmt und dann $\varphi = 0$ setzt, erhält man:

$$\Theta_x = -1000\,\frac{2\,\omega\cos\gamma}{g}\,v_x. \tag{116}$$

In (81) eingesetzt, ergibt dies, solange $2\,\omega\cos\gamma \ll v_z$ ist:

$$\delta^2_{\text{Äquator}} = \frac{1}{2}\,g\,10^{-3}\,\{\Theta_z - k\,(\gamma, v_z)\}\,\delta z^2$$

$$k\,(\gamma, v_2) = 1000\,\frac{2\,\omega\cos\gamma}{g}\,v_z. \tag{117}$$

k ist von derselben Größenordnung wie die Funktion f von (92), also absolut genommen sehr klein. Die Bedingung für Stabilität und Labilität fällt also am Äquator im wesentlichen mit der klassischen Bedingung zusammen. Nur für sehr kleine Θ_z tritt die Abhängigkeit von der Windrichtung in Erscheinung, doch ist hierfür $\delta^2 F$ nur sehr klein, der Zustand also schon nahezu indifferent. *Wesentlich ist, daß es nach* (82) *am Äquator keine horizontale Labilität und also auch keine Aufgleitvorgänge gibt.* Es bleibt nur die vertikale Labilität, ein Ergebnis, das mit der Erfahrung aufs beste übereinstimmt.

Tabelle 2.

Die numerischen Werte der Funktion $\Theta_z^i = h\,(v_x, v_z)$ für $\varphi = 50°$ N-Breite.

$$\Theta_z = 1000\,\frac{1}{\vartheta}\,\frac{\partial\vartheta}{\partial z}; \qquad h\,(v_x, v_z) = 1000\,\frac{l}{g}\,\frac{v_z^2}{v_x + l}.$$

Einheiten: Kilometer und Stunde.

$$\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{sec}^{-1} = 0{,}262\,\mathrm{h}^{-1} \qquad g = 9{,}81\,\mathrm{m\,sec}^{-2} = 1{,}271 \cdot 10^{5}\,\mathrm{km \cdot h}^{-2}$$

$$l = 0{,}4013\,\mathrm{h}^{-1}, \quad \frac{l}{g} = 3{,}157 \cdot 10^{-6} \qquad h\,(v_x, v_z) = 3{,}157 \cdot 10^{-3}\,\frac{v_z^2}{v_x + 0{,}4013}.$$

$v_x \backslash v_z$	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7	± 8	± 9	± 10
1,00	0,002	0,009	0,020	0,036	0,056	0,081	0,110	0,144	0,183	0,225
0,95	0,002	0,009	0,021	0,037	0,058	0,084	0,114	0,150	0,189	0,234
0,90	0,002	0,010	0,023	0,039	0,061	0,087	0,119	0,155	0,197	0,243
0,85	0,003	0,010	0,023	0,040	0,063	0,091	0,123	0,161	0,204	0,252
0,80	0,003	0,011	0,024	0,042	0,066	0,095	0,129	0,168	0,213	0,263
0,75	0,003	0,011	0,025	0,044	0,069	0,099	0,134	0,176	0,222	0,274
0,70	0,003	0,011	0,026	0,046	0,072	0,103	0,141	0,184	0,232	0,287
0,65	0,003	0,012	0,027	0,048	0,075	0,108	0,148	0,192	0,243	0,300
0,60	0,003	0,013	0,028	0,050	0,078	0,114	0,155	0,202	0,255	0,315
0,55	0,003	0,013	0,030	0,053	0,083	0,119	0,163	0,212	0,269	0,332
0,50	0,004	0,014	0,032	0,056	0,088	0,126	0,172	0,224	0,284	0,350
0,45	0,004	0,015	0,033	0,059	0,093	0,134	0,182	0,237	0,300	0,371
0,40	0,004	0,016	0,035	0,063	0,099	0,142	0,192	0,252	0,319	0,394
0,35	0,004	0,017	0,038	0,067	0,105	0,151	0,206	0,269	0,340	0,420
0,30	0,005	0,018	0,041	0,072	0,113	0,162	0,219	0,288	0,365	0,450
0,25	0,005	0,019	0,044	0,078	0,121	0,174	0,238	0,310	0,393	0,485
0,20	0,005	0,021	0,047	0,084	0,131	0,189	0,257	0,336	0,425	0,525
0,15	0,006	0,023	0,052	0,092	0,143	0,206	0,281	0,366	0,464	0,573
0,10	0,006	0,025	0,057	0,101	0,158	0,227	0,309	0,403	0,510	0,630
0,05	0,007	0,028	0,063	0,112	0,175	0,252	0,343	0,448	0,567	0,700
0,00	0,008	0,031	0,071	0,126	0,197	0,283	0,386	0,504	0,678	0,787

indifferent stabil

— 0,30	0,031	0,125	0,280	0,499	0,779	1,122	1,527	1,995	2,524	3,116
— 0,35	0,062	0,246	0,554	0,985	1,538	2,215	3,015	3,938	4,985	6,154
— 0,40	0,243	0,992	2,185	3,885	6,071	8,673	11,90	15,54	19,67	24,29
— 0,45	— 0,065	— 0,259	— 0,583	— 1,037	— 1,621	— 2,315	— 3,176	— 4,149	— 5,251	— 6,483
— 0,50	— 0,032	— 0,128	— 0,288	— 0,512	— 0,800	— 1,151	— 1,567	— 2,047	— 2,591	— 3,199
— 0,55	— 0,021	— 0,085	— 0,191	— 0,340	— 0,531	— 0,918	— 1,040	— 1,359	— 1,720	— 2,123
— 0,60	— 0,016	— 0,064	— 0,143	— 0,254	— 0,397	— 0,572	— 0,779	— 1,017	— 1,287	— 1,589
— 0,65	— 0,013	— 0,051	— 0,114	— 0,203	— 0,317	— 0,457	— 0,622	— 0,812	— 1,028	— 1,269
— 0,70	— 0,011	— 0,042	— 0,095	— 0,169	— 0,264	— 0,380	— 0,518	— 0,676	— 0,856	— 1,057
— 0,75	— 0,009	— 0,036	— 0,082	— 0,145	— 0,226	— 0,326	— 0,444	— 0,579	— 0,733	— 0,905
— 0,80	— 0,008	— 0,032	— 0,071	— 0,127	— 0,198	— 0,285	— 0,388	— 0,507	— 0,641	— 0,792
— 0,85	— 0,007	— 0,028	— 0,063	— 0,113	— 0,176	— 0,253	— 0,345	— 0,450	— 0,570	— 0,704
— 0,90	— 0,006	— 0,025	— 0,057	— 0,101	— 0,158	— 0,228	— 0,310	— 0,405	— 0,513	— 0,638
— 0,95	— 0,006	— 0,023	— 0,052	— 0,092	— 0,144	— 0,207	— 0,282	— 0,368	— 0,466	— 0,575
— 1,00	— 0,005	— 0,021	— 0,047	— 0,084	— 0,132	— 0,190	— 0,258	— 0,337	— 0,427	— 0,527

indifferent labil

$v_x \backslash v_z$	± 11	± 12	± 13	± 14	± 15	± 16	± 17	± 18	± 19	± 20
1,00	0,273	0,324	0,381	0,442	0,507	0,577	0,651	0,730	0,814	0,901
0,95	0,283	0,336	0,395	0,458	0,526	0,598	0,675	0,757	0,837	0,936
0,90	0,293	0,349	0,410	0,476	0,546	0,621	0,701	0,786	0,876	0,971
0,85	0,305	0,363	0,426	0,495	0,568	0,646	0,729	0,817	0,911	1,009
0,80	0,318	0,379	0,444	0,515	0,591	0,673	0,760	0,852	0,949	1,052
0,75	0,332	0,395	0,463	0,537	0,617	0,702	0,792	0,888	0,990	1,097
0,70	0,347	0,413	0,485	0,562	0,645	0,734	0,829	0,929	1,035	1,147
0,65	0,363	0,432	0,507	0,589	0,676	0,769	0,868	0,973	1,084	1,201
0,60	0,382	0,454	0,533	0,618	0,710	0,807	0,912	1,022	1,139	1,262
0,55	0,402	0,478	0,561	0,650	0,747	0,850	0,959	1,075	1,198	1,327
0,50	0,424	0,505	0,592	0,687	0,788	0,897	1,013	1,135	1,265	1,402
0,45	0,449	0,534	0,627	0,727	0,834	0,949	1,072	1,202	1,339	1,483
0,40	0,477	0,568	0,666	0,772	0,887	1,009	1,139	1,277	1,423	1,577
0,35	0,508	0,604	0,710	0,824	0,945	1,076	1,214	1,362	1,517	1,681
0,30	0,545	0,649	0,761	0,883	1,013	1,153	1,302	1,459	1,613	1,801

indifferent stabil

Fortsetzung der Tabelle 2.

$v_x \backslash v_z$	± 11	± 12	± 13	± 14	± 15	± 16	± 17	± 18	± 19	± 20	
0,25	0,587	0,698	0,819	0,950	1,091	1,241	1,401	1,571	1,750	1,939	
0,20	0,636	0,756	0,888	1,030	1,182	1,345	1,518	1,702	1,896	2,101	
0,15	0,693	0,825	0,968	1,122	1,288	1,466	1,655	1,855	2,062	2,291	
0,10	0,762	0,907	1,065	1,235	1,418	1,613	1,821	2,041	2,257	2,521	
0,05	0,847	1,008	1,183	1,372	1,575	1,792	2,023	2,268	2,527	2,800	
0,00	0,953	1,134	1,330	1,543	1,771	2,015	2,275	2,551	2,842	3,149	
— 0,05	1,087	1,294	1,519	1,761	2,022	2,301	2,597	2,912	3,244	3,595	
— 0,10	1,268	1,509	1,771	2,054	2,358	2,682	3,028	3,395	3,783	4,191	
— 0,15	1,520	1,809	2,123	2,462	2,827	3,216	3,631	4,070	4,535	5,025	
— 0,20	1,898	2,258	2,650	3,074	3,529	4,015	4,532	5,081	5,662	6,273	
— 0,25	2,525	3,005	3,526	4,090	4,695	5,342	6,030	6,761	7,533	8,346	
— 0,30	3,771	4,488	5,267	6,108	7,012	7,978	9,007	10,10	11,25	12,47	
— 0,35	7,446	8,862	10,40	12,06	13,85	15,75	17,79	19,94	22,22	24,62	
— 0,40	29,38	34,97	41,04	47,60	54,64	62,17	70,18	78,68	87,68	97,14	
— 0,45	— 7,844	— 9,335	— 10,96	— 12,71	— 14,59	— 16,60	— 18,73	— 21,00	— 23,40	— 25,93	
— 0,50	— 3,870	— 4,606	— 5,406	— 6,269	— 7,197	— 8,188	— 9,244	— 10,36	— 11,55	— 12,79	
— 0,55	— 2,569	— 3,051	— 3,588	— 4,161	— 4,777	— 5,435	— 6,136	— 6,879	— 7,664	— 8,492	
— 0,60	— 1,922	— 2,288	— 2,685	— 3,114	— 3,575	— 4,067	— 4,592	— 5,148	— 5,736	— 6,355	
— 0,65	— 1,536	— 1,828	— 2,145	— 2,488	— 2,856	— 3,250	— 3,669	— 4,113	— 4,583	— 5,078	
— 0,70	— 1,279	— 1,522	— 1,786	— 2,072	— 2,378	— 2,706	— 3,054	— 3,425	— 3,816	— 4,228	
— 0,75	— 1,095	— 1,304	— 1,530	— 1,775	— 2,037	— 2,318	— 2,616	— 2,933	— 3,268	— 3,621	
— 0,80	— 0,958	— 1,140	— 1,338	— 1,552	— 1,782	— 2,027	— 2,282	— 2,566	— 2,859	— 3,167	
— 0,85	— 0,851	— 1,013	— 1,189	— 1,379	— 1,583	— 1,801	— 2,033	— 2,280	— 2,540	— 2,814	
— 0,90	— 0,766	— 0,912	— 1,070	— 1,241	— 1,424	— 1,621	— 1,829	— 2,051	— 2,285	— 2,532	
— 0,95	— 0,696	— 0,829	— 0,972	— 1,128	— 1,295	— 1,473	— 1,662	— 1,864	— 2,077	— 2,301	
— 1,00	— 0,638	— 0,758	— 0,891	— 1,034	— 1,186	— 1,350	— 1,524	— 1,709	— 1,904	— 2,109	

indifferent stabil

indifferent labil

$v_x \backslash v_z$	± 21	± 22	± 23	± 24	± 25	± 26	± 27	± 28	± 29	± 30	
1,00	0,994	1,091	1,192	1,298	1,408	1,523	1,643	1,767	1,895	2,028	
0,95	1,030	1,131	1,236	1,346	1,460	1,579	1,703	1,832	1,965	2,103	

indiffer
stab

Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie
Serie A, Meteorologie und Geophysik, Bd. III, Heft 3—4.

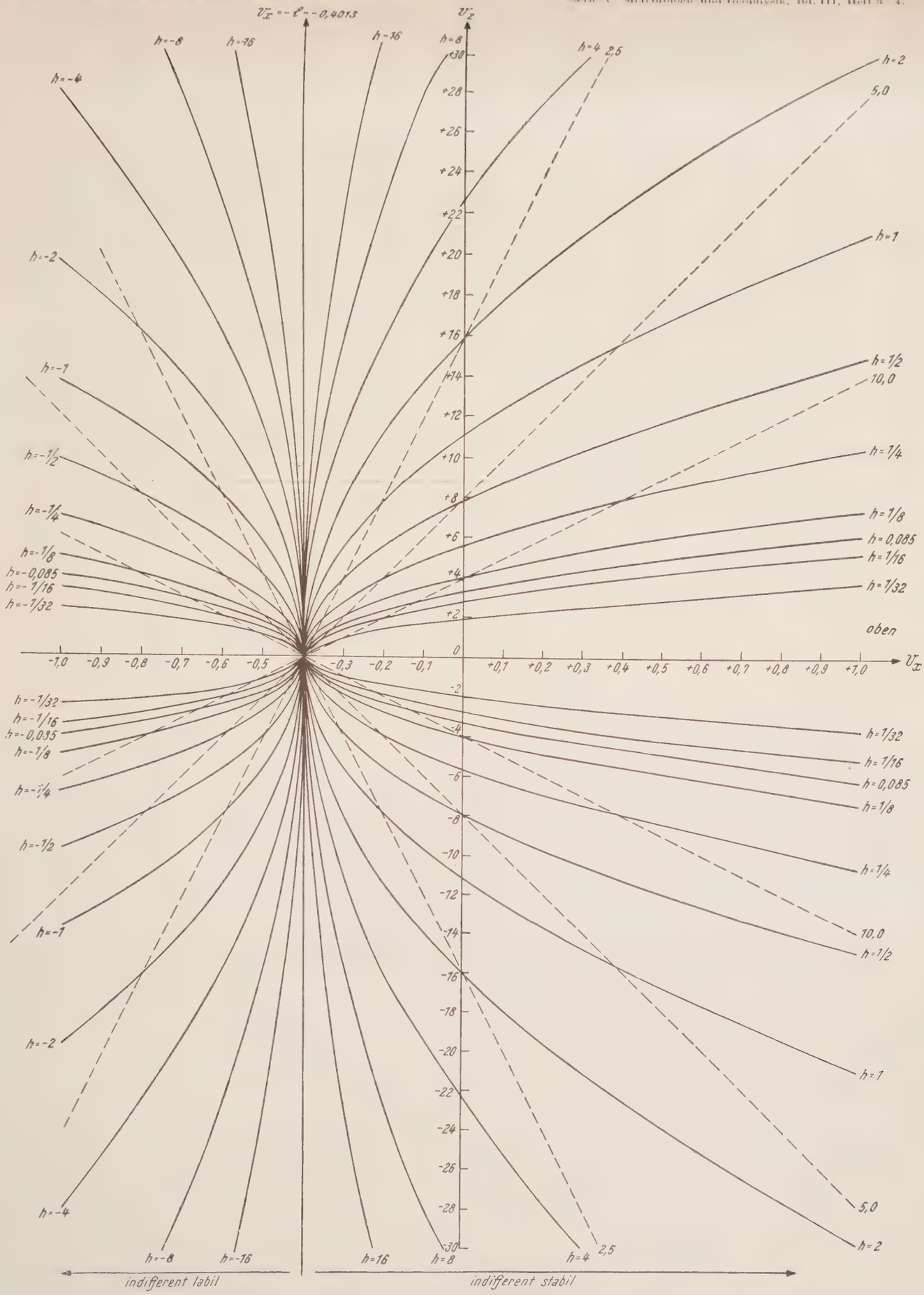

Abb. 5.

Voll ausgezeichnet: die *Isolinien der Funktion* $\Theta_z^{\,i} = h(v_x, v_z) = 1000 \dfrac{l v_z^{\,2}}{g(v_x + l)}$ für $\varphi = 50°$ N-Breite, deren Werte in Tabelle 2 angegeben sind. Es sind symmetrisch zur v_x-Achse liegende Parabeln, welche alle die Gerade $v_x = -l_{\varphi = 50° \text{ N}} = -0{,}4013$ im Punkte $v_x = -0{,}4013$, $v_z = 0$ berühren. Diese Gerade teilt die Ebene in zwei Halbebenen, von denen diejenige, die die positive v_x-Achse enthält, mit „oben" bezeichnet ist. Wird in 50° Nordbreite ein geostrophisches Windfeld beobachtet, so ermöglicht Abb. 5 eine Entscheidung über den Stabilitäts- oder Labilitätscharakter einer jeden Stelle dieses Windfeldes aus den beobachteten Zahlenwerten für das horizontale und vertikale Windgefälle v_x, v_z und dem beobachteten Zahlenwert $\Theta_z = 1000 \dfrac{\partial}{\partial} \dfrac{z}{}$ für den Fall, daß für letzteren $|\Theta_z > 0{,}085$ ist: Man suche die Parabel mit dem Wert Θ_z. Die Lage des Punktes v_x, v_z relativ zu dieser Parabel bestimmt dann den gesuchten Charakter entsprechend Formel (103).

Gestrichelt gezeichnet: vom Punkt $v_x = -0{,}4013$, $v_z = 0$ ausgehende Strahlen. Alle Stellen des geostrophischen Windfeldes mit Wertepaaren v_x, v_z, die auf dem gleichen Strahl liegen, haben im Zustand der Indifferenz die gleiche Isentropenneigung. Die zugehörige Steigung ist in km/100 km angeschrieben. Bezüglich des Vorzeichens gilt (106).

0,60	1,391	1,527	1,668	1,817	1,971	2,132	2,299	2,473	2,652	2,839
0,55	1,463	1,606	1,755	1,911	2,074	2,243	2,419	2,602	2,791	2,987
0,50	1,545	1,696	1,853	2,018	2,190	2,369	2,554	2,747	2,947	3,153
0,45	1,635	1,795	1,962	2,136	2,318	2,507	2,704	2,907	3,119	3,338
0,40	1,738	1,908	2,085	2,270	2,463	2,664	2,873	3,090	3,315	3,547
0,35	1,853	2,034	2,223	2,420	2,626	2,841	3,063	3,294	3,534	3,782
0,30	1,986	2,180	2,382	2,594	2,815	3,044	3,283	3,531	3,784	4,053
0,25	2,138	2,346	2,564	2,791	3,029	3,277	3,539	3,800	4,076	4,363
0,20	2,316	2,524	2,779	3,026	3,283	3,551	3,829	4,118	4,418	4,729
0,15	2,525	2,772	3,029	3,298	3,579	3,871	4,175	4,490	4,816	5,154
0,10	2,779	3,050	3,333	3,630	3,938	4,260	4,594	4,940	5,299	5,671
0,05	3,087	3,388	3,703	4,032	4,375	4,732	5,103	5,488	5,887	6,300
0,00	3,472	3,810	4,165	4,535	4,920	5,322	5,739	6,172	6,621	7,086
— 0,05	3,963	4,350	4,754	5,176	5,617	6,075	6,551	7,046	7,558	8,088
— 0,10	4,620	5,071	5,543	6,035	6,548	7,083	7,639	8,215	8,812	9,430
— 0,15	5,540	6,080	6,645	7,236	7,852	8,492	9,160	9,849	10,57	11,31
— 0,20	6,916	7,591	8,296	9,033	9,802	10,60	11,43	12,30	13,19	14,12
— 0,25	9,202	10,10	11,04	12,02	13,04	14,11	15,21	16,36	17,55	18,78
— 0,30	13,74	15,08	16,49	17,95	19,48	21,07	22,72	24,43	26,21	28,05
— 0,35	27,14	29,79	32,54	35,45	38,46	41,60	44,86	48,25	51,75	55,39
— 0,40	107,0	117,5	128,5	139,9	151,8	164,2	177,0	190,4	204,2	218,6

indifferent stabil

— 0,45	— 28,59	— 31,38	— 34,29	— 37,34	— 40,52	— 43,82	— 47,26	— 50,82	— 54,52	— 58,34
— 0,50	— 14,11	— 15,48	— 16,92	— 18,42	— 19,99	— 21,62	— 23,32	— 25,08	— 26,90	— 28,79
— 0,55	— 9,362	— 10,28	— 11,23	— 12,23	— 13,27	— 14,35	— 15,48	— 16,64	— 17,85	— 19,11
— 0,60	— 7,007	— 7,690	— 8,405	— 9,151	— 9,930	— 10,74	— 11,58	— 12,46	— 13,36	— 14,30
— 0,65	— 5,598	— 6,144	— 6,715	— 7,312	— 7,934	— 8,581	— 9,254	— 9,952	— 10,68	— 11,42
— 0,70	— 4,661	— 5,116	— 5,591	— 6,088	— 6,606	— 7,145	— 7,705	— 8,286	— 8,889	— 9,512
— 0,75	— 3,993	— 4,382	— 4,789	— 5,215	— 5,658	— 6,120	— 6,600	— 7,098	— 7,614	— 8,148
— 0,80	— 3,492	— 3,832	— 4,183	— 4,561	— 4,949	— 5,353	— 5,773	— 6,208	— 6,659	— 7,126
— 0,85	— 3,103	— 3,405	— 3,722	— 4,053	— 4,397	— 4,756	— 5,129	— 5,516	— 5,917	— 6,332
— 0,90	— 2,792	— 3,064	— 3,349	— 3,646	— 3,956	— 4,279	— 4,615	— 4,963	— 5,324	— 5,697
— 0,95	— 2,537	— 2,785	— 3,044	— 3,314	— 3,596	— 3,889	— 4,194	— 4,511	— 4,839	— 5,178
— 1,00	— 2,325	— 2,552	— 2,789	— 3,037	— 3,297	— 3,565	— 3,844	— 4,134	— 4,435	— 4,746

indifferent labil

551.521 : 551.574 : 551.524

(Aus dem Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Innsbruck.)

Kondensationswärme und Strahlungsbilanz in einem mittleren Meridionalschnitt der Troposphäre.

Von

F. Defant, Innsbruck.

Mit 8 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Ausgehend von der theoretischen Untersuchung des Verfassers über das mittlere meridionale Temperaturprofil in der Troposphäre (0 bis 11 km) wird ein mittlerer Meridionalschnitt des Wärmehaushaltes gewonnen. Dieser enthält den Einfluß der innerhalb der Troposphäre frei werdenden Kondensationswärme und nunmehr unter entsprechend vorgenommener Verfeinerung der früheren Theorie [*1*] auch denjenigen der Strahlungsbilanz (Einstrahlung—Ausstrahlung). An die Gewinnung dieses Meridionalschnittes des Wärmehaushaltes schließt sich eine Untersuchung über die Änderung des mittleren Temperaturgradienten mit der Höhe an. Die Grundzüge des mittleren Temperaturaufbaues und Wärmeaufbaues der Troposphäre sind damit in Verbindung mit Niederschlag (Kondensation) und Strahlung, sowie Wirkung des vertikalen und horizontal-meridionalen Austausches einer in vieler Hinsicht befriedigenden Darstellung zugeführt.

Anschließend wird ein Vergleich dieser Ergebnisse mit gleichgearteten, aber auf gänzlich anderem Wege (in der Hauptsache durch aus Temperaturbeobachtungen der freien Atmosphäre berechnete Strahlungsbilanzen) gewonnenen Resultaten von F. Albrecht [*7*] vorgenommen, die sich in bezug auf die Änderung des Temperaturgradienten mit der Höhe als nicht annehmbar erweisen, in anderer Hinsicht aber ähnliche Ergebnisse liefern.

Summary. Starting from a theoretical investigation of the author on the mean meridional temperature profile in the troposphere (0—11 km) the mean meridional profile of heat balance is established implying the influence of condensation heat liberated within the troposphere and, by improvement of the earlier theory [*1*], also the influence of radiation balance (incoming minus outgoing radiation). An investigation on the vertical distribution of the mean temperature gradient follows. The principles of the mean temperature distribution and thermal structure of the troposphere in relation to precipitation (condensation) and radiation as well as the effect of meridional exchange (Austausch) both vertical and horizontal are presented in a way

satisfactory in many respects. The paper concludes with a comparison of these results with analogous ones obtained by F. ALBRECHT with entirely different methods (principally from the radiation balance calculated from temperature observations in the free atmosphere) which run generally along the same lines, but cannot be accepted with regard to the vertical variation of the temperature gradient.

Résumé. A partir de l'étude faite par l'auteur, du profil méridien moyen de température dans la troposphère (0—11 km), on dresse ici le profil méridien moyen du bilan thermique. Celui-ci comprend l'effet de la chaleur de condensation libérée à l'intérieur de la troposphère ainsi que le bilan du rayonnement émis et reçu, après perfectionnement de la théorie antérieure [*1*]. Suit une recherche sur la variation du gradient moyen de température avec l'altitude. On arrive ainsi à relier très convenablement les structures thermique et calorique moyennes de la troposphère aux précipitations (condensation) et au rayonnement, ainsi qu'à l'effet de l'échange turbulent vertical et horizontal. On compare enfin ces résultats à ceux qu'a obtenus F. ALBRECHT [*7*] par une voie toute différente (en principe par le bilan de rayonnement calculé d'après des observations de température dans l'atmosphère libre) et qui mènent à certains égards à des conclusions analogues, bien qu'ils se révèlent inacceptables en ce qui concerne la variation du gradient de température avec l'altitude.

In einer früheren Untersuchung [*1*] des Verfassers wurde die Frage der Entstehung der mittleren troposphärischen Temperaturverteilung als Effekt der vertikalen und horizontalen Austauschvorgänge und der Kondensationswärme bei vorgegebener Temperaturverteilung am Erdboden behandelt. Die theoretischen Berechnungen und ihr Vergleich mit den besten bisher im Meridionalschnitt verfügbaren Beobachtungen schlossen sich zu einem verständlichen und relativ einfachen Bild der troposphärischen Temperaturverteilung zusammen. Die theoretischen Ausgangsüberlegungen stellen eine Wärmebilanzbetrachtung für einen Einheitsraum der Troposphäre dar und man konnte, abgesehen von den Wärmemengen, die ein solcher Einheitsraum durch vertikalen bzw. horizontalen (meridionalen) Austausch erhält, noch der Kondensationswärme, die bei Kondensationsprozessen im Innern der Troposphäre frei wird, eine hervorragende Rolle für diese Wärmebilanz zuschreiben. Bei der Berücksichtigung der Kondensationswärme wurde in der Hauptsache die Niederschlagsverteilung auf der Erde als Basis für deren Bestimmung herangezogen. Eine weitere Wärmequelle stellen zweifellos die Strahlungsprozesse dar, wobei diese insofern eine Berücksichtigung erfahren haben, als die vorgegebene Temperaturverteilung am Erdboden in erster Linie eine Wirkung der Ein- und Ausstrahlungsprozesse ist. In der freien Troposphäre aber wird die Einnahme bzw. Abgabe von Wärme durch Strahlungsprozesse gegenüber der Wirkung der vorstehend genannten Austausch- bzw. Kondensationsprozesse von nicht sehr großer Bedeutung sein, jedoch muß eine Bilanz der Strahlung, wenn eine solche Theorie vollständig sein soll, zweifellos bei der Entstehung des meridionalen Temperaturprofils in Betracht gezogen werden. Besonders notwendig ist dies in jenen Teilen der Troposphäre, wo z. B. die anderen Wärmequellen

zurücktreten oder gänzlich fortfallen. Einer brieflichen Anregung von F. MÖLLER folgend, welcher auf die Bedeutung der Strahlungsbilanz in der freien Troposphäre hingewiesen hat, soll hier eine Behandlung und Bearbeitung dieser Wärmebilanzfrage nachstehend erfolgen.

Insofern als alle über die Austauschprozesse zusätzlichen Wärmequellen ihre theoretische Berücksichtigung in der Größe Q gefunden haben (in [1] war dies eben nur die Kondensationswärme, da Strahlungseinflüsse in der freien Atmosphäre als vernachlässigbar angesehen wurden), müßte diese Größe Q für einen cm³ der Troposphäre die Summe von Kondensationswärme und Strahlungsbilanz darstellen. Dadurch wird es notwendig, gerade diese Größe Q und ihre Verteilung im Meridionalschnitt einer genauen Betrachtung zu unterziehen, um damit den Fragen der Wärmebilanz näherzukommen.

Berechnet man Q streng mit den in der Arbeit [1] gemachten Annahmen, so kommt man in mehrerer Hinsicht zu einem der Wirklichkeit fernen Bild. Der theoretische Ansatz für die Größe Q:

$$Q = m\,(z) + \sum_n n\,(n+1)\,[u_n + v_n] \cdot P_n \qquad (1)$$

läßt erkennen, daß zu einer Berechnung von Q eine passende Wahl der Verteilung der *mittleren* innerhalb der Troposphäre freiwerdenden Kondensationswärme $m\,(z)$ erfolgen muß. Die in [1] benützte Verteilung derselben gemäß der HANN-SÜRING-HERGESELLschen Abnahmeformel für den Dampfdruck hat für die Berechnung des meridionalen Temperaturprofils nur insofern Bedeutung, als aus dieser Verteilung ein Integral über die ganze Troposphäre errechnet und dieses gleich der Größe R gesetzt wurde. (R ist dabei die bei der Kondensation des mittleren Jahresniederschlages der *ganzen* Erde über einem cm² der Erdoberfläche freiwerdende Kondensationswärme, s. dazu [1], Gl. 15a.) Somit spielt für diesen Zweck die genaue Verteilung in der Vertikalen eine untergeordnete Rolle. Jedoch ist dies bei einer Berechnung von Q nicht mehr der Fall. Man sieht leicht ein, daß eine Verteilung, die ihr Maximum am Erdboden und eine e-Potenzabnahme mit der Höhe besitzt, zu einem wirklichkeitsfernen Bild der Wärmeverteilung Q führen muß. Dies ist der erste Grund, warum eine Berechnung von Q mit den Annahmen, die in der früheren Arbeit gemacht wurden, zu einem unrichtigen Ergebnis führt.

Der zweite, durch die zonalen Kugelfunktionen P_n breitenabhängige Teil von Q kann bei Kenntnis von u_n und v_n berechnet werden. Für die Berechnung des meridionalen Temperaturprofils kamen nur die Größen v_2, v_4 und v_6 zur Verwendung, von denen v_2 um eine Zehnerpotenz größer als v_4 und v_6 war. Daher spielte für das Temperaturprofil lediglich das P_2-Glied die Hauptrolle; die weiteren P_4- und P_6-Glieder wurden zwar mitberücksichtigt, hatten aber für das Resultat nur untergeordnete Bedeutung. Nunmehr aber, wo es sich um die Berechnung der Wärmeverteilung Q handelt, ersieht man aus Gl. (1) sofort, daß wegen des Faktors $n\,(n+1)$, mit welchem die u- und v-Werte multipliziert werden, auch die weiteren Glieder bei steigendem n größenordnungsmäßig in

Gewicht fallen und nicht ignoriert werden dürfen. Dies ist der zweite Grund, warum eine Berechnung von Q mit den in [*1*] verwendeten drei Gliedern P_2, P_4 und P_6 mangelhaft bleibt; erst eine genauere Kugelfunktionsentwicklung mit weiteren Gliedern läßt entscheiden, welche davon für die Berechnung von Q vernachlässigbar sind.

Die mit den Werten der früheren Arbeit [*1*] streng durchgeführte Berechnung von Q zeigt folgende drei Hauptunstimmigkeiten:

1. das Maximum von Q ist meist auf die Höhe von 8 km konzentriert;
2. in den großen Höhen über 8 km erscheinen für gewisse Breiten innerhalb der bereits negativen Werte wieder *positive*;
3. in den größeren Höhen vom Äquator gegen den Pol absinkend sind *negative* Werte vorhanden.

Von diesen Hauptunstimmigkeiten kann man Punkt 1 und 2 auf die vorstehend ausgeführten Mängel zurückführen, denn bei einer besseren wirklichkeitsnäheren Wahl der *mittleren* Verteilung von m wird der Punkt 1 berichtigt und die Konzentration des Maximums von Q in 8 km Höhe entfällt. Was Punkt 2 betrifft, so ist dieser dadurch verursacht, daß nur das breitenabhängige Glied P_2 bis 8 km zunehmend und von dort bis zirka 11 km abnehmend angenommen wurde, so wie es die Beobachtungen nahelegen (s. dazu [*1*], Abb. 3). Unterzieht man auch die weiteren Glieder P_4 und P_6 usw. einer solchen Zunahme bis 8 km und Abnahme bis 11 km, was jetzt wegen der Größe dieser Glieder notwendig ist, früher aber bei der Berechnung des Temperaturprofils wegen deren Kleinheit gegenüber dem P_2-Glied unnötig war, so entfallen auch diese positiven unschönen Werte in größeren Höhen und damit entfällt Punkt 2.

Es verbleibt nur noch Punkt 3, der insofern eine gewichtige Unstimmigkeit ist, als Q als *Kondensationswärme* angesprochen wurde und diese daher niemals *negative* Werte annehmen kann. Ich bin an dieser Stelle F. Möller dankbar, mich auf diese letztere Unstimmigkeit brieflich aufmerksam gemacht zu haben. Man muß demnach feststellen, daß, wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, eine Berücksichtigung der Strahlungsbilanz in der Größe Q erfolgen muß und diese eine Kombination von freiwerdender Kondensationswärme und Bilanz zwischen Ein- und Ausstrahlung innerhalb der Troposphäre darstellt.

Die Berücksichtigung der Wärmebilanz zwischen Einstrahlung und langwelliger Ausstrahlung muß in zwei von einander zu trennenden Teilen erfolgen. Es muß

1. eine mittlere Verteilung Bi, die in jeder Breite in gleicher Weise wirksam ist und die zur mittleren Verteilung der Kondensationswärme Ko addiert werden kann, ermittelt und berücksichtigt werden (nunmehr ist also $m\,[z] = Ko + Bi$) und es muß
2. ein breitenabhängiger Teil dieser Bilanz zusätzlich in Rechnung gestellt werden.

Für eine Neuberechnung der Wärmegröße Q in ihrer Verteilung innerhalb der Troposphäre von 0 bis 11 km Höhe sind demnach in Übereinstimmung mit obiger kritischer Diskussion und als Ergebnis derselben folgende Punkte zu klären:

a) Ermittlung einer wirklichkeitsnäheren *mittleren* Verteilung der Kondensationswärme *Ko* über alle Höhen.

b) Ermittlung einer *mittleren* Wärmebilanzverteilung *Bi* zwischen Ein- und Ausstrahlung über alle Höhen.

c) Eine weitergehende zonale Kugelfunktionsentwicklung der meridionalen Niederschlagsverteilung bis zum zwölften Gliede und Neuberechnung der Größen v_2, v_4, v_6, v_8, v_{10} und v_{12}.

d) Eine Neuberechnung der Wärmeverteilung Q.

a) Für die Verteilung der mittleren Kondensationswärme über alle Höhen kann man verschiedene Annahmen machen, deren Richtigkeit

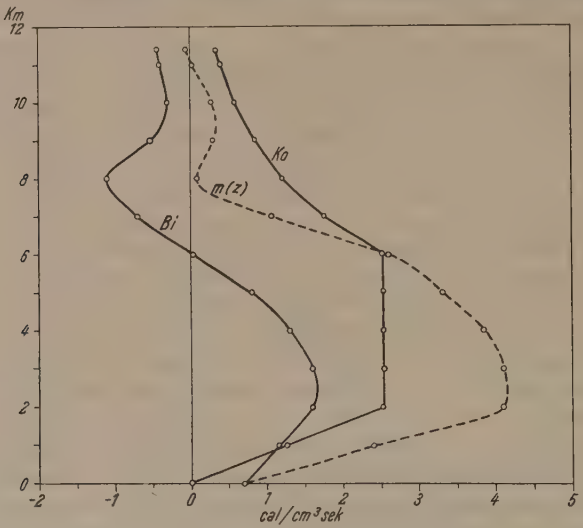

Abb. 1. *Ko* = mittlere Verteilung der Kondensationswärme (Annahme 1). *Bi* = mittlere Verteilung der Strahlungsbilanz. *m* (*z*) = Summe von *Ko* und *Bi*. Erster Teil der Wärmegröße *Q*. (Alle Kurven geben mittlere Verteilungen für die ganze Nordhalbkugel wieder.)

mehr überlegungsmäßig erfaßt werden muß, denn Messungen in den verschiedenen Höhen der Troposphäre stehen nicht zur Verfügung (s. dazu eine umfassende Darstellung von F. MÖLLER [*2*]). Eine Abnahme der mittleren Kondensationswärme entsprechend der HANNschen Formel für die Abnahme des Dampfdruckes mit der Höhe scheidet für die Berechnung von Q, wie schon einleitend ausgeführt wurde, aus. Rein vernunftsmäßig neigt man für einen solchen Zweck eher zu einer Annahme, die entsprechend dem wolkenfreien Raum in Bodennähe ein Minimum der Kondensationswärme an dieser Stelle zeigt, d. h. vom Boden an eine Zunahme derselben mit der Höhe aufweist und erst in z. B. 4 km ein Maximum erreicht; von dort aber erst eine Abnahme gemäß der Dampfdruckabnahme erfüllt (s. Abb. 1, Kurve *Ko*). Betrachtet man mittlere Verhältnisse in der Troposphäre, so wird eine weitere Annahme, die entsprechend vom Boden bis 2 km eine Zunahme, dann eine Konstanz

bis 6 km und schließlich von 6 bis 11 km die Hannsche Dampfdruckabnahme für die Kondensationswärme zeigt, sinnvoll sein (s. Abb. 2, Kurve *Ko*). Beide Annahmen für die mittlere Kondensationswärme werden so berechnet, daß das Integral der Kurven von $z = 0$ bis $z = 11{,}39$ km gleich der bei der Kondensation des mittleren Jahresniederschlages (97 cm/Jahr) der ganzen Erde über 1 cm² der Erdoberfläche frei werdenden Kondensationswärme R wird. Damit ist auch der Theorie des mittleren meridionalen Temperaturprofils in [*1*] Genüge getan.

b) Über die Bilanz der Strahlung in den einzelnen Troposphärenschichten im Mittel für die ganze Nordhalbkugel weiß man bisher ver-

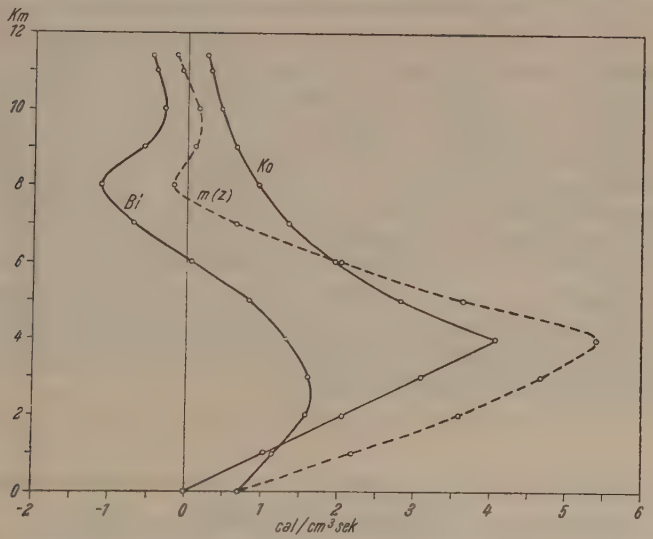

Abb. 2. *Ko* = mittlere Verteilung der Kondensationswärme (Annahme 2). *Bi* = mittlere Verteilung der Strahlungsbilanz. *m* (*z*) = Summe von *Ko* und *Bi*. Erster Teil der Wärmegröße *Q*. (Alle Kurven geben mittlere Verteilungen für die ganze Nordhalbkugel wieder.)

hältnismäßig sehr wenig. Insbesondere haben sich F. Möller [*2*], [*3*] und R. Mügge [*3*] sowie F. Albrecht [*4*] mit der Ermittlung derselben beschäftigt. Für die mittleren Breiten ermitteln die beiden ersteren Autoren aus Temperatur- und Feuchtigkeitsmessungen über Lindenberg nach einem von ihnen gewonnenen numerischen Verfahren einen Wärmehaushalt der Troposphäre, sowohl für wolkenlosen Himmel als auch für mittleren Bewölkungszustand. Im ersteren Falle werden vertikale Verteilungen von Einstrahlung und langwelliger Ausstrahlung berechnet und zu einer Bilanzkurve zusammengefaßt. Im zweiten Fall bei Vorhandensein eines mittleren Bewölkungszustandes tritt zu diesen Verteilungen noch eine solche der Kondensationswärme hinzu, die mit den vorstehend erwähnten Annahmen für die mittlere Kondensationswärme sowohl was die Form als auch was die Größenordnung (Maximum in 2 km $= 1{,}6°$/Tag $= 4{,}3 \times 10^{-9}$ cal/cm³ sec) betrifft, bestens überein-

stimmt. Auch für diesen Fall werden alle drei Kurven zu einer einzigen Wärmebilanzverteilung von 0 bis zirka 14 km Höhe zusammengefaßt. Eine weitere Berechnung einer solchen Bilanzverteilung in der Vertikalen für eine tropische Station (Batavia) ist von denselben Autoren an der Hand von Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilungen dieser Station durchgeführt worden. Auch nach der Theorie in der bekannten Arbeit von R. Emden [5] kann man für eine isotherme und eine polytrope Atmosphäre solche Verteilungen von Ein- und Ausstrahlung berechnen, wenn auch dabei keine Rücksicht auf vorhandene Bewölkung und deren Einfluß auf die vertikalen Verteilungen der Ein- und Ausstrahlung genommen wurde. Dieser Einfluß wurde von F. Baur und H. Philipps [6] studiert, die sich eine mittlere Verteilung der Bewölkung über alle Höhen konstruierten, die auch Mügge und Möller verwendet haben.

Will man aber zur mittleren vertikalen Verteilung der Kondensationswärme auch eine mittlere Verteilung der Strahlungsbilanz (beide als Mittel für die ganze Nordhalbkugel) in Rechnung stellen, so muß die Berücksichtigung der letzteren in einer solchen Weise erfolgen, daß damit keine Änderung der mittleren vertikalen Temperaturabnahme mit der Höhe in der Theorie der früheren Arbeit [1] erfolgt. Diese ist durch die zonale Kugelfunktionsentwicklung des Meridionalschnittes der Temperatur von Palmén, d. h. aus der Beobachtung, *fest gegeben und darf nicht geändert werden.* Sie ergab sich zu — 0,574°/100 m (s. [1], S. 195, Gl. 23). Damit diese Temperaturabnahme mit der Höhe erhalten bleibt, muß demnach gefordert werden, daß der Wert

$$\frac{R}{\varepsilon} = \overline{Ko} + \overline{Bi} \text{ ist*.} \qquad (2)$$

$\overline{Ko}$ = Mittelwert der Verteilung der Kondensationswärme Ko.

$\overline{Bi}$ = Mittelwert der Verteilung der Strahlungsbilanz Bi.

(Beide als Mittel für die ganze Nordhalbkugel und über alle Höhen.)

$R = 1{,}86$ cal/cm² sec, $\varepsilon = 1{,}2673$ } entsprechend 97 cm mittlerem Niederschlag pro Jahr (Nordhalbkugel).

* In der früheren Arbeit [1] (siehe Gl. 15, 15a und 15d) war

$$R = \int_0^H m(z) \, . \, dz$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{1}{c_p A_z} \int_0^z m(z)\, dz + \gamma \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_{\text{Mittel}} = -\frac{1}{c_p A_z} \frac{R}{\varepsilon} + \gamma.$$

R = Kondensationswärme, die bei der Kondensation des mittleren Jahresniederschlages der ganzen Erde über 1 cm² frei wird.
c_p = spezifische Wärme bei konstantem Druck.
A_z = vertikale Austauschgröße.
γ = trockenadiabatischer Temperaturgradient.
H = Höhe, bis zu der Kondensation überhaupt vorkommt.
$m(z)$ = Verteilung der mittleren Kondensationswärme mit der Höhe.

Mit diesen Werten ergibt sich

$$\frac{R}{\varepsilon} = 1{,}4674 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \text{ sec} \tag{3}$$

und mit der Integration der vorstehend ermittelten Kondensationsverteilungen (s. Abb. 1 und 2, Kurven *Ko*) ein Mittelwert der Kondensationswärme

$$\overline{Ko} = + 1{,}067 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \text{ sec.} \tag{4}$$

Daraus folgt dann für den Mittelwert der Bilanz der Strahlung

$$\overline{Bi} = + 0{,}4004 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \text{ sec} \tag{5}$$

(für die ganze Nordhalbkugel).

Damit ist der Mittelwert der Bilanzverteilung über alle Höhen bekannt. Es bleibt nun noch die vertikale Form dieser Verteilung in allen Höhen zu bestimmen. Wenden wir uns vorerst der Bestimmung der Einstrahlungsverteilung über alle Höhen zu und verwenden die Kurve von F. Möller aus [2] (Abb. 2, S. 409). Die Umrechnung der Werte für die einzelnen km-Stufen von den Einheiten °C/Tag in cal/cm³ sec mit Hilfe der mittleren Dichteabnahme mit der Höhe (s. Hann-Süring, Lehrb. d. Met., V. Aufl., S. 247) gibt Tabelle 1.

Die so errechneten Werte für die Verteilung der Einstrahlung, die von Möller unter Berücksichtigung der mittleren Bewölkungsverteilung von Baur und Philipps ermittelt wurde, ist graphisch in Abb. 3 (Kurve *Ein*) dargestellt. Es zeigt sich, daß von der Einstrahlung, die tatsächlich in der Troposphäre als Wärmegewinn verbleibt, die Höhen 2 bis 4 km

---

Nunmehr wird:

$$m(z) = Ko(z) + Bi(z).$$

$Ko(z)$ = mittlere Kondensationswärme, $Bi(z)$ = mittlere Strahlungsbilanz *(Ein—Aus)*.

Demnach:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{1}{c_p A_z} \int_0^z [Ko(z) + Bi(z)]\, dz + \gamma \text{ und } R = \int_0^H [Ko(z) + Bi(z)]\, dz$$

$$\text{oder } \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_{\text{Mittel}} = -\frac{1}{c_p A_z} \cdot \frac{1}{H} \int_0^H \int_0^z [Ko(z) + Bi(z)]\, dz + \gamma$$

oder

$$\frac{R}{\varepsilon} = \overline{Ko}(z) + \overline{Bi}(z),$$

wobei $\overline{Ko}(z)$ und $\overline{Bi}(z)$ so gebildet sind, daß die vertikalen Verteilungen $Ko(z)$ und $Bi(z)$ für jede Km-Distanz integriert werden und die Funktion der einzelnen Km-Integrale mit der Höhe z festgestellt wird. Diese wird von 0 bis zur Höhe H integriert und durch Division mit H der Mittelwert derselben gebildet.

besonders viel erhalten und dies ist größtenteils der Absorption an den Wolken zuzuschreiben. Integriert man diese Verteilung und errechnet deren Mittelwert $\overline{Ein}$, so ergibt sich

$$\overline{Ein} = + 0{,}764 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \text{ sec.} \qquad (6)$$

Mit einer Solarkonstante von 1,94 cal/cm² min und einer Albedo von 42%, von welcher mit EMDEN [5, S. 58] noch auf dem Rückweg in Richtung der freien Atmosphäre etwa 5% verlorengehen und daher nur 37% in Rechnung zu stellen sind, erhält man als Gesamtenergie, die von der Sonne in die Atmosphäre gelangt:

$$\frac{1{,}94 \times 0{,}63 \times \pi r^2}{4 \pi r^2} = + 0{,}30555 \text{ cal/cm}^2 \text{ min.} \qquad (7)$$

Von dieser verbleiben nur 15% in der Erdatmosphäre und diese müssen dem obigen Wert $\overline{Ein}$ entsprechen. Bildet man von (7) diese geforderten 15%, so ergibt sich $+ 0{,}7639 \times 10^{-3}$ cal/cm² sec. Man erhält tatsächlich einen mit Gl. (6) fast identischen Wert und man kann daher diese Verteilung der Einstrahlung über alle Höhen recht gut benützen.

Tabelle 1.

km	dT	dQ (cal/cm³ Tag)	dQ (cal/cm³ sec)
0	+ 0,25	+ 0,0775 10^{-3}	+ 0,90 10^{-9}
1	+ 0,45	+ 0,1184	+ 1,37
2	+ 0,65	+ 0,1541	+ 1,78
3	+ 0,75	+ 0,1612	+ 1,86
4	+ 0,75	+ 0,1440	+ 1,67
5	+ 0,70	+ 0,1218	+ 1,41
6	+ 0,65	+ 0,1014	+ 1,17
7	+ 0,55	+ 0,0776	+ 0,90
8	+ 0,50	+ 0,0630	+ 0,73
9	+ 0,35	+ 0,0396	+ 0,46
10	+ 0,30	+ 0,0300	+ 0,35
11	+ 0,20	+ 0,0176	+ 0,21
11,39	+ 0,15	+ 0,0126	+ 0,16

Da nunmehr der Mittelwert der Einstrahlungsverteilung und derjenige der Bilanzverteilung gegeben ist, ist auch ein entsprechender Mittelwert der Ausstrahlung für die ganze Nordhalbkugel errechenbar. Er ergibt sich zu

$$\overline{Aus} = - 0{,}3635 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \text{ sec.} \qquad (8)$$

Es kommt nun darauf an, der Verteilung der Einstrahlung eine entsprechende Verteilung der Ausstrahlung gegenüberzustellen, d. h. die *Form* dieser Ausstrahlungskurve vom Boden bis 11 km Höhe zu ermitteln, denn mit dem bereits bekannten Mittelwert derselben gemäß Gl. (8) ist dann eine Konstruktion der Ausstrahlungsverteilung möglich.

Die Frage nach der Wahl des Maximums der Ausstrahlung ist dahingehend zu beantworten, daß nach der EMDENschen Theorie dasselbe in etwa 2 bis 3 km auftritt. Jedoch rechnet EMDEN ohne Vorhandensein der Bewölkung und es ist zu erwarten, daß bei Abschirmung der unteren Schichten durch eine Bewölkung die Ausstrahlung in diesen Schichten zurückgeht; dagegen muß sich dafür das Maximum in höheren Schichten einstellen. MÖLLER [2] findet dasselbe im speziellen Fall von Lindenberg für den Monat Juni in 3 bis 4 km Höhe. Bedenkt man aber, daß es hier darauf ankommt, eine *mittlere* Form der Ausstrahlungsverteilung als Mittel für die gesamte Nordhalbkugel zu finden, so muß man entsprechend der größeren Fläche den niederen Breiten, für die MÜGGE und MÖLLER [3] (S. 63) eine Ausstrahlungsverteilung finden, die ihr Maximum in 10 bis 12 km zeigt, mehr Bedeutung zumessen.

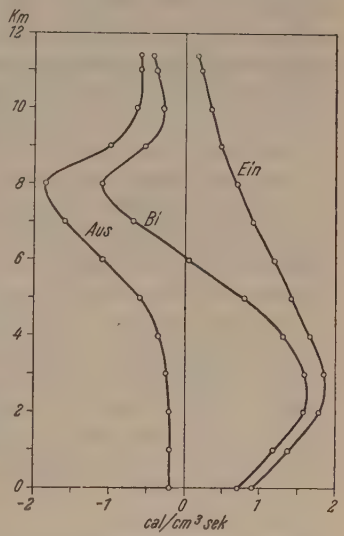

Abb. 3. *Ein* = mittlere Verteilung der Einstrahlung. *Aus* = mittlere Verteilung der Ausstrahlung. *Bi* = Strahlungsbilanz (*Ein* — *Aus*). (Alle Kurven geben mittlere Verteilungen für die ganze Nordhalbkugel wieder.)

Man wird damit auf eine Form der Ausstrahlungskurve über alle Höhen geführt, die in den unteren 4 km geringe Werte zeigt und ein Maximum in etwa 8 km besitzt. Über 8 km geht die Ausstrahlung rasch wieder auf kleine Werte zurück, so wie es die Abb. 3 (Kurve *Aus*) graphisch darstellt. Weiterhin zeigt die Abb. 3 die aus Ein- bzw. Ausstrahlung ermittelte Strahlungsbilanz *Bi*. Diese ergibt sich in recht vernünftiger Form vom Boden bis 6 km positiv und von dort an negativ. Die Werte der Ausstrahlungs- und Bilanzverteilung für die einzelnen Km-Abstände in cal/cm³ sec gibt Tabelle 2.

Tabelle 2.

km	*Aus*	*Bi*
0	$-0{,}20 \times 10^{-9}$	$+0{,}70 \times 10^{-9}$
1	— 0,20	+ 1,17
2	— 0,20	+ 1,58
3	— 0,25	+ 1,61
4	— 0,35	+ 1,32
5	— 0,60	+ 0,81
6	— 1,10	+ 0,07
7	— 1,60	— 0,70
8	— 1,85	— 1,12
9	— 1,00	— 0,54
10	— 0,65	— 0,30
11	— 0,60	— 0,39
11,39	— 0,60	— 0,44

Die Konstruktion der Ausstrahlungskurve wurde so vorgenommen, daß ihr Integral den geforderten Mittelwert der Gl. (8) ergab, während die nachträgliche Integration der sich aus Ein- und Ausstrahlungskurve ergebenden Bilanzkurve als gute Kontrolle genau auf den früher errechneten Mittelwert $\overline{Bi}$ von $+ 0{,}4004\ 10^{-3}$ cal/cm² sec führt. Dieser Mittelwert der Strahlungsbilanzverteilung ist recht klein und somit bleibt auch der Einfluß der Strahlungsbilanz, der in der früheren Arbeit [*1*] vernachlässigt wurde, gegenüber dem Mittelwert der Verteilung der Kondensationswärme über alle Höhen ein kleiner.

Dies ist aber für die als Ziel dieser Arbeit angestrebte Berechnung der Wärmeverteilung Q nicht mehr der Fall, denn für eine solche spielt die Verteilung der Strahlungsbilanz über alle Höhen eine gewichtige Rolle, während für die Berechnung des meridionalen Temperaturprofils nur der *Mittelwert* dieser Kurve über alle Höhen in die Theorie einging.

Die Summe von Kondensationsverteilung Ko und Verteilung der Strahlungsbilanz Bi im Mittel über die ganze Nordhalbkugel ergibt den zur Berechnung von Q benötigten Wert $m\,(z)$. In Abb. 1 und 2 ist dieser Wert $m\,(z)$ für beide Annahmen der Verteilung der Kondensationswärme Ko durch die gestrichelten Kurven gegeben. Tabelle 3 enthält die Werte von $m\,(z)$ für alle Km-Abstände.

Tabelle 3.

km	$m\,(z)$ (mit Annahme von Ko entsprechend Abb. 1) cal/cm³ sec	$m\,(z)$ (mit Annahme von Ko entsprechend Abb. 2) cal/cm³ sec
0	$+ 0{,}700 \times 10^{-9}$	$+ 0{,}700 \times 10^{-9}$
1	+ 2,191	+ 2,435
2	+ 3,622	+ 4,110
3	+ 4,673	+ 4,140
4	+ 5,405	+ 3,850
5	+ 3,644	+ 3,340
6	+ 2,034	+ 2,600
7	+ 0,664	+ 1,056
8	— 0,173	+ 0,097
9	+ 0,117	+ 0,305
10	+ 0,157	+ 0,287
11	— 0,076	+ 0,017
11,39	— 0,167	— 0,088

Damit ist der erste Teil der Wärmeverteilung Q durch die Werte $m\,(z)$ entsprechend Tabelle 3 gegeben und wir können uns nun dem zweiten Teil von Q, nämlich dem Gliede $n\,(n+1)\,[u_n + v_n] \times P_n$ zuwenden.

c) Wie bereits vorstehend begründet, genügt nunmehr bei einer Berechnung der Verteilung der Wärmegröße Q eine Entwicklung der Niederschlagsverteilung in zonale Kugelfunktionen bis zum Gliede P_6 nicht mehr. Dies zwingt dazu, eine wesentlich weitergehende Entwicklung der

meridionalen mittleren Niederschlagsverteilung in zonale Kugelfunktionen vorzunehmen, damit auch die weiteren Glieder P_8, P_{10} und P_{12} Berücksichtigung finden können. Eine solche wurde vorgenommen und Abb. 4 zeigt 1. durch die Punkte die mittlere Niederschlagsverteilung der Nordhalbkugel (s. HANN-SÜRING, Lehrb. d. Meteorol., V. Aufl., S. 468), wovon die mit einem Kreis gekennzeichneten Punkte für die Entwicklung verwendet wurden, und 2. durch die Kurve das Resultat der Kugelfunk-

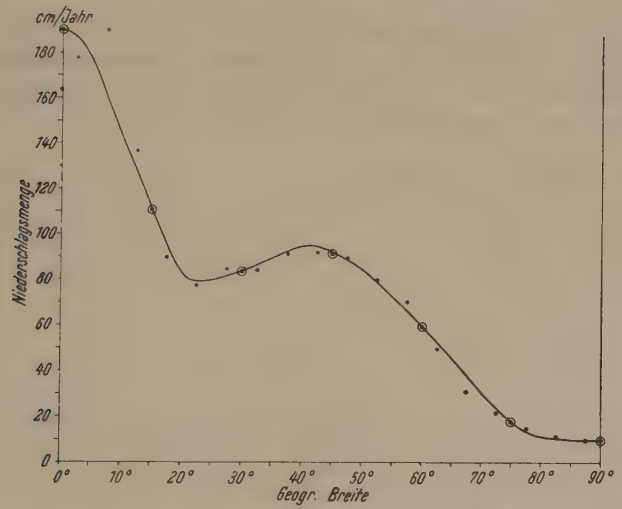

Abb. 4. Meridionale Verteilung des Niederschlages der Nordhalbkugel (dargestellt durch Punkte). (Nach W. MEINARDUS.) Ausgezogene Kurve = zonale Kugelfunktionsentwicklung bis zum 12. Glied. (Punkte mit Kreis wurden für die Entwicklung verwendet.)

tionsentwicklung bis zum 12. Glied. Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet. Die Entwicklung lautet:

$$\text{Niederschlag} = +\,97{,}0 - 75{,}9\,P_2 + 17{,}4\,P_4 - 71{,}1\,P_6 + \\ + 58{,}4\,P_8 - 29{,}9\,P_{10} + 14{,}1\,P_{12}. \qquad (9)$$

Mit Hilfe der errechneten Konstanten der einzelnen Glieder dieser Entwicklung können nunmehr entsprechend der in [*1*], S. 196, angegebenen Methodik die Werte v_2 bis v_{12} berechnet werden. Da bei dieser Berechnung angenommen wird, daß entsprechend den Beobachtungen in 8 km Übereinstimmung mit diesen vorhanden sein soll, wird in den Werten v_2 bis v_{12} (nur diese kommen für die untere Schichte bis 8 km in Frage) und u_2 bis u_{12} sowie v_2 bis v_{12} für die Schichte 8 bis 11 km neben dem breitenabhängigen Einfluß der Kondensationswärme auch ein solcher der Strahlungsbilanz enthalten sein. Dies ist besonders wichtig, *da dieser letztere Anteil aus Strahlungsüberlegungen allein nicht abgeleitet werden kann.* Die genaue Rechnung ergibt folgende Zahlenwerte für v_2 bis v_{12} und $n\,(n+1)\,v_2$ bis $n\,(n+1)\,v_{12}$:

Tabelle 4.

v_2	$-5{,}210\ 10^{-16}$	$-6\,v_2$	$-0{,}31260\ 10^{-14}$
v_4	$+3{,}588\ 10^{-17}$	$+20\,v_4$	$+0{,}07176\ 10^{-14}$
v_6	$-6{,}974\ 10^{-17}$	$-42\,v_6$	$-0{,}29291\ 10^{-14}$
v_8	$+3{,}342\ 10^{-17}$	$+72\,v_8$	$+0{,}24062\ 10^{-14}$
v_{10}	$-1{,}120\ 10^{-17}$	$-110\,v_{10}$	$-0{,}12320\ 10^{-14}$
v_{12}	$+3{,}730\ 10^{-18}$	$+156\,v_{12}$	$+0{,}05819\ 10^{-14}$

Aus Tabelle 4 ersieht man, daß von den Werten v besonders v_2 relativ groß ist und die Werte v_4 bis v_{10} gleicher Größe, jedoch um eine Zehnerpotenz kleiner als v_2 sind. v_{12} ist noch kleiner. Für die Berechnung des meridionalen Temperaturprofils in der früheren Arbeit [*1*] spielt ent-

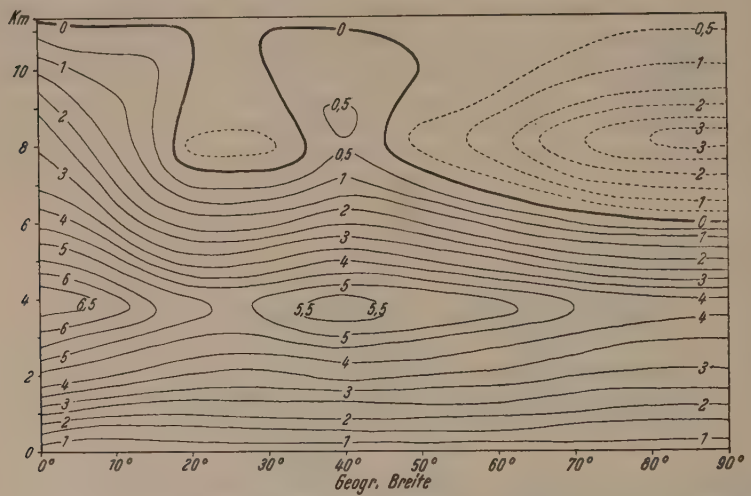

Abb. 5. Meridionalschnitt der Wärmegröße Q (gr cal/cm³sec). (Q = Summe von Kondensationswärme und Strahlungsbilanz.) Annahme 1 entsprechend Abb. 1 (gestrichelte Linien = negative Werte).

sprechend der theoretischen Lösung, wo v rein eingeht, demnach nur v_2 eine Rolle. Jedoch für die Berechnung von Q (und das zeigt die Spalte rechts in Tabelle 4) sind wegen der Multiplikation mit dem Faktor $n\,(n+1)$ die Werte von $n\,(n+1)\,v_2$ bis $n\,(n+1)\,v_{10}$ gleicher Größe. Erst $n\,(n+1)\,v_{12}$ wäre vernachlässigbar.

d) Damit beteht für eine Neuberechnung von Q, das nunmehr nicht mehr als Kondensationswärme allein anzusprechen ist, sondern auch mittlere und breitenabhängige Anteile der Bilanz zwischen Ein- und Ausstrahlung enthält, kein Hindernis mehr und es sind alle Voraussetzungen dazu gegeben.

Die Abb. 5 und 6 zeigen die errechneten Verteilungen der Wärmegröße Q, das eine Mal für eine mittlere Verteilung der Kondensationswärme mit dem Maximum bei 4 km, das andere Mal mit einem solchen von

2 bis 6 km im Einklang mit den Abb. 1 und 2, Kurven *Ko*. Grundsätzliche Unterschiede ergeben sich aber durch diese Annahmen, wie man den Darstellungen entnehmen kann, nicht. Die Hauptzüge der Verteilung von Q sind:

1. Die Verteilung wird durch eine Nullinie in einen größeren Teil mit positiven Werten und in einen solchen mit negativen Werten geteilt.

2. Die positiven Werte erfüllen am Äquator den Raum vom Boden bis fast 11 km Höhe. Gegen den Pol zu reichen sie immer weniger hoch hinauf, am Pol selbst nur noch bis zirka 5 km. Dementsprechend schließt

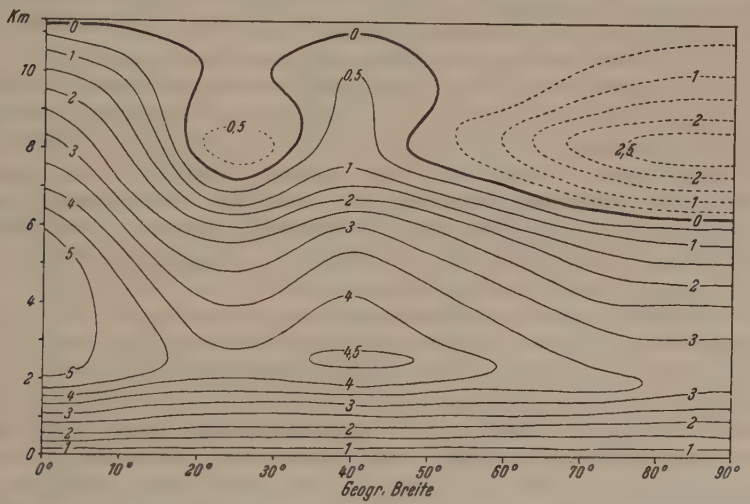

Abb. 6. Meridionalschnitt der Wärmegröße Q (gr cal/cm²sec). (Q = Summe von Kondensationswärme und Strahlungsbilanz.) Annahme 2 entsprechend Abb. 2 (gestrichelte Linien = negative Werte).

sich am Pol über 5 km bis 11 km ein negativer Teil an, der gegen den Äquator hin kleiner und kleiner wird und dort verschwindet.

Man kann sofort die Gründe für diese Zweiteilung angeben, denn in den unteren Schichten mit positivem Q überwiegt die freiwerdende Kondensationswärme weitaus über die Bilanz von Ein- und Ausstrahlung; in den höheren Schichten dagegen wird wegen der starken langwelligen Ausstrahlung die Bilanz der Strahlung negativ und erreicht Beträge, die durch die in höheren Schichten abnehmende Kondensationswärme nicht mehr wettgemacht werden können. Somit sind die negativen Werte in gewissen Höhen eine Folge der starken Ausstrahlung.

Als weitere Hauptzüge der Verteilung von Q sind festzustellen:

3. Das Maximum der positiven Werte, welches am Äquator von etwa 2 km bis zirka 6 km hinaufreicht, verliert von 15° bis 35° N an Bedeutung und tritt erst um den 40. Breitengrad erneut kräftig von 2 bis 5 km reichend in Erscheinung. Gleichzeitig wölbt sich auch dort die Nullinie bis zirka 11 km auf und unterbricht dort das gleichmäßige Herabsteigen derselben gegen den Pol. Es verliert sich das Maximum der

positiven Werte mehr und mehr gegen den Pol zu, wo es schwach in 2 km Höhe mit Werten von 3×10^{-9} gr cal/cm³ sec zu erkennen ist. Damit ist eine Zweiteilung des Maximums der positiven Werte von Q augenscheinlich, einmal am Äquator und ein zweites in 40° Breite. Die Extremwerte in Äquatornähe sind zirka 6×10^{-9} gr cal/cm³ sec = 2,7°/Tag, in 40° Breite zirka 4×10^{-9} gr cal/cm³ sec = 1,6°/Tag.

4. Das Minimum der negativen Werte von Q konzentriert sich in den höheren Breiten. Vom Pol bis 80° Breite liegt es in zirka 8 km mit etwa -3×10^{-9} gr cal/cm³ sec = — 0,7°/Tag, dann steigt es unter Verflachung bis auf 11 km an, wo es bis 20° verbleibt. Dann tritt es in noch höhere Schichten, die außerhalb des betrachteten Abschnittes liegen. In 20° ist in 8 km noch ein sekundäres Minimum vorhanden.

Da die positiven Werte von Q durch das Überwiegen der freiwerdenden Kondensationswärme verursacht sind und diese wiederum in engem Zusammenhang mit der Verteilung des Niederschlages in meridionaler Richtung stehen, wird ein Maximum in Äquatornähe und ein weiteres in zirka 40° Breite verständlich und ist zweifellos an beiden Stellen zu erwarten. Die dazwischen erscheinende Depression der positiven Werte von Q hängt mit dem herabgehenden Niederschlag in den Roßbreiten zusammen und ist ebenfalls zu erwarten.

Die tiefsten Werte in Q sind dagegen eine Folge der in den höheren Schichten abnehmenden Kondensationsprozesse und sind dem Überwiegen der hier stark negativen Strahlungsbilanz zuzuschreiben. Es ist erklärlich, daß dieses Zusammenspiel in einer gewissen Höhe stärkster Ausstrahlung gerade über den polaren Gebieten die tiefsten Werte zeigt, während am Äquator und sekundär auch um den 40. Breitengrad ein Ansteigen dieser Tiefstwerte erfolgt. F. Albrecht [4] hat besonders mit der Bezeichnung „Emissionsschicht" dieses ungefähr von 8 bis 11 km auftretende Ausstrahlungsminimum charakterisiert. Es ist auffällig, daß dieses Minimum der negativen Werte von Q im Einklang mit der Lage der Tropopause steht.

Zusammenfassend liegt demnach eine in allen wichtigen Punkten befriedigende Verteilung der Wärmegröße Q vor, die das Zusammenspiel von Kondensationswärme und Bilanz zwischen Ein- und Ausstrahlung darstellt. Ohne die Theorie des mittleren meridionalen Temperaturprofils in der früheren Untersuchung [1] in einem wesentlichen Punkte zu ändern, wird nunmehr der zusätzliche Wärmegewinn bzw. -verlust, den 1 cm³ der Troposphäre durch Kondensations- und Strahlungsprozesse erhält, ermittelt. Zu dieser Wärmequelle bzw. diesem Wärmeentzug tritt nun noch die Wirkung des vertikalen bzw. horizontalen (meridionalen) Austausches hinzu, welche zusammen Verlagerungen dieser Wärmeverteilung Q bewirken und die zusammen mit ihr als endgültiges Ergebnis einen stationären Wärmezustand innerhalb der Troposphäre im Mittel herzustellen bestrebt sind, welcher uns in Form der mittleren troposphärischen Temperaturverteilung aus den Beobachtungen hinreichend gut bekannt ist. Daß durch diese Gedankengänge die Bilanz der Strahlung wenigstens qualitativ und roh in Rechnung gestellt werden

konnte, über die wir durch Messung genau nichts wissen, darf befriedigen, wenn auch abschließend die zahlenmäßige Erfassung der Wärmegröße Q als Summe von Kondensationswärme und Strahlungsbilanz nicht in dieser Form gesichert ist und nur ein rohes aber angenähertes Bild liefert, das uns in der wichtigen Frage des Wärmehaushaltes der Erdatmosphäre weiter helfen soll. Die von der feststehenden Tatsache der mittleren Temperaturabnahme mit der Höhe in der Troposphäre ausgehenden Überlegungen, die Schritt für Schritt zu verständlichen Verteilungen der Ein- und Ausstrahlung und der Strahlungsbilanz (alle im Mittel für die ganze Nordhalbkugel) führen, sind wohl zahlenmäßig als roh zu bezeichnen, jedoch bleibt ihre Veränderlichkeit in *nicht zu weiten Grenzen* und führt schon bei nicht zu großer Korrektur zu einer nicht mehr haltbaren mittleren Abnahme der Temperatur in der Troposphäre und damit zu einem wirklichkeitsfernen Bild. Abschließend kann festgestellt werden, daß unter Zuhilfenahme der in beiden Richtungen wirkenden Austauschgrößen, der Kondensationswärme und nun auch der Strahlungsbilanz eine Erklärung der mittleren troposphärischen Temperaturverteilung möglich ist. Der Kondensationswärme kommt wohl größenordnungsmäßig eine überragende Bedeutung zu, jedoch muß auch der Bilanz zwischen Ein- und Ausstrahlung die nötige Beachtung geschenkt werden.

Nach Fertigstellung der vorstehenden Ausführungen erhielt ich Einblick in die kürzlich erschienene umfangreiche Arbeit von F. Albrecht [7], die sich mit dem Wärmehaushalt der Erdatmosphäre und seiner thermodynamischen Bedeutung befaßt. Unter Heranziehung aller bisher bekannten Einzeluntersuchungen über den Wärmehaushalt der Atmosphäre gelingt es F. Albrecht, ein mittleres Meridionalprofil desselben für die gesamte Erde abzuleiten. Dasselbe wurde in der Hauptsache aus einer mittleren Wärmehaushaltsverteilung über Lindenberg für drei verschiedene Stratosphärenhöhen, aus solchen für den tropischen und den subtropischen Atlantik in 5° und 20° n. Br. und 30° w. L. und einer solchen für den tropischen Atlantik in 12° n. Br. gewonnen. Auch die Beziehung zwischen Niederschlag und Wärmehaushalt ist in sinnreicher Weise verwendet worden.

Dies schließt aber nicht aus, den Mangel an Unterlagen zur Konstruktion eines Wärmehaushaltsprofils bis in große Höhen zu erkennen und die Notwendigkeit zweckentsprechender Messungen in der freien Atmosphäre zu betonen, die allein sicheren Aufschluß über die wahren Verhältnisse des Wärmehaushalts geben könnten. Das von F. Albrecht gewonnene Profil des mittleren Wärmehaushalts in der Höhe für die verschiedenen Breiten gibt ihm Gelegenheit, es mit den mehr schematischen Darstellungen von V. und J. Bjerknes, Bergeron und Solberg [8] aus den früheren Jahren zu vergleichen.

Ein Vergleich mit meinen, auf gänzlich anderem Wege gewonnenen Verteilungen des mittleren Wärmehaushalts im Meridionalschnitt der Nordhalbkugel ist hier sicher am Platz und soll im folgenden gegeben werden.

Rechnet man das Profil von Albrecht (s. [7], Abb. 44 oben und Tabelle 22) von den angegebenen Kcal/cm², km Höhe, Jahr in cal/cm³ sec

um, so erhält man die in Abb. 7 dargestellte Verteilung des mittleren Wärmehaushaltes für die Nordhalbkugel.

Aus dem Vergleich der Abb. 7 mit meinen Abb. 5 bzw. 6 erkennt man, daß die von ALBRECHT und mir gewonnenen Verteilungen in vielen wesentlichen Punkten Übereinstimmung zeigen. Eine gute Übereinstimmung ist vor allem in den positiven bzw. negativen Spitzenwerten der Wärme- und Kältequellen vorhanden. Dies mag bei der völlig verschiedenen Art der Gewinnung befriedigen. Auch was die breitenmäßige Lage der Hauptwärmegebiete betrifft, die durch die mittlere meridionale Niederschlagsverteilung bedingt sind, darf man gute Übereinstimmung feststellen.

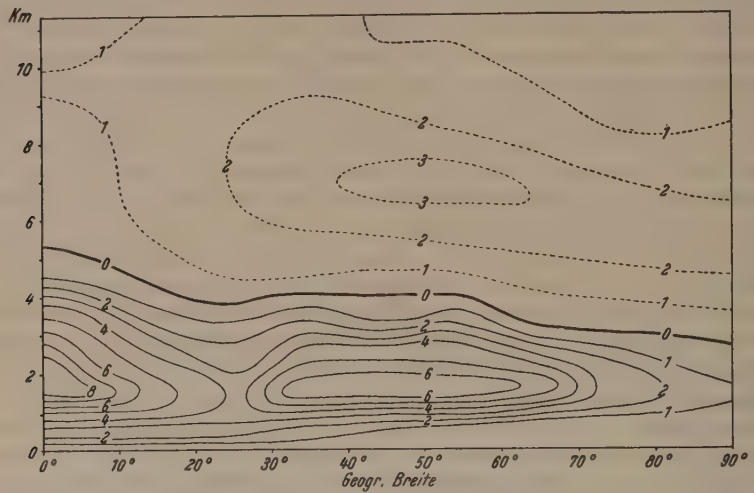

Abb. 7. Meridionalschnitt des Wärmehaushaltes (Wärmegröße Q) (gr cal/cm³sec) nach F. ALBRECHT.

Jedoch zeigen sich in der Lage der Hauptkältequellen (nicht aber in der zahlenmäßigen Stärke derselben), wie auch besonders in der Lage des Überganges von Wärmezufuhr zu Wärmeentzug (also in der Nullinie) bedeutende und auffällige Unterschiede. Während in der Abb. 7 von ALBRECHT diese Nullinie von 3 bis 4 km am Pol stetig bis auf 5 bis 6 km Höhe am Äquator ansteigt, liegt die gleiche Grenze in meinen Verteilungen (Abb. 5 bzw. 6) in wesentlich höheren Schichten mit einer Unterbrechung in zirka 40° n. Br. Auch die Höhe der Hauptkältequelle mit zirka 7 km bei ALBRECHT ist um 1 bis $1^1/_2$ km tiefer gelegen als bei mir.

Diese Unterschiede haben mich veranlaßt, eine eingehende Untersuchung der mittleren Wärmeverteilung des ALBRECHTschen Profils vorzunehmen und meine Theorie auf diese sich ergebende Verteilung in Anwendung zu bringen, um über die bei Wirkung des vertikalen Austausches entstehende mittlere Abnahme der Temperatur mit der Höhe, sowie über die Veränderung des Temperaturgradienten mit der Höhe Aufschluß zu erhalten.

Eine holosphärische Mittelung des ALBRECHTschen Profils ergab folgende mittlere Wärmeverteilung:

Tabelle 5. ($\times 10^{-9}$ cal/cm³ sec.)

0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—7	9—10	10—11 km
1,51	5,90	4,04	1,46	—0,58	—1,50	—2,05	—1,94	—1,56	—1,37	—1,13

In Abb. 8 ist dieses ALBRECHTsche $m\,(z)$ dargestellt und zum Vergleich sind meine gleichen Verteilungen $m\,(z)$ (gestrichelt) eingetragen. Man ersieht aus Abb. 8, daß sich die gleichen schon vorstehend ausgeführten Unterschiede in diesen mittleren Kurven ergeben. Einer positiven Wärmebilanz etwa gleicher Größe von 0 bis 4 km bei ALBRECHT steht bei mir eine wesentlich höher reichende (bis 8 km) gegenüber. Über 4 km werden ALBRECHTs Beträge negativ, während in meiner Darstellung der Bilanzwert bei 8 km gegen Null konvergiert und bis 11 km bei diesem Wert bleibt.

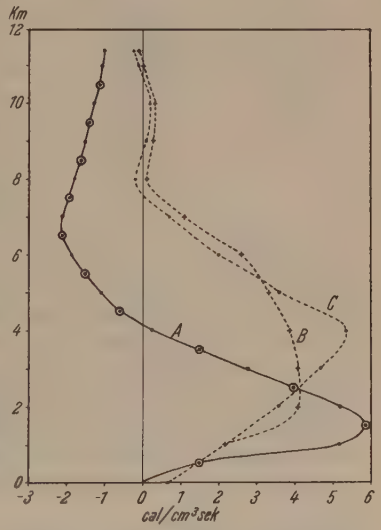

Abb. 8. A = mittlere Verteilung des Wärmehaushaltes nach F. ALBRECHT [$m\,(z)$]. $B = m(z)$ nach DEFANT, entsprechend Abb. 2. $C = m\,(z)$ nach DEFANT, entsprechend Abb. 1.

Zur Berechnung der sich aus den Kurven der Abb. 8 ergebenden mittleren Abnahme der Temperatur mit der Höhe sowie der Änderung des mittleren Gradienten der Temperatur mit der Höhe nach der Theorie in [*1*] wurden zwei voneinander unabhängige Wege eingeschlagen, die gegenseitig eine Kontrolle ermöglichen.

Es ist

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{\text{Mittel}} = -\frac{1}{c_p A_z}\int_0^z m\,(z)\cdot dz,$$

$c_p = 0{,}2405$, $A_z = 106{,}3$. Dies gilt unter der Voraussetzung, daß am Boden ($z = 0$) Wärmegleichgewicht herrscht.

Die Integration der Kurven $m\,(z)$ von ALBRECHT und meiner eigenen (Fall B) ergaben die in Tabelle 6 angeführten Werte von $\int_0^z m\,(z)\cdot dz$ für alle Höhen von 0 bis 11 km und die ebenfalls angeführten Werte $\partial T/\partial z$ sowie deren Mittelwert.

Man ersieht aus Tabelle 6, daß meine Verteilung $m\,(z)$ als mittleren Temperaturgradient innerhalb der Troposphäre den aus den Beobachtungen abgeleiteten und damit richtigen Wert von $-0{,}568°/100$ m ergibt, während die ALBRECHTsche Kurve $m\,(z)$ einen solchen von nur $-0{,}300°/100$ m liefert.

Tabelle 6.

km	1. DEFANT $\int_0^z m(z) \cdot dz$ cal/cm² sec	°C/100 m	2. ALBRECHT $\int_0^z m(z) \cdot dz$ cal/cm² sec	°C/100 m
0 (Boden)	$0{,}00 \times 10^{-4}$	— 0,000	$2{,}50 \times 10^{-4}$	— 0,098
1	1,55	0,061	2,60	0,102
2	4,80	0,188	8,50	0,337
3	8,90	0,348	12,10	0,473
4	12,88	0,504	13,60	0,532
5	16,50	0,645	12,63	0,494
6	19,45	0,761	11,13	0,435
7	21,28	0,833	9,13	0,357
8	21,85	0,855	7,18	0,281
9	22,05	0,862	5,53	0,217
10	22,35	0,874	4,13	0,164
11	22,50	0,880	2,93	0,115
		— 6,811		— 3,605
	Mittel =	— 0,568	Mittel =	— 0,300

Ebenso zeigt sich, daß für meine Kurve der Temperaturgradient von kleineren Werten in den unteren Schichten rasch bis — 0,5°/100 m in 4 km Höhe ansteigt und dann weiter mit der Höhe anwächst und fast adiabatische Verhältnisse in 11 km erreicht. Eine Tatsache, die bekannt ist und durch die Beobachtung bestätigt wird (s. später).

Dagegen zeigt die ALBRECHTsche Änderung des Temperaturgradienten mit der Höhe ein gleiches Anwachsen desselben bis zu einem Wert von — 0,53°/100 m in 4 km, dann aber ein allmähliches Absinken auf — 0,1°/100 m in 11 km Höhe, was den Beobachtungstatsachen widerspricht.

Die zweite angewendete Methode in noch strengerer mathematischer Weise, als es die mechanische Integration der $m(z)$-Kurve für die einzelnen Höhen liefert, stützt sich auf eine Entwicklung derselben in trigonometrische Funktionen (FOURIER-Reihe) über die Höhen 0 bis 11 km. Mit drei Gliedern einer solchen Entwicklung lassen sich diese mittleren Verteilungen des Wärmehaushalts in der Form:

$$m(z) = c_0 + c_1 \sin\left(\alpha_1 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot z\right) + c_2 \sin\left(\alpha_2 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 2z\right) + c_3 \sin\left(\alpha_3 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 3z\right)$$

exakt darstellen. Die harmonische Analyse liefert:

$m(z)$ (DEFANT)		$m(z)$ (ALBRECHT)	
$c_0 = + 1{,}900 \times 10^{-2}$		$c_0 = + 0{,}217 \times 10^{-2}$	
$c_1 = + 2{,}192$	$\alpha_1 = 345{,}3^0$	$c_1 = + 3{,}140$	$\alpha_1 = 35{,}7^0$
$c_2 = + 0{,}324$	$\alpha_2 = 272{,}6^0$	$c_2 = + 1{,}560$	$\alpha_2 = 335{,}3^0$
$c_3 = + 0{,}411$	$\alpha_3 = 291{,}4^0$	$c_3 = + 0{,}781$	$\alpha_3 = 309{,}8^0$

Setzt man als Lösungsansatz der Differentialgleichung (s. [1], S. 188, Gl. 9)

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + \frac{m(z)}{c_p A_z} = 0 \qquad (\Theta = T + \gamma z, \text{ potentielle Temp.})$$

die Temperatur T in der Form:

$$T = T_0 - a(z+\beta)^2 + u_0 + u_1 \sin\left(\alpha_1 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot z\right) + \\ + u_2 \sin\left(\alpha_2 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 2z\right) + u_3 \sin\left(\alpha_3 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 3z\right)$$

an, dann erhält man für die unbekannten Koeffizienten folgende Beziehungen:

$$+2a = +\frac{c_0}{c_p A_z}; \quad +\frac{4\pi^2 u_1}{144 \times 10^{10}} = +\frac{c_1}{c_p A_z}; \quad +\frac{16\pi^2 u_2}{144 \times 10^{10}} = +\frac{c_2}{c_p A_z}; \\ +\frac{36\pi^2 u_3}{144 \times 10^{10}} = +\frac{c_3}{c_p A_z}.$$

Mit diesen wird der vertikale Temperaturgradient:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{c_0}{c_p A_z}(z+\beta) + \frac{12 \times 10^5}{2\pi} \cdot \frac{c_1}{c_p A_z} \cos\left(\alpha_1 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot z\right) + \\ + \frac{12 \times 10^5}{4\pi} \cdot \frac{c_2}{c_p A_z} \cos\left(\alpha_2 + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 2z\right) + \frac{12 \times 10^5}{6\pi} \cdot \frac{c_3}{c_p A_z} \cos\left(\alpha_3 + \right. \\ \left. + \frac{2\pi}{12 \times 10^5} \cdot 3z\right).$$

Da am Boden Wärmegleichgewicht vorhanden sein soll, muß die Randbedingung

$$\text{für } z = 0 \text{ (Boden)}, \quad \partial T/\partial z = 0$$

erfüllt sein. Damit ist die Größe β bestimmbar und alles zur exakten Berechnung des vertikalen Temperaturgradienten gegeben. Das Ergebnis dieser Berechnung von $\partial T/\partial z$ gibt Tabelle 7.

Tabelle 7.

km	$\partial/T\partial z$ (DEFANT) °C/100 m	$\partial T/\partial z$ (ALBRECHT) °C/100 m
0	— 0,	— 0,
1	0,0639	0,1089
2	0,1951	0,3247
3	0,3641	0,5025
4	0,5151	0,5558
5	0,6563	0,5289
6	0,7707	0,4746
7	0,8449	0,3935
8	0,8637	0,3009
9	0,8745	0,2355
10	0,8829	0,1884
11	0,8893	0,1261
	— 6,9205	— 3,7398
Mittel	— 0,5767	— 0,3120

Die Werte der Tabelle 7 sind mit den Werten der Tabelle 6 fast identisch und man kann nunmehr an der Realität der Berechnung des mittleren Temperaturgradienten und seiner Änderung bis 11 km Höhe nicht mehr zweifeln. Das Wesentliche dieser Änderung wurde schon oben eingehend besprochen.

Nunmehr ist ein Vergleich dieser mittleren Änderung des vertikalen Temperaturgradienten mit einer aus der Beobachtung ermittelten Verteilung desselben am Platze. Auf Grund einer Zusammenstellung

der sich aus größeren Bearbeitungen von Beobachtungsreihen der Temperatur in der freien Atmosphäre (Drachen- und Fesselballonaufstiege, Radiosonden) ergebenden Änderungen des vertikalen Temperaturgradienten mit der Höhe läßt sich eine mittlere solche Änderung für die ganze Erde ableiten. Das Material dazu wurde teilweise größeren Klimatographien, besonders der Klimatologie der freien Atmosphäre von A. Wagner und anderen Untersuchungen über die freie Atmosphäre entnommen. Eine Mittelung des Materials für die vier Breitenzonen 90° bis 67,5°, 67,5° bis 45°, 45° bis 22,5°, 22,5° bis 0° ergab die in Tabelle 8 angeführten Gradienten der Temperatur für die einzelnen Höhenstufen. Weiterhin ist in der Tabelle eine holosphärische Mittelung dieser vier Breitenzonen enthalten. Man erkennt, daß für alle Breiten ein stetiges

Tabelle 8. *Temperaturgradient in 0,01°/100 m in den einzelnen Km-Stufen.*

Höhe / Breite	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
90°—67,5°	18	40	50	54	66	66	66	75	74	52	23	04
67,5°—45°	34	45	51	58	62	67	72	71	64	53	31	09
45°—22,5°	43	46	55	57	62	65	68	72	69	67	60	45
22,5°—0°	44	52	51	56	54	54	58	67	70	76	80	80
holosph. Mittel ..	39	47	52	56	59	61	65	70	70	66	58	50

Gesamtmittel — 0,576°/100 m.

Anwachsen des Temperaturgradienten von kleineren Werten in den unteren Schichten bis auf 0,5°/100 m in zirka 3 km Höhe erfolgt. Dann zeigt sich für alle Breiten ein weiteres Anwachsen und eine sichtliche Annäherung des Temperaturgradienten an den adiabatischen Wert (1°/100 m) in den höheren Schichten. Während für die tropischen und subtropischen Breiten dieses Ansteigen bis zirka 11 km anhält, bricht es in den Breiten von 45° bis zum Pol entsprechend der Lage der Tropopause verständlicherweise (s. Trennlinie in Tabelle 8) für die größeren Höhen ab. Aber diese Breiten sind der Fläche nach gegenüber der großen Fläche der niederen Breiten so benachteiligt, daß eine holosphärische Mittelung eine mittlere Änderung des Temperaturgradienten mit der Höhe zeigt, die einen fast durchgehenden Anstieg bis 8 km und dann eine Konstanz bis 11 km aufzeigt. Bedenkt man, daß das Material zur Erfassung dieses Ergebnisses nur ein unvollständiges ist, so dürften die wahren Verhältnisse eher noch in der Richtung einer zahlenmäßigen Vergrößerung der Gradienten in den oberen Schichten der Troposphäre liegen, so wie es die vorstehenden Rechnungen ergaben. Für die unteren Schichten sind alle Werte durch den Einfluß des Erdbodens gehoben. Für diese Schichten wurde in den früheren Rechnungen Wärmegleichgewicht gefordert (am Boden also 0°/100 m). Diese Bedingungen werden in der früheren Theorie

[1] durch die Vorgabe der mittleren Temperaturverteilung der Erdoberfläche erfaßt. Als Gesamtmittelwert ergibt sich erneut — 0,576°/100 m.

Die ALBRECHTsche Verteilung führt also in keiner Weise zu einer mittleren vertikalen Temperaturabnahme in der Troposphäre, wie sie die Beobachtungen zeigen. Man muß daher schließen, daß die Wärmehaushaltsverteilung, wie sie ALBRECHT gibt, nicht diesen Bedingungen gerecht zu werden vermag. Ich glaube, daß der Grund vor allem darin liegt, daß für die mittlere Troposphäre die freiwerdende Kondensationswärme zu gering angesetzt ist und dadurch die von ihm angegebene Wärmebilanz in diesen Schichten zu rasch zu negativen Werten übergeht. Die Wärmehaushaltsdarstellung entspricht auch nicht seinen früheren Anschauungen einer stärkeren Emissionsschicht in 8 bis 11 km Höhe, indem seine Hauptminima negativer Bilanz bei zirka 7 km liegen. Auf jeden Fall läßt sich mit der ALBRECHTschen mittleren Verteilung des Wärmehaushaltes (m [z]) und dem vertikalen Austauschkoeffizienten die beobachtete mittlere Abnahme der Temperatur mit der Höhe in der Troposphäre nicht erklären. Die von mir angegebene m (z)-Verteilung vermeidet diese Unstimmigkeiten.

Literaturverzeichnis.

1. DEFANT, F.: Das mittlere meridionale Temperaturprofil in der Troposphäre als Effekt von vertikalen und horizontalen Austauschvorgängen und Kondensationswärme. Arch. Met. Geoph. Biokl. A **2**, 184 (1950).
2. MÖLLER, F.: Die Wärmequellen in der freien Atmosphäre. Meteorol. Z. **52**, 408/409 (1935).
3. MÜGGE, R. und MÖLLER, F.: Zur Berechnung von Strahlungsströmen und Temperaturänderungen in Atmosphären von beliebigem Aufbau. Z. Geophys. **8**, 63 (1931).
4. ALBRECHT, F.: Über die „Glashauswirkung" der Erdatmosphäre und das Zustandekommen der Troposphäre. Meteorol. Z. **48**, 57 und 480 (1931).
5. EMDEN, R.: Über Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung. Sitzb. Kgl. Bayr. Akad. Wiss., Math.-phys. Kl., 121—132 (1913).
6. BAUR, F. und PHILIPPS, H.: Der Wärmehaushalt der Lufthülle der Nordhalbkugel im Januar und Juli und zur Zeit der Äquinoktien und Solstitien. Beitr. Geophys. **45**, 82 (1935).
7. ALBRECHT, F.: Untersuchungen über den Wärmehaushalt der Erdatmosphäre und seine thermodynamische Bedeutung. Ber. d. Deutsch. Wetterdienstes in der US-Zone, Zentralamt Bad Kissingen, Nr. 17 (1950).
8. BJERKNES, V. und J., T. BERGERON, U. H. SOLBERG: Physikalische Hydrodynamik. Berlin 1933, 666.

551.515.4:551.594

Die Weltgewittertätigkeit und das luftelektrische Feld der Erde.

Von

H. Wichmann, Hamburg.

Mit 8 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Die in der „Gegenstromtheorie" postulierte Entstehung des luftelektrischen Feldes der Erde als Folge der Weltgewittertätigkeit kann durch die Ergebnisse der Messung der Feldstärke auf dem freien Ozean nicht als hinreichend bewiesen angesehen werden. Es werden Wege und Möglichkeiten zur Lösung dieses Problems erörtert und Meßergebnisse mitgeteilt, die erkennen lassen, daß die Feldstärke auf dem Ozean offensichtlich nicht als repräsentativ anzusehen ist. Die Messungen der atmosphärischen Rundfunkstörungen im Längstwellengebiet wie auch der Feldstärke mittels Ballons in größeren Höhen und des Vertikalstromes auf Bergen haben ergeben, daß die Einwirkung der bodennahen Schicht, wie auch der tägliche Wechsel der Ionisation hoher Schichten der Atmosphäre den erwarteten Gleichlauf des normalen luftelektrischen Feldes mit der Weltgewittertätigkeit völlig verschleiern.

Summary. Measurements of the electric field force above the free ocean give no sufficient evidence that the atmospheric electric field arises from the world thunderstorm activity as postulated by the "counter-current theory". Ways and possibilities of solving this problem are discussed and results of measurements communicated from which can be seen that the field force above the ocean cannot be considered as representative. Measurements of atmospheric radio disturbances within the range of the greatest wavelengths and determinations of the field force at greater altitudes by means of balloons, and of the vertical current on mountains have shown that the influence of the lowest layer as well as the diurnal variation of the ionization of the higher layers of the atmosphere veil completely the expected parallelism of the normal atmospheric electric field and of the world thunderstorm activity.

Résumé. Les résultats de la mesure de l'intensité du champ terrestre sur la mer ne peuvent confirmer convenablement l'hypothèse contenue dans la « théorie du courant contraire » d'après laquelle le champ électrique terrestre aurait son origine dans l'activité orageuse mondiale. On expose dans quelle direction il faudrait chercher la solution du problème et on donne des résultats

de mesures d'où il ressort que l'intensité du champ sur la mer n'est apparemment pas représentative. Les mesures des perturbations radioélectriques dans le domaine des plus grandes ondes, celles de l'intensité du champ au moyen de ballons à haute altitude ainsi que celles du courant vertical sur les montagnes ont prouvé que l'influence de la couche d'air voisine du sol et la variation journalière de l'ionisation des hautes couches de l'atmosphère masquent complètement le prétendu parallélisme entre le champ terrestre normal et l'activité orageuse mondiale.

Die Aufrechterhaltung des normalen luftelektrischen Feldes der Erde war in dem Augenblick zu einem Problem geworden, als festgestellt wurde, daß die atmosphärische Luft nicht als Isolator, sondern wegen des Vorhandenseins von Ionen als Leiter anzusehen ist. Der durch die Ionenwanderung entstehende Verluststrom, der sog. Vertikalstrom i in der Größenordnung von 10^{-16} Amp/cm^2, wäre trotz seiner geringen Größe in der Lage, das luftelektrische Feld in weniger als einer Stunde zusammenbrechen zu lassen. Daß solches nicht geschieht, ist ein Zeichen für die Existenz eines Gegenstromes, der diesen Verluststrom kompensiert und damit den herrschenden elektrischen Zustand erhält. Zur Klärung dieses Sachverhaltes sind eine Reihe spekulativer Theorien entwickelt worden. Von den einigermaßen diskutablen Theorien standen sich schließlich noch die „Zustromtheorie" (Simpson-Swann) und die „Gegenstromtheorie" (Wilson-Wigand) gegenüber. Die „Zustromtheorie" erklärt die Aufrechterhaltung des luftelektrischen Feldes durch Zustrom von negativer Korpuskularstrahlung aus dem Weltenraum, mußte aber bis heute noch unbekannte Ladungsträger annehmen, um den Tatsachen auch quantitativ gerecht zu werden. Die „Gegenstromtheorie" dagegen sucht das Problem mit Hilfe eines Gegenstromes zu erklären, der in Gebieten mit Gewitterbildung vielfach stärker und in entgegengesetzter Richtung fließt. Er lädt dabei den aus Erdoberfläche und Ionosphäre gebildeten Kugelkondensator ständig auf, während der Vertikalstrom bestrebt ist, ihn zu entladen. Abschätzungen von A. Wigand [*1*] und F. J. W. Whipple [*2*] ergaben auch quantitativ richtige Werte. Es war somit naheliegend und plausibel, daß der „Gegenstromtheorie" der größere Wert beigemessen wurde. So fehlte es auch nicht an Ansätzen, aus der Veränderlichkeit des sich in diesem Kugelkondensator ergebenden elektrischen Zustandes auf die wirksamen Zusammenhänge zu schließen. Man betrachtete die Beziehung

$$i = \lambda \cdot E, \tag{1}$$

worin i der Vertikalstrom, λ die Leitfähigkeit und E die Feldstärke bedeutet, als in erster Näherung erfüllt. Von diesen Elementen des luftelektrischen Feldes war meßtechnisch am einfachsten eine laufende Registrierung der Feldstärke zu erhalten. Aber selbst jahrzehntelange Mittelwerte der Feldstärke zeigten keinerlei Zusammenhang zwischen dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit, wie er auf Grund klimatologischer Statistik von F. J. W. Whipple und F. J. Scrase [*3*] bestimmt worden war. Vielmehr war den Messungen zu entnehmen, daß die mit dem

täglichen „Austausch“ in der bodennahen Luftschicht veränderlicher Raumladungen, bedingt durch radioaktive Bodenemanation, sowie Rauch- und Staubpartikelchen, die Meßwerte örtlich und zeitlich so stark veränderten, daß sie selbst aus langen Meßreihen nicht zu eliminieren waren. Es erschien daher erfolgversprechend, Messungen der Feldstärke auf dem freien Ozean durchzuführen, da hier Rauch- und Staubpartikelchen nicht vorhanden sind und besonders die radioaktive Emanation nur etwa $^1/_{1000}$ der des Festlandes beträgt. So zeigen derartige Messungen, wie sie auf der „Maud“ und „Carnegie“ vorgenommen wurden, bereits eine merkliche Übereinstimmung ihres Tagesganges mit der der Weltgewittertätigkeit.

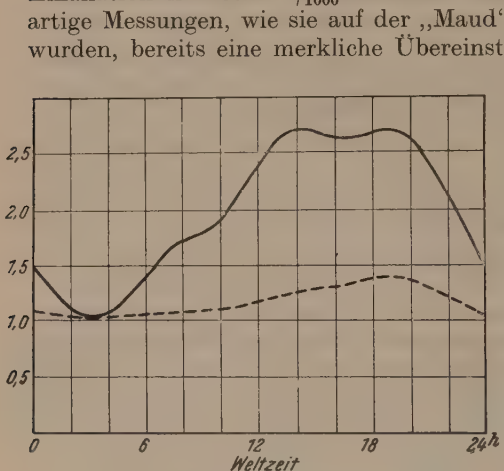

Abb. 1. Weltzeitlicher Tagesgang der Weltgewittertätigkeit (ausgezogen) und der Feldstärke auf dem Ozean (gestrichelt). (Relative Werte auf gemeinsames Minimum gleich 1 bezogen.)

Eine Gegenüberstellung der weltzeitlichen Tagesgänge der Weltgewittertätigkeit und der Feldstärke auf dem Ozean (Abb. 1) zeigt jedoch, daß die Weltgewittertätigkeit eine viel größere tägliche Schwankung aufweist, als sie in dem Tagesgang der Feldstärke zum Ausdruck kommt, wenn man nur die „Landgewitter“ berücksichtigt, die als einigermaßen gesichert gelten können. Da über den Tagesgang der „See-gewitter“, wie auch über ihre Anzahl keine ähnlich sicheren Angaben gemacht werden können, reicht dieses Ergebnis zum Beweis der „Gegenstromtheorie“ sicher nicht aus. Zwei wesentliche Gesichtspunkte scheinen jedoch hiermit geklärt zu sein: 1. eine Einwirkung der Weltgewittertätigkeit auf das luftelektrische Feld der Erde im Sinne der „Gegenstromtheorie“ ist offensichtlich vorhanden. 2. Die Anschauung, daß das elektrische Feld ohne Vorhandensein eines dauernd arbeitenden „Generators“ in etwa einer halben Stunde zusammenbrechen müßte, scheint sich zu bestätigen; denn der Tagesgang der Weltgewittertätigkeit und der Feldstärke verlaufen ohne erkennbare zeitliche Verschiebung.

Es wäre also nun nach Wegen zu suchen, die zur weiteren Verfolgung dieses Problems noch offenstehen.

Es erscheint am einfachsten, anzunehmen, daß eine oder beide Kurven in ihren absoluten Werten falsch bzw. nicht repräsentativ sind. Fassen wir zuerst die Kurve der Weltgewittertätigkeit ins Auge, so wäre zu sagen, daß die vorliegende Kurve — wie schon oben erwähnt — sich allein auf die Landgebiete bezieht und wegen Unkenntnis der Gewitterhäufigkeit auf dem Meere also im gewissen Sinne unvollständig ist. Man kann natürlich — wie es WHIPPLE und SCRASE [3] getan haben — die

„Seegewitter" so als Konstante ohne Tagesgang mit $111 \cdot 10^{-4}$ km² zu den „Landgewittern" addieren, daß sich der prozentuale Tagesgang dem der Feldstärke auf dem Ozean angleicht, und ist dann jeglicher Schwierigkeit enthoben. Es ist aber in diesem Zusammenhang die Frage offen, in welcher Weise die Gewitter als „Generator" für die Erzeugung des Gegenstromes wirksam sind. Als Stromträger des Generators sind die Blitze, die Spitzenentladung an Bäumen, Sträuchern, Gräsern usw. sowie der Niederschlag zu nennen. Wesentlich ist natürlich nicht nur die Größe dieser Anteile, sondern insbesondere auch der bei einem Gewitter freiwerdende Gesamtgegenstrom. Diese Intensität des Gewitters tritt natürlich in der klimatologischen Statistik praktisch nicht in Erscheinung. Die schweren Gewitter der Hauptgewitterzentren müssen daher bei ihrer Wirksamkeit im Sinne des Gegenstromes viel stärker bewertet werden als etwa die Gewitter der übrigen Gebiete, insbesondere auf dem Ozean. Über die Anteile, die die obengenannten Stromträger am Gesamtgegenstrom haben, gehen die Ansichten teilweise auseinander und es soll daher an dieser Stelle nicht darauf eingegangen werden. Es mag jedoch hervorgehoben werden, daß der Stromanteil der Spitzenentladung wesentliche Bedeutung nur auf dem Lande hat, da auf der ebenen Fläche des Ozeans die Voraussetzungen zu ihrer Bildung weitaus geringer sind. Die Schlußfolgerung hieraus ist offensichtlich diese, daß die „Landgewitter" in dem Anteil des Blitzstromes und des Spitzenstromes und sicher auch des Niederschlagsstromes dominieren. So müssen also die „Landgewitter" dem Gegenstrom überragend ihren Tagesgang aufprägen, selbst dann, wenn der von Whipple und Scrase angenommene konstante hohe Anteil der „Seegewitter" klimatologisch-statistisch richtig wäre. Bildet jedoch der Niederschlagsstrom einen wesentlichen Anteil, so müßte man die Wirksamkeit der großen Niederschlagsgebiete — insbesondere der nördlichen und südlichen gemäßigten Breiten — in solchem Falle sogar überhaupt als dominierend annehmen. Ihre an keinen Tagesgang gebundene Niederschlagstätigkeit würde eine mittlere Stärke des luftelektrischen Feldes aufrechterhalten, dem dann die Wirkung der Gewittertätigkeit überlagert wäre. Diese letzte Anschauung würde zur Kurve der Feldstärke ausgezeichnet passen.

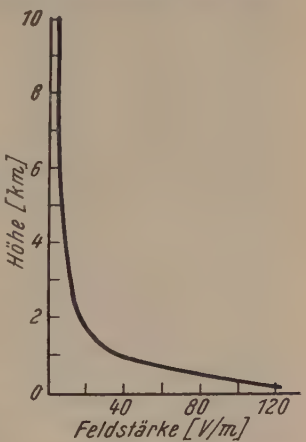

Abb. 2. Änderung der Feldstärke mit der Höhe.

Betrachten wir dagegen die Kurve der Feldstärke, so wäre als erstes an den „Austausch" und den „Elektrodeneffekt" zu denken, die sich in einer starken Erhöhung der Feldstärke in Bodennähe bemerkbar machen (Abb. 2). Es wäre damit die Frage offen, ob nicht im Abstand von einigen Kilometern von der Erdoberfläche der prozentuale Anteil des Tagesganges der Feldstärke dem der Weltgewittertätigkeit entspricht. Haben

wir damit die Frage gestellt, ob der Wert der Feldstärke in Bodennähe — selbst auf dem Meere — repräsentativ ist, so können wir noch einen Schritt weitergehen und die Frage stellen, ob denn nach Gl. (1) die Feldstärke E überhaupt das geeignete Maß für die vorliegende Untersuchung darstellt. Wir haben hier stillschweigend die Leitfähigkeit — als in erster Näherung konstant angesehen. Daß dieses in bodennahen Schichten nicht der Fall ist, haben inzwischen die Messungen gezeigt, aber auch die an der Stromführung beteiligten hohen Schichten der Atmosphäre sind durch den Tagesgang der Sonnenstrahlung einem starken Wechsel ihrer Leitfähigkeit unterworfen, wie es der Kurzwellenrundfunk beweist. Aber nicht nur die Änderung der Leitfähigkeit ist damit verbunden, sondern die leitende Schicht, die ja als Gegenelektrode zur Erdoberfläche anzusprechen ist, ändert als solche durch das tageszeitliche Auftreten und Verschwinden tieferer Schichten gleichermaßen ihren Abstand. Die Auswirkung dieser Vorgänge in hohen Schichten der Atmosphäre auf das vorliegende Problem läßt sich nur schwer abschätzen. Da jedoch diese Leitfähigkeitsverhältnisse praktisch messend nicht erfaßt werden können, bleibt nur der Versuch, über den Vertikalstrom i dem Problem näherzukommen. Leider liegt jedoch seine Größe an der Grenze der Meßmöglichkeit, so daß seine Messung bis heute mehr ein physikalisches Experiment geblieben ist. Der Vertikalstrom i hat jedoch der Feldstärke E voraus, daß seine Größe nicht so sehr von den Vorgängen in bodennahen Schichten beeinflußt wird. Ein völliger Gleichlauf mit dem Gegenstrom wird an einem bestimmten Meßort aber trotzdem nicht zu erwarten sein, sondern von der Leitfähigkeit in der oben geschilderten Weise abhängen.

Diese kurze Betrachtung zeigt, daß uns noch eine Fülle von Problemen vom Beweis der „Gegenstromtheorie" trennt, die es zu lösen gilt. Nachdem nun diese Probleme aufgeworfen sind, muß nach praktischen Lösungswegen gesucht werden.

Wir werden uns nun als erstes die Frage vorlegen müssen, welche Handhabe sich uns bietet, die Richtigkeit der Kurve der Weltgewittertätigkeit nachzuprüfen. Diese Häufigkeitskurve beruht bekanntlich auf einer klimatologischen Statistik der Landgewitter und ist festgelegt durch die Frage, auf wieviel Quadratkilometern der Erdoberfläche 60 Minuten vor und 60 Minuten nach einem bestimmten Zeitpunkt Donner hörbar ist. Die Indikation durch den Donner erfordert wegen seiner geringen Reichweite eine so große Zahl von Beobachtungsstationen, wie sie auf weiten Gebieten der Kontinente, geschweige denn der Meere praktisch nicht erreichbar ist; ein Grund mehr, die Richtigkeit der Kurve in Frage zu stellen. Es erscheint naheliegend, an Stelle der akustischen Wirkung des Blitzes die von ihm abgestrahlte elektromagnetische Welle mittels Antenne und drahtlosen Empfangsgeräten aufzunehmen. Es zeigte sich aus diesen als „atmosphärische Funkstörungen" bekannten Wirkungen, daß sie sehr langwelliger Natur sind und daher nicht in dem Maße wie die Mittel- und Kurzwellen den starken tageszeitlichen Empfangsschwankungen unterliegen. Sie können daher von ihrem Ursprung

aus praktisch an jedem Punkt der Erde auch am Tage erfaßt werden. Die Untersuchungen des Verfassers [4] haben ergeben, daß die Hauptentladungen des Blitzes tatsächlich eine Grundfrequenz aufweisen, die einer Wellenlänge von 20000 bis 30000 m entspricht. Messungen der Häufigkeit solcher „atmosphärischer Funkstörungen" bei 30000 m Wellenlänge sind von F. Schindelhauer [5] in Potsdam durchgeführt worden. Diese Messungen erfassen natürlich nicht alle Blitzentladungen, sondern nur die stärksten, die noch in der Lage sind, eine bestimmte Mindestfeldstärke am Meßort zu erzeugen, unterhalb der die Meßapparatur keine Funkstörungen mehr registriert. Man darf jedoch mit Sicherheit annehmen, daß ihre Anzahl in erster Näherung proportional der zeitlich auftretenden Gesamtzahl der Blitze ist und damit ein getreues Abbild der Intensität der Weltgewittertätigkeit liefert. Wählt man von diesen Messungen solche aus, bei denen der starke Einfluß naher europäischer Gewitter fehlt, also Werte aus Herbst und Winter, und stellt die gewonnene Tageskurve (gestrichelte Kurve, Abb. 3) der Kurve der Weltgewittertätigkeit (ausgezogene Kurve, Abb. 3) gegenüber, wie dies bereits vom Verfasser [4] gezeigt wurde, so stellt man wider Erwarten fest, daß von einer auch nur angedeuteten Übereinstimmung nicht die Rede sein kann. Bildet man jedoch die prozentualen Verminderungen, wie die Kurve der „atmosphärischen Funkstörungen" gegenüber zeitlich gleichliegenden Punkten der Weltgewittertätigkeit aufweist, so ergibt sich eine Kurve mit sonnentäglichem Gang (Abb. 4). Die so entstandene Kurve zeigt einen Tagesgang, der weder eine Ähnlichkeit mit dem der Weltgewittertätigkeit über Land, noch mit dem der „atmosphärischen Funkstörungen" hat und nach den Erfahrungen der

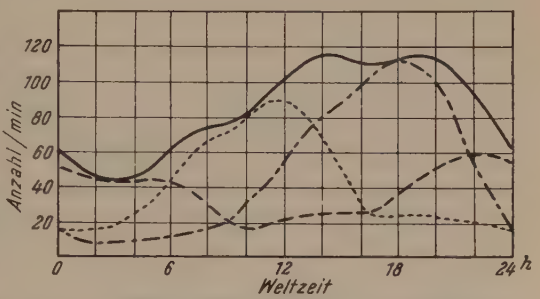

Abb. 3. Weltzeitlicher Tagesgang der Weltgewittertätigkeit und der atmosphärischen Funkstörungen bei $\lambda = 30000$ m im Winter, für Potsdam gemessen (gestrichelt), für Tokio theoretisch (strichpunktiert), für Chicago theoretisch (punktiert).

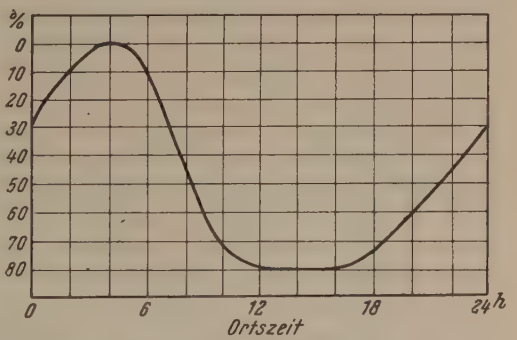

Abb. 4. Ortszeitlicher Tagesgang der Verminderung des Empfanges von atmosphärischen Funkstörungen für den Winter (Dämpfung der Funkstörungen durch den sonnentäglichen Wechsel der Ionisation der hohen Atmosphäre).

Rundfunktechnik mit der durch Sonneneinstrahlung veränderliche Überträgereigenschaft der hohen Schicht der Atmosphäre identisch ist [4]. Wählt man jedoch für diesen Vergleich die Kurve der Welt gewittertätigkeit, in der auch die „Seegewitter" berücksichtigt sind, oder die fast gleiche der Feldstärke auf dem Ozean, so erscheinen in der betrachteten Kurve Einzelheiten des Tagesganges der Kurve der „atmosphärischen Funkstörungen". Es würde dies bedeuten, daß sich ein ungestörter Tagesgang der „Funkstörungen" dem Tagesgang der Welt gewittertätigkeit über Land am besten anpassen würde. Die so ermittelte Kurve (Abb. 4) besagt also, daß in den Stunden nach Mitternacht der Empfang der „atmosphärischen Funkstörungen" am günstigsten ist, bei beginnender Sonnenstrahlung mehr und mehr abnimmt, sein Minimum am Mittag erreicht, um dann bei nachlassender Sonnenstrahlung langsam wieder zuzunehmen. Da der Empfang ortszeitgebunden, die Gewitterhäufigkeit dagegen weltzeitgebunden ist, müssen sich an anderen Orten der Erde ganz bestimmte Abweichungen von der Potsdamer Kurve (Winter) ergeben. Ihren Verlauf können wir dadurch vorherbestimmen, daß wir die ortszeitliche Verminderung des Empfangs von der weltzeitlichen Kurve der Weltgewittertätigkeit in Abzug bringen. Wir erhalten so z. B. für Tokio mit einer zirka 9 Stunden früheren Ortszeit eine Kurve mit einem ausgeprägten Maximum um 18 Uhr Weltzeit (strichpunktierte Kurve, Abb. 3) und für Chicago mit einer zirka 7 Stunden späteren Ortszeit eine Kurve mit dem Maximum um 11 Uhr Weltzeit (punktierte Kurve Abb. 3). Diese Kurven sind natürlich nur im Winter und ähnlich im Herbst zu erwarten, wenn im weiteren Umkreis keine Gewitter oder Kaltfronten auftreten. Der experimentelle Nachweis dieser theoretisch vorhergesagten Kurven wäre natürlich zur Unterbauung der oben dargelegten Vorstellung sehr wünschenswert. Es ist also dieses Ergebnis vorerst so zu deuten, daß die Kurve des Tagesganges der Weltgewittertätigkeit in erster Näherung tatsächlich — als Intensitätskurve gesehen — richtig ist und die darin vernachlässigten Gewitter auf See offensichtlich in diesem Sinne keine bedeutende Rolle spielen. Leider versagt logischerweise diese Methode bei der Bestimmung der Wirksamkeit von Niederschlagsgebieten ohne Blitzbildung, so daß wir hier auf Vermutungen angewiesen sind und hoffen müssen, daß es gelingt, ihren Anteil durch bessere Methoden zur Feststellung des ungestörten Verlaufs der Feldstärke E und des Vertikalstromes i rückschließend zu bestimmen.

Bezüglich der Kurve der Feldstärke E waren wir oben zu dem Schluß gekommen, daß eventuell „Austausch" und „Elektrodeneffekt" auch das Meßergebnis auf dem Meere noch verfälscht und vielleicht erst in größeren Höhen ein der Weltgewittertätigkeit auch quantitativ entsprechender Tagesgang der Feldstärke zu erwarten ist. Vom Verfasser sind über mehrere Jahre Messungen des elektrischen Feldes mit gefesselten Ballonen in Höhen bis 3000 m durchgeführt worden. Es wurde hierbei der Ausgleichsstrom im Ballonseil gemessen, der ein Maß für die Stärke des elektrischen Feldes am Ballon ist. Diese Messungen, über die noch berichtet werden soll, hatten den Zweck, durch Auflassen un-

Einholen des Ballons das elektrische Feld zu sondieren. In einigen Fällen wurde der Ballon auch in der Zeit von 22 Uhr bis 5 Uhr WOZ. während der Nacht in 1000 bis 2000 m Höhe stehengelassen und die zeitliche Veränderung des Seilstromes bestimmt. Leider ist ein großer Teil der Unterlagen

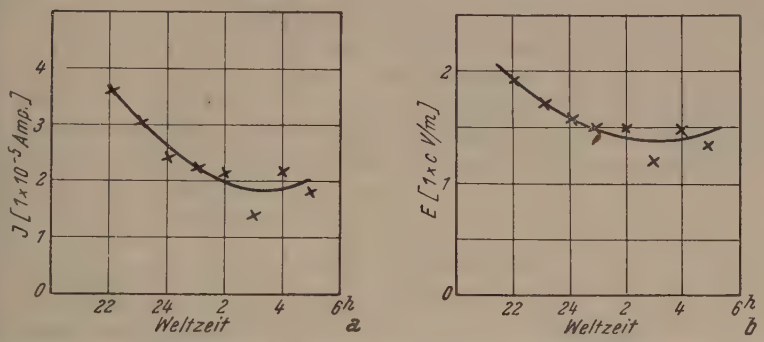

Abb. 5. Veränderung der Feldstärke in 1000 bis 2000 m Höhe. a) Seilstrom J, gemessen; b) Feldstärke E, berechnet.

verlorengegangen, so daß nur etwa fünf Meßreihen bei ungestörtem Wetter (März 1941) vorliegen. Abb. 5a zeigt die gemittelte Kurve des Seilstromes J dieser wenigen Meßreihen und Abb. 5b den daraus ermittelten Verlauf der mittleren Feldstärke E in 1000 bis 2000 m Höhe. Die Umrechnung erfolgte nach der von F. J. W. Whipple und F. J. Scrase [3] ermittelten quadratischen Beziehung zwischen dem unserem Seilstrom entsprechenden Strom von Spitzenentladungen J und der Feldstärke E näherungsweise mit

$$E = c\sqrt{J}, \qquad (2)$$

worin c eine empirische Umrechnungskonstante bedeutet, die hier nicht von Interesse ist. Abb. 6 zeigt nun die Gegenüberstellung der Änderung des nächtlichen Kurvenanteils der Weltgewittertätigkeit (ausgezogene Kurve), der Feldstärke im Meeresniveau auf dem Ozean (gestrichelte Kurve) und schließlich die mit dem Ballon in 1000 bis 2000 m über ebener Erde ermittelte Änderung der Feldstärke (punktierte Kurve). Es zeigt sich hier offensichtlich, daß die Änderung der Feldstärke in der oberen Grenze der bodennahen Feldstärkeerhöhung (Abb. 2) sich bereits der erwarteten Kurve der Weltgewittertätigkeit nähert. Dieses Ergebnis ist bei der äußerst schmalen Grundlage der wenigen, mehr stichprobenartigen Messungen jedoch nur als hoffnungsvoller Aspekt zu werten,

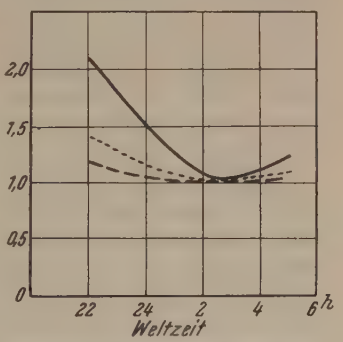

Abb. 6. Änderungen der Weltgewittertätigkeit (ausgezogen), der Feldstärke in 1000 bis 2000 m Höhe (punktiert) und der Feldstärke im Meeresniveau auf dem Ozean (gestrichelt). (Relative Werte auf gemeinsames Minimum gleich 1 bezogen.)

der es aber erfolgversprechend erscheinen läßt, planmäßige Messungen an raumfesten Punkten mit Ballonen oder Drachen zu unternehmen. Es muß jedoch erreicht werden, an Stelle der Seilstrommethode eine Kollektormethode zu verwenden, damit die oben erläuterte Umrechnung in Fortfall kommt. Versuche, eine ungestörte Messung der Feldstärke auf hohen Berggipfeln zu erreichen, werden kaum eine solche Messung ersetzen können, da selbst bei günstigen Wetterlagen der Einfluß des Erdbodens nicht gänzlich auszuschalten ist.

Interessante erste Ergebnisse solcher Bergmessungen erreichen der Verfasser gerade beim Abschluß dieser Arbeit mit einer Schrift von H.-W. KASEMIR [6]. Es handelt sich hier u. a. um die gleichzeitige Registrierung von Feldstärke und Vertikalstrom auf dem Nebelhorn (2300 m). Die Registrierung der Feldstärke erfolgte mittels radioaktiven Kollektors und eines Röhrenverstärkers, wie ihn der Verfasser in ähnlicher Form seit vier Jahren für die Dauerregistrierung der Feldstärke verwendet. Geradezu bahnbrechend scheint die von H.-W. KASEMIR entwickelte Methode zur Messung des Vertikalstromes zu sein, die hier offensichtlich von der oben noch als physikalisches Experiment bezeichneten Art, durch Verwendung modernster technischer Hilfsmittel, zu einer observatoriumsreifen Dauerregistriermethode entwickelt worden ist.

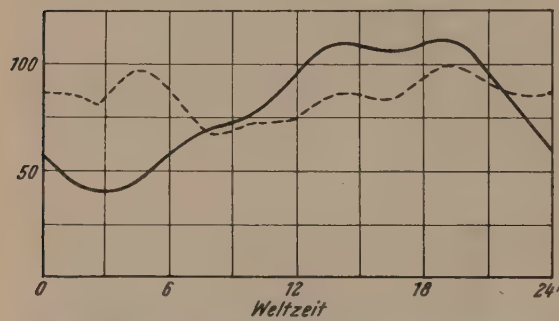

Abb. 7. Tagesgang der Weltgewittertätigkeit (ausgezogen) und des Vertikalstromes auf dem Nebelhorn (gestrichelt) im Oktober 1949. (Nach H.-W. KASEMIR.)

Bemerkenswert sind die ersten Meßergebnisse, die gerade im Herbst und bei einer Hochdruckwetterlage mit stark absinkender Luft (Föhnlage), also der günstigsten Lage, die überhaupt möglich ist, gewonnen wurden. Wie nach unseren obigen Ausführungen zu erwarten ist, zeigt die Feldregistrierung keinen ausgesprochenen Gang, der etwa auf die Wirksamkeit der Weltgewittertätigkeit hinweisen könnte. Ganz anders der Vertikalstrom, der nach den Darlegungen von H.-W. KASEMIR und einer von ihm gebrachten Gegenüberstellung zur Weltgewittertätigkeit (Abb. 7) offensichtliche Ähnlichkeit mit dieser aufweist. Überraschend ist jedoch das Maximum des Vertikalstromes um 4 Uhr WOZ., das sich so gar nicht unseren Vorstellungen einpassen möchte. Diese und die Tatsache, daß es sich nur um eine fünftägige Registrierung handelt, veranlaßt H.-W. KASEMIR, weittragende Schlüsse für verfrüht zu halten.

Nach Ansicht des Verfassers ist dies nicht ganz der Fall, und zwar deswegen, weil bei der günstigsten Wetterlage, die für solche Messungen

überhaupt möglich ist, fünf Tage lang der Vertikalstrom einen gleichlaufenden Tagesgang aufweist, was offensichtlich kein Zufall ist.

Wir hatten oben festgestellt, daß — abgesehen von dem auf hohen Bergen geringen Einfluß der bodennahen Schichten auf den Vertikalstrom, auf den auch H.-W. Kasemir hinweist — ein völliger Gleichlauf des Vertikalstromes mit der Weltgewittertätigkeit bzw. mit dem Gegenstrom wegen des Einflusses der tageszeitlich wechselnden Leitfähigkeit der hohen Schichten der Atmosphäre überhaupt nicht zu erwarten ist. Wenn wir also beide Kurven als repräsentativ annehmen, so ist der naheliegende Schluß, daß ihre Abweichung voneinander lediglich auf diesen Einfluß zurückzuführen ist. Gehen wir also so vor, wie dies beim Vergleich des Tagesganges der „atmosphärischen Funkstörungen" mit der Weltgewittertätigkeit oben gezeigt worden ist, und bilden die prozentualen Abweichungen der Tageskurve des Vertikalstromes von der der Weltgewittertätigkeit, so muß zwangsläufig der tageszeitliche Einfluß der hohen Schichten der Atmosphäre in reiner Form hervortreten. Abb. 8 zeigt das Ergebnis, bei dem Punkt für Punkt eine saubere Kurve entsteht, an deren realem Hintergrund wohl kaum ein Zweifel besteht. Versucht man dagegen — genau wie oben bei den „atmosphärischen Funkstörungen" — die Kurve des Vertikalstromes der Kurve der Weltgewittertätigkeit einschließlich der „Seegewitter" bzw. der Feldstärke auf dem Ozean gegenüberzustellen, so entsteht bei der gleichen Manipulation eine Kurve, die dem Tagesgang des Vertikalstromes selbst ähnlich ist. Wählt man für diesen Zweck dagegen eine Kurve, die eine noch größere Amplitude als die Weltgewittertätigkeit über Land aufweist, so zeigt die Kurve der prozentualen Abweichung Ähnlichkeit mit der Kurve der Weltgewittertätigkeit. Es gibt somit nur *eine* Kurve, die dieser Beziehung gerecht wird. Der Tagesgang der Weltgewittertätigkeit bzw. des Gegenstromes wird also sowohl durch die „atmosphärischen Funkstörungen" als auch hier durch den Vertikalstrom auf Bergen, zwangsläufig auf einen Verlauf zurückgeführt, der mit dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit über Land nach der klimatologischen Statistik praktisch identisch ist.

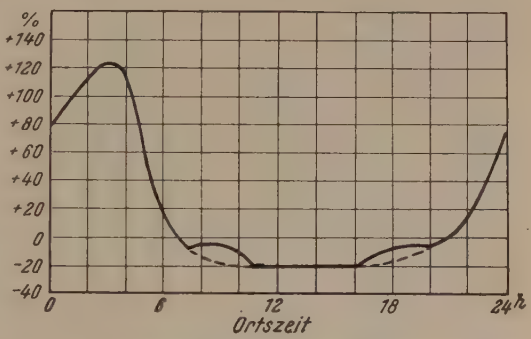

Abb. 8. Ortszeitliche Abweichung des Tagesganges des Vertikalstromes auf dem Nebelhorn von dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit für den Monat Oktober. (Verminderung des Vertikalstromes durch den sonnentäglichen Wechsel der Ionisation der hohen Atmosphäre.)

Auffallend sind die Abweichungen von dieser Kurve (Abb. 8) in der Zeit von 7 bis 11 Uhr und 16 bis 20 Uhr OZ. Sie bedeuten, daß der Vertikalstrom während dieser Zeit eigentlich hatte kleiner sein müssen,

als es der Messung entspricht. Offensichtlich handelt es sich hier um den Einfluß der bodennahen Schicht, die bei Sonneneinstrahlung durch den einsetzenden bzw. abends wieder aussetzenden „Austausch" in der aus Bodenregistrierungen in der Ebene bekannten Form, trotz der günstigen Wetterlage auch auf dem Nebelhorn noch andeutungsweise in Erscheinung tritt. Bei einer Mittelwertsbildung über viele ungestörte Tage dieser Art aus anderen Jahreszeiten wird durch Verschiebung der Sonnenauf- und -untergänge auch diese Abweichung verschwinden und es werden sich die gestrichelt gezeichneten Übergänge ergeben.

Die sich praktisch nur durch die jahreszeitliche Verschiebung des Sonnenauf- und -unterganges unterscheidenden Tageskurven der Empfangsverminderung der „atmosphärischen Funkstörungen" auf Längstwellen (Abb. 4) und der Verminderung des Vertikalstromes auf Bergen (Abb. 8) lassen wohl darauf schließen, daß es sich hier tatsächlich um die Wirksamkeit der hohen Schichten der Atmosphäre handelt. In diesem Fall sollte man jedoch wegen der tagsüber erhöhten Leitfähigkeit der hohen Schichten der Atmosphäre eigentlich eine Erhöhung und nicht eine Verminderung des Vertikalstromes erwarten. Die Verminderung des Vertikalstromes am Tage würde eher auf den „Austausch" hinweisen, der ja bekanntlich tagsüber den Vertikalstrom am Boden vermindert. Anderseits zeigen die von H. Israël [*9*] bestimmten Kurven der durch den Austausch bedingten Änderung des Säulenwiderstandes einen ganz andersgearteten Kurvenverlauf. Nur für die Höhenstation Davos kommt ein abweichender Tagesgang heraus, für den H. Israël keine Erklärungsmöglichkeit sieht. Die große Ähnlichkeit dieses Tagesganges mit dem unserer Kurve (Abb. 8) ließe den Schluß zu, daß bei Meßstationen in der Ebene wohl der Austausch der untersten Schicht der Atmosphäre maßgeblich ist, jedoch auf hohen Bergstationen noch nicht vollständig zu übersehende Einflüsse der hohen Schichten der Atmosphäre oder noch unbekannte Eigenarten des „Gegenstrom-Generators" und der großräumigen Vertikalstromverteilung in den Vordergrund treten.

Trotz dieser offenen Fragen ließe sich mit dieser Vorstellung — wie schon für den Empfang „atmosphärischer Funkstörungen" oben durchgeführt — der Tagesgang des Vertikalstromes auf anderen Berggipfeln der Erde theoretisch bestimmen. So würde durch Überlagerung der ortszeitgebundenen Tageskurve der Minderung des Vertikalstromes (Abb. 8) mit der weltzeitgebundenen Kurve der Weltgewittertätigkeit, z. B. für den Mt. Wilson oder Mt. Palomar in Kalifornien im Herbst ein Vertikalstromverlauf entstehen, der etwa dem Tagesgang der „atmosphärischen Funkstörungen" für Chicago (Abb. 3) entsprechen würde. Es kann auch hier nur wieder betont werden, daß Messungen des Vertikalstromes und der „Funkstörungen" auf Längstwellen an diesen Orten in Amerika zur weiteren Verfolgung dieser Probleme von ausschlaggebender Bedeutung sind.

Es sei noch ein interessanter Aspekt diskutiert, der sich beim Vergleich der ortszeitlichen Kurve der prozentualen Verminderung des Empfangs der „atmosphärischen Funkstörungen" bei 30000 m Wellen-

länge und der ortszeitlichen Kurve der Verminderung des Vertikalstromes auf Bergen aufdrängt.

Es ist bekannt, daß der Empfang der „atmosphärischen Funkstörungen" im Bereich der Kurz- und Mittelwellen tagsüber vollständig aussetzt, während dies bei Lang- und Längstwellen nicht der Fall ist. Dies wird so erklärt, daß für die Übertragung der kurzen Wellen die hohen *E*- und *F*-Schichten der Ionosphäre maßgeblich sind und sich daher auch solare Einflüsse „Dämmerungseffekte", usw. stark auf die Übertragung auswirken. Die Längstwellen dagegen nehmen ihren Weg durch tiefere Schichten unter 100 km, wobei sie die *D*-Schicht in zirka 50 km Höhe zur Ausbreitung verwenden. Die Einflüsse solarer Art sind weniger wirksam, da schon eine geringe Ionisation der D-Schicht ausreicht, um eine Reflexion der Längstwellen zu bewirken. So wird der einfache Tagesgang der Empfangsverminderung bei ihnen erklärlich. Der gleiche einfache Tagesgang bei der Verminderung des Vertikalstromes läßt nun den Schluß zu, daß es sich hier ebenfalls um Leitfähigkeitsänderungen in einer Schicht unter 100 km handeln könnte, und somit der Ausgleichsstrom zwischen Gegen- und Vertikalstrom in einer Schicht unter 100 km fließt und wahrscheinlich die *D*-Schicht hierzu benutzt. Es wäre dies dann ein Beweis für die Richtigkeit der von H. Israël und H.-W. Kasemir [7] theoretisch abgeleiteten Höhe von 50 bis 65 km für diesen horizontalen Ausgleichsstrom.

Der experimentelle Nachweis dieser Zusammenhänge könnte durch gleichzeitige Registrierung der „Funkstörungen" bei 30000 m Wellenlänge und des Vertikalstromes auf Bergen geliefert werden. Nach H. Israel [8] tritt bei Sonneneruptionen und Kurzwellenschwund (Mögel-Dellinger-Effekt) im Längstwellengebiet eine starke Empfangsverbesserung der „Funkstörungen" auf. Dieser Effekt müßte sich nun ebenfalls in einer Änderung des Vertikalstromes auswirken, wenn diese Zusammenhänge tatsächlich bestehen.

Versuchen wir, uns zum Schluß einen Überblick zu verschaffen über die vielen einzelnen Probleme, zu deren Diskussion uns die Abweichung des Tagesganges der Feldstärke auf dem Ozean von dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit (Abb. 1) veranlaßt hat:

Eine sowohl zwischen dem Tagesgang der „atmosphärischen Funkstörungen" als auch dem Tagesgang des Vertikalstromes auf Bergen einerseits und dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit anderseits aufgedeckte Beziehung hat zu der Schlußfolgerung geführt, daß der auf klimatologisch-statistischer Basis beruhende Tagesgang der Weltgewittertätigkeit über Land intensitätsmäßig mit dem Tagesgang der Weltgewittertätigkeit insgesamt, wie auch mit dem Tagesgang des Gegenstromes praktisch identisch ist. Die aufgedeckte Beziehung beruht wahrscheinlich in beiden Fällen auf dem ortszeitlichen Einfluß der sonnentäglichen Änderung der Ionisation der *D*-Schicht.

Für die Abweichung des Tagesganges der Feldstärke auf dem Ozean von dem erwarteten Tagesgang der Weltgewittertätigkeit konnte ein gewisser Anhaltspunkt darin gefunden werden, daß diese durch den

Einfluß der bodennahen Schichten bedingt ist und in größeren Höhen wahrscheinlich kleiner wird. Eine gedankliche Erfassung dieses Problems ist wegen des komplexen Verhaltens des Vertikalstromes i, der Leitfähigkeit λ und der Mitwirkung der wechselnden Ionisation der tiefsten und höchsten Schichten der Atmosphäre nur sehr schwer möglich. Es erfordert zu seiner Lösung gleichzeitige Messungen an weit auseinanderliegenden Punkten der Erde sowie in möglichst großen Höhen.

Zum Schluß bleibt mir die angenehme Pflicht, der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft meinen Dank für die Gewährung eines Forschungsstipendiums auszusprechen, das mir die Wiederaufnahme meiner wissenschaftlichen Arbeit nunmehr ermöglicht hat.

Literaturverzeichnis.

1. Wigand, A.: Phys. Zeitsch. **28**, 65 und 261 (1927).
2. Whipple, F. J. W.: Quartl. Journ. Roy. Met. Soc. **64**, 199 (1938).
3. — und F. J. Scrase: Geophys. Mem. Nr. 68, London, 1938.
4. Wichmann, H.: Grundprobleme der Physik des Gewitters (W; Z). Wolfenbütteler Verlagsanstalt 1948.
5. Schindelhauer, F.: Reichsamt für Wetterdienst. Wiss. Abh. **3**, Nr. 5 (1937).
6. Kasemir, H.-W.: Journ. Atmosph. Terr. Phys.; im Druck.
7. Israël, H. und H.-W. Kasemir: Ann. d. Geophysique **5**, 313 (1949).
8. — Naturwissenschaften **34**, 22 (1947).
9. — Berichte d. Deutsch. Wetterdienstes in der US-Zone **12**, 75 (1950).

551.590.21

Solare Vorgänge im Wettergeschehen.

Von

H. Flohn, Bad Kissingen.

Mit 6 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Nach zusammenfassendem Referat über die Abhängigkeit der Wetterelemente (Temperatur, Luftdruck, Niederschlag, Gewitter) vom 11,2- bzw. 89jährigen Sonnenfleckenzyklus, von der 5,6jährigen Unterperiode und von der 27tägigen Sonnenrotation werden die statistischen Zusammenhänge zwischen Gewittern, Meridianpassagen von Sonnenflecken und isoliert auftretenden magnetischen Störungen in Mitteleuropa in den Zeiten geringer Sonnenfleckentätigkeit untersucht. Die Diskussion führt auf eine auslösende Wirkung von Schwankungen (Invasionen) der solaren Wellenstrahlung, die von der auf Korpuskelemissionen ansprechenden magnetischen Charakterzahl nur unvollkommen und mit zwei bis drei Tagen Verspätung wiedergegeben werden. Anschließend wird die Luftdruckverteilung in der Umgebung einer isolierten magnetischen Störung (insgesamt 352 Fälle) mittels Lochkarten untersucht. Während Minimum und Anstieg des Sonnenfleckenzyklus ergab sich ein Drucksteiggebiet, das, jeweils zwei bis drei Tage vor der magnetischen Störung einsetzend, von Nordeuropa aus nach SE zog, während ein Druckfallgebiet von den Britischen Inseln nach E nachfolgte. Eine Aufgliederung nach Jahreszeiten oder nach Sonnenfleckenphasen lieferte das gleiche Resultat; sehr ähnliche Ergebnisse erbrachten an unabhängigem Material Düll (1948) und Koppe (1950). Die Beschränkung eindeutiger Zusammenhänge auf den Beginn eines Sonnenfleckenzyklus steht in Übereinstimmung mit den älteren Befunden über eine negative Korrelation zwischen der heliographischen Breite der solaren Herde und den atmosphärischen Vorgängen.

Summary. After a comprehensive report on the dependance of weather elements (temperature, pressure, precipitation, thunderstorms) from the 11,2- respectively the 89-year-cycle of sun-spots, from the 5,6-year partial period and from the solar rotation period of 27 days, statistical connexions between thunderstorms, central meridian passages of sun-spots and isolated magnetic disturbances in Central Europe are examined for periods of little solar activity. The discussion leads to an effect of invasions of the undulatory radiation of the sun wich is indicated only imperfectly and with a delay of 2 to 3 days by magnetic character figures depending on corpuscular emissions. Then the

pressure distribution in the environs of an isolated magnetic disturbance (352 cases) is investigated by means of punched cards. In the minimum and rise of sun-spot-cycle exists, 2 to 3 days before the magnetic disturbance, an area of rising pressure moving from northern Europe to SE and an area of falling pressure following from the British Isles to E. An assignment to seasons or to phases of the sun-spot-cycle leads to the same result, according to the quite similar results of Duell (1948) and Koppe (1950). The limitation of precise correlations to the beginning of sun-spot-cycles is in accordance with former results of negative correlations between heliographic latitudes of active solar centres and atmospheric events.

Résumé. On résume tout d'abord les faits connus concernant la relation entre les éléments météorologiques (température, pression, précipitations, orages) et les cycles de taches solaires de 11,2 respectivement de 89 ans, la période partielle de 5,6 ans ainsi que la période de rotation du soleil de 27 jours. On étudie ensuite par voie statistique les corrélations entre les orages, les passages des taches solaires au méridien central et les perturbations magnétiques isolées observées en Europe centrale aux époques de faible activité solaire. On conclut à un effet déclancheur des variations du rayonnement ondulatoire du soleil, lesquelles ne sont révélées qu'imparfaitement par les caractères magnétiques liés au rayonnement corpusculaire et n'apparaissant qu'avec un retard de deux à trois jours. On a en outre étudié la répartition de la pression au voisinage d'une perturbation magnétique isolée (352 cas au total) au moyen de cartes perforées. Lors d'un minimum de taches et à la montée du cycle des taches solaires il y a un noyau de hausse de pression naissant deux à trois jours avant la perturbation magnétique et qui se déplace du Nord de l'Europe vers le SE, tandis qu'un noyau de baisse le suit des Iles britanniques vers l'Est. Une analyse procédant par saisons ou par phases de taches solaires conduit au même résultat; le matériel de Düll (1948) et de Koppe (1950) fournit des résultats analogues. Le fait que des corrélations nettes ne s'observent qu'au début d'un cycle de taches solaires est en accord avec des études antérieures qui montraient une corrélation négative entre la latitude héliaque des foyers solaires et les phénomènes atmosphériques.

Einleitung.

Seit undenklichen Zeiten herrscht in weiten Volkskreisen ein Glaube an die kosmische Beeinflussung des Wetters, wie er uns schon aus der Spätantike (Aratos, zirka 270 n. Chr.) übermittelt ist. Hauptsächlich sind es Mond und Planeten, und wenn auch immer wieder — heute mit allen Mitteln der modernen Statistik (F. Baur 1948, Brandtner 1949) — dies als unhaltbarer Aberglaube nachgewiesen wird, so scheint er doch unausrottbar. Die psychologischen Gründe des Mondaberglaubens hat Schmauss zusammengestellt; hinzu tritt die neuerdings (Essenwanger 1950) nachgewiesene 28- bis 32tägige, zweifelsfrei nicht lunare Quasiperiodizität im Luftdruck während des Winters, die diesem Aberglauben stets wieder neue Nahrung liefert. Seltsamerweise macht man immer wieder dem Meteorologen Vorhaltungen wegen der Vernachlässigung solcher Beziehungen: niemand würde das Bestehen eines solchen einfachen Zusammenhanges freudiger begrüßen als gerade der Meteorologe, wenn er in seiner noch immer nur empirisch lösbaren Aufgabe der Prognose

sich auf eine solche Unterstützung verlassen könnte. Daß eine sehr kleine lunare Gezeitenschwingung des Luftdruckes (Größenordnung 0,01 mm) existiert (Bartels, Chapman), daß eine ebensolche an der Obergrenze der Atmosphäre (F_2-Schicht in rund 300 km) mit auffallender Deutlichkeit nachweisbar ist (Bartels 1950), gehört zu den schönsten statistischen Ergebnissen der Geophysik, ist aber für die Wettervorhersage naturgemäß belanglos.

Eine lunare Gezeitenschwingung der Atmosphäre ist physikalisch gesichert; eine physikalisch greifbare Vorstellung über einen etwaigen Einfluß der Planeten existiert nicht, und alle dahingehenden Versuche bleiben im Grenzbereich des Unwissenschaftlichen stecken.

Aber die Fortschritte der Sonnenphysik in den letzten 15 bis 20 Jahren haben im Verein mit unseren fortschreitenden Kenntnissen der Hochatmosphäre (durch Hochfrequenzforschung und Geophysik) die Grundlage geschaffen, die Beziehungen zwischen *Sonnenaktivität* und den troposphärischen *Wettervorgängen* allmählich aus dem Nebel unklarer und vager Vorstellungen herauszuholen in das helle Licht *physikalisch greifbarer Zusammenhänge*. Um diese scharf erfassen zu können, müssen wir durch sorgfältige statistische Untersuchungen die Experimente, die die Sonne — abgesehen von der sehr gleichmäßigen Photosphärenstrahlung im sichtbaren und ultraroten Spektralbereich — in der Atmosphäre anstellt, aus den sehr komplexen wettermäßigen Änderungen rein troposphärischen Ursprungs herauslösen. Dieses Stadium beginnt gerade erst in den letzten Jahren und kann infolgedessen auch zunächst nur erste Ergebnisse liefern. Diese *individuelle Statistik* des *Verhaltens* der *Atmosphäre* während *einzelner Sonnenvorgänge* tritt heute mehr und mehr an Stelle der älteren Untersuchungen, die den Sonneneinfluß stets nur mit Hilfe von Periodizitäten (Fleckenperioden von 11, 22 und 89 Jahren) oder einer Quasiperiodizität (26- bis 27tägige Sonnenrotation) zu erfassen versuchten. Ein einigermaßen vollständiges Sammelreferat über diese Arbeiten haben 1939 B. und T. Düll gegeben, allerdings ohne Literaturverzeichnis; ebenso brachte A. Wagner (1940) eine zusammenfassende Darstellung der elfjährigen Sonnenfleckenperiode. In diesem Zusammenhang beschränkt sich unser Referat auf die Hauptergebnisse, unter besonderer Berücksichtigung der neueren Literatur.

A. Die elfjährige Sonnenfleckenperiode.

Seit langem die bekannteste solare Witterungsperiode ist die im Mittel 11,24jährige Sonnenfleckenperiode; berücksichtigt man die verschiedene Magnetisierung der Flecken (Hale), so müßte von einer 22,5-jährigen Periode gesprochen werden, die jedoch anscheinend im Wettergeschehen weniger deutlich auftritt. Nachdem Aldrich (1945) zeigen konnte, daß kein einfacher Zusammenhang zwischen der (revidierten) Solarkonstante und der Sonnenfleckenrelativzahl R besteht und dieser in zwei aneinanderschließenden Zyklen noch in entgegengesetzter Richtung weist, nimmt die physikalische Bedeutung der 22,5jährigen Grundperiode noch zu.

Seit den ersten einschlägigen Untersuchungen von Gautier (1844) und vor allem Köppen (1873) hat sich der Einfluß des elfjährigen Sonnenfleckenzyklus auf die *Temperatur* als eine regelmäßig erdweite Erscheinung erwiesen, deren Amplitude in den Tropen etwa 0,5 bis 0,7°, im Mittel über die ganze Erde (Köppen 1914) 0,36° beträgt; hierbei fällt das *Maximum* der Temperatur nahe oder sehr nahe dem *Sonnenfleckenminimum*. Regionale Untersuchungen (Droste u. a.) zeigten verschiedene lokale bzw. regionale Störungen auf, was bei der kleinen Amplitude nicht weiter verwunderlich ist. Eine statistische Sicherung dieser allzu kleinen Amplitude war — jedenfalls in Europa (Köppen 1937) — nicht möglich.

Am stärksten werden die Wintertemperaturen beeinflußt; hieraus ergibt sich der immer wieder gemachte Versuch, die in den letzten Jahrzehnten gehäuft in Nähe des Sonnenfleckenmaximums auftretenden strengen Winter Europas (vgl. 1917, 1929, 1940, 1947) mit Hilfe dieser Beziehung prognostisch zu erfassen. Baur (1949) zeigte, daß in einer 180jährigen Reihe für Mitteleuropa — es handelt sich um eine räumlich nicht besonders glückliche Zusammenfassung Zwanenburg (Holland) + Berlin + Wien — eine überzufällige Verteilung auf gewisse Abschnitte in der Nähe des Maximums, des Minimums und etwa drei Jahre vor dem Minimum stattfindet; ähnliche Ergebnisse erzielte er für Boston und Newhaven (USA.). Dieser Schluß wurde von S. W. Visser (1950) in Zweifel gezogen, da eine zeitliche Fixierung der Sonnenfleckenextreme auf 0,1 Jahr genau nur äußerst unsicher ist; in der Tat hängt eine derartige Statistik allzu stark von der Wahl der Klassenintervalle ab, als daß ihr unbedingte Beweiskraft zugesprochen werden müßte. Inzwischen hat Scherhag (1948, 1949) an der sehr langen (jedoch besonders vor 1768 inhomogenen) Reihe von Berlin nachgewiesen, daß diese Sonnenfleckenabhängigkeit der Wintertemperaturen ihre Phase mit dem 89jährigen Großzyklus der Sonnenflecken ändert (Maxima etwa um 1690, 1780, 1850 und 1940); die Amplitude (übergreifend gemittelt) beträgt dann in Nähe der 89jährigen Maxima fast 2°, in Nähe der Minima etwa 1° bei entgegengesetzter Phase. Dieses Ergebnis steht im Zusammenhang mit dem erwähnten Befund von Baur über die Häufung strenger Winter um beide Extreme; auf die hiermit zusammenhängende 5,6jährige Periodizität wird noch einzugehen sein.

M. Schneider fand (1949) in einer sehr sorgfältigen Untersuchung einen reellen elfjährigen Rhythmus in der Vegetationszeit der Roßkastanie auf Grund einer 100jährigen phänologischen Beobachtungsreihe (F. Schnelle), der sich vor allem im Vegetationsbeginn äußerte. Die Frage, ob es sich hier um einen biologisch oder einen meteorologisch bedingten Rhythmus handelt, ließ sich an Hand der Temperaturen des März eindeutig zugunsten des letzteren entscheiden (1950). Auch hier zeigte sich ein Wechsel zwischen Zeiten mit deutlicher oder fehlender Abhängigkeit als Folge der 89jährigen Großperiode.

Für den *Niederschlag* waren die älteren Ergebnisse sehr widerspruchsvoll. Hellmann (1909) erhielt z. B. für Europa zwei Maxima des Niederschlags in Nähe der beiden Extreme, und damit wiederum eine $5^1/_2$jährige

Welle. Thraen hat 1942 in mehreren, leider nicht immer genügend kritischen Arbeiten das Problem erneut aufgegriffen und findet eine regionale Unterscheidung zwischen einem Land- und einem Seetyp in Europa. Wenn aber z. B. die harmonische Analyse — die bei der Asymmetrie der elfjährigen Sonnenfleckenperiode nicht besonders geeignet erscheint — der benachbarten Niederschlagsreihen von Padua, Mantua und Florenz Phasenunterschiede von — 3 bis + 4 Jahren ergibt (Bramanti 1946), dann darf man wohl begründete Zweifel an der Realität dieser Periode hegen. Baur fand für ganz Mitteleuropa eine überzufällige Verteilung der Niederschlagsabweichungen im Hochsommer (VII/VIII) in der Periode 1803 bis 1943; sehr trockene Hochsommer häufen sich kurz vor dem Maximum, nasse dagegen in der Zeit kurz vor dem Minimum und in der Umgebung des Maximums.

Mit dem Niederschlag in engstem Zusammenhang stehen die Untersuchungen über die Abhängigkeit der *Wassermenge* einzelner Seen — als Indikator für die Relation Niederschlag—Verdunstung für das ganze Einzugsgebiet — von den Sonnenflecken. Das frühere Paradebeispiel des Viktoriasees (Ostafrika) wies in den letzten Jahrzehnten (nach Steinhauser) nur noch einen lockeren Zusammenhang auf; ein ähnlicher Gang findet sich in dem benachbarten Lake Naivashi (Kenya) nach Nilsson (1947). Der ebenfalls in der Tropenzone gelegene Titicaca-See läßt keinerlei Zusammenhang mit den Sonnenflecken erkennen (Daten vgl. World Weather Records III). Für zwei außertropische Seen liegen gleichfalls langjährige Reihen von Wasserstandsbeobachtungen bearbeitet vor: während beim Kaspischen Meer (nach L. S. Berg, vgl. Düll 1939) wenigstens zeitweise ein positiver Zusammenhang beobachtet wird, fehlt er bei der mit 1837 beginnenden Reihe vom Huronensee (zentrales Nordamerika; vgl. World Weather Records III, Abbot 1945) durchaus. Ein eindeutiger gemeinsamer Zyklus ist also offenbar nicht vorhanden.

Die Zusammenhänge zwischen der *Gewittertätigkeit* und der elfjährigen Sonnenfleckenperiode ist gleichfalls öfters untersucht worden. Nach dem eindeutig positiven Ergebnis von Septer (1927) hat C. E. P. Brooks (1934) eine umfassende vergleichende Studie geliefert, die für den größten Teil der Kontinente eine positive Korrelation zwischen Gewittern und Sonnenflecken ergab. Eine Bestätigung für Nordeuropa erzielte neuerdings Lindholm (1945).

Umfangreiche Arbeiten wurden — nach den älteren Arbeiten von Hanzlik (1930 bis 1931) — dem Zusammenhang zwischen Sonnenfleckenperiode und *Luftdruck* gewidmet. Diese Untersuchungen hatten zum eigentlichen Ziel die Erforschung des Wirkungsmechanismus der solaren Aktivität im weltweiten Rahmen der *allgemeinen Zirkulation*. So zeichnete Scherhag (1948) Karten der Abweichung des Wintermittels des Luftdruckes vom Normalwert in den einzelnen Phasen der elfjährigen Periode und fand während der Maximalphase eine positive Druckanomalie, die sich von Grönland her nach Finnland verschob, während zur Minimalphase in ähnlicher Weise eine negative Anomalie von Großbritannien her nach Finnland zog. In einer weiteren Arbeit verfolgte Scherhag

(1950) diese Anomalien für den Zeitraum 1897 bis 1940 über die ganze Erde; es ergab sich eindeutig eine Verstärkung der Zonalzirkulation in der Westdrift der Nordhalbkugel in Nähe des Sonnenfleckenminimums, eine Abschwächung in Nähe des Maximums. Der Zusammenhang mit dem Luftdruck im Bereich des Islandtiefs ändert jedoch — ebenso wie die Wintertemperatur — seine Phase mit der 89jährigen Großperiode, wie aus dem Vergleich des gewählten Zeitabschnittes mit zwei vorhergegangenen (1821 bis 1853 und 1854 bis 1897) resultiert. Die gleiche Folgerung: positive Druckabweichungen im Norden während des Maximums mit Tendenz zur Meridionalzirkulation, verstärkte Zonalzirkulation während des Minimums zog auch Willett (1949) aus den Untersuchungen von Hanzlik. Während Scherhag nur eine Amplitude von maximal 0,6 mb beobachtete, fand Schneider (1950) bei seiner Untersuchung der Luftdruckabweichung im März in Island Abweichungen von — 2,2 mb während des Maximums, + 4,7 mb während des Minimums, also eine überraschend starke Abhängigkeit des für Spätwinter und Frühjahr typischen Polarhochs von der Sonnenfleckenperiode. Die weitere Untersuchung dieses Zusammenhanges verspricht wesentliche Aufschlüsse.

Die umfangreichen Untersuchungen von de Boer (1941, 1947) ergaben mittels harmonischer Analyse von 125 Stationen eine elfjährige Periode des Luftdruckjahresmittels mit Amplitudenmaxima über Kanada bis Grönland (0,8 bis 0,9 mb), Nordrußland (0,6 mb), ferner über Zentralbrasilien (0,5 mb), Westafrika und den Philippinen. In den gleichen Räumen erreichte auch der als Maß für die Realität dienende „Entwicklungskoeffizient" (= Amplitude/mittlere Abweichung) ein Maximum, ebenso herrscht in diesen Gebieten annähernd gleiche Phase. De Boer suchte den Sitz dieser Schwingung in der Äquatorialregion, was mit den Feststellungen über die Temperatur gut übereinstimmt. Die Maxima in den Polargebieten (wahrscheinlich auch Antarktis) werden sekundär durch konvergierende Wellenzüge erzeugt.

Ähnlich wie Scherhag hat bereits H. H. Clayton (1939, 1940) gezeigt, daß z. B. in Island der Druck in der Periode 1875 bis 1910 entgegengesetzt zur elfjährigen Sonnenfleckenperiode verlief, um 1870 und ab 1910 jedoch parallel. Die Druckanomalien während des Sonnenfleckenmaximums 1917 zeigen eine Tendenz zur Abschwächung der Zonalzirkulation (positive Anomalien im Polar- und Subpolargebiet, negative in den Subtropen); umgekehrt finden wir 1906 eine Nordwärtsverlagerung des Subtropenhochs und tiefen Druck im Raume Grönland—Norwegen, 1893 dagegen eine Aufspaltung der Druckanomalien in meridionale Zellen.

Bereits 1923 faßte Clayton die zonale Verteilung der solar bedingten *Luftdruckanomalien* zusammen: in der Breitenzone 25° N bis 35° S liegen die Drucke zur Zeit des Sonnenfleckenmaximums niedriger als zur Zeit des Minimums, dagegen in höheren Breiten auf beiden Halbkugeln höher, besonders in der Zone 40° bis 60°. Die neueren Untersuchungen von J. J. Schell (1943) bestätigen dieses Resultat mittels eines Ver-

gleiches zwischen Äquatorialzone und Subpolarzone.* In den inneren Tropen verläuft also offenbar der Luftdruck invers zu der Sonnenfleckenperiode, wie CLAYTON neuerdings (1946) für das Mittel dreier Tropenstationen (Brasilien, Sansibar und Ceylon) in der Periode 1867 bis 1940 zeigte. Dies steht in guter Übereinstimmung mit dem positiven Zusammenhang zwischen Sonnenflecken und Niederschlag (Ostafrika), dem negativen zwischen Sonnenflecken und Temperatur in tropischen Gebieten andererseits. Eine Aufgliederung nach Jahreszeiten ergab, daß dieser Zusammenhang in allen Monaten existiert, aber zu den Äquinoktien (März und September) mit größter Amplitude auftritt. Bei den überaus geringen Druckdifferenzen in der Tropenzone liefert die von CLAYTON festgestellte Schwankungsweite von 0,8 mb eine immerhin merkliche *Verstärkung des tropischen oder Passatkreislaufs zuzeiten der Sonnenfleckenmaxima.* In voller Übereinstimmung hiermit steht die seit MELDRUM (1872) öfters untersuchte starke Abhängigkeit der Zahl der tropischen Orkane von der Sonnenfleckenrelativzahl; während bei Relativzahlen unter 30 im Mittel ein bis zwei tropische Orkane pro Jahr auftreten, wächst diese Zahl bei Relativzahlen von 90 und mehr auf sieben bis acht (WOLF). Auf die weiteren Untersuchungen von CLAYTON über die Abhängigkeit der jährlichen Amplitude des Luftdruckes von der Sonnenfleckenperiode kann hier nicht weiter eingegangen werden, ebenso auch nicht auf die Untersuchungen von HUNTINGTON (1923) über die Sturmhäufigkeit in Nordamerika.

Fassen wir zusammen, so scheint — trotz aller gebotenen Reserve — in *höheren Breiten* bei *hoher Sonnenaktivität* eine *Abschwächung der zonalen Zirkulation* einzutreten; es besteht also eine erhöhte Frequenz von *Wetterlagen* mit *gesteigerter Meridionalzirkulation* (EXNER 1910, BAUR 1932), bzw. mit „low zonal index" (ROSSBY 1941). Zuzeiten des *Sonnenflecken-minimums* ergibt sich dagegen eine Häufung von Perioden vorwiegend *zonaler* Zirkulation (high index). Jedoch finden wir nach den Untersuchungen von CLAYTON und SCHERHAG nicht in allen Sonnenfleckenzyklen die gleichen Resultate. Eine eingehendere Untersuchung muß daher von der mit Recht etwas in Mißkredit geratenen Periodenforschung abgehen und sich mehr auf die oben erwähnten statistischen Methoden stützen, der wir so große Erfolge auf dem Gebiet der Geophysik verdanken.

---

* In einer soeben erst erschienenen Arbeit [*70a*] prüft H. WEXLER an Hand des amerikanischen Lochkartenmaterials die Resultate CLAYTONS nach; es ergibt sich eine Verschiebung der positiven Druckanomalie während des Fleckenmaximums nach 70° Breite, der negativen vom Äquator nach den Subtropen (35°), sowie Anzeichen einer positiven Anomalie in den inneren Tropen. Dieses Resultat stützt zwar unsere Schlußfolgerungen einer gesteigerten Meridionalzirkulation zur Zeit der Sonnenfleckenmaxima (Sommer und Winter); doch können die Unterschiede in den einzelnen Sonnenfleckenzyklen [*70a*, Fig. 8] nicht alle Zweifel an der Realität des Zusammenhangs völlig beseitigen. Auf die kritische Diskussion der von HAURWITZ vermuteten thermischen Effekte in der „warmen Schicht" sei hier nur kurz hingewiesen.

Über die verschiedentlich gemachten Versuche, den elfjährigen Zyklus in geologischen Schichten früherer Epochen wiederzufinden (z. B. Korn 1938 im Oberkarbon Thüringens, G. Richter 1950 im Zechstein) ver gleiche man die zusammenfassende kritische Darstellung von Schwarzbach (1950).

B. Die 5,6jährige Unterperiode.

Während in den Tropen die Zusammenhänge zwischen Witterung und Sonnentätigkeit überwiegend als einfache 11,2jährige Periode ablaufen gilt das in der gemäßigten Zone *scheinbar* nicht immer. S. Polli hat (1946) gezeigt, daß in vielen langjährigen Reihen der meteorologischen Elemente eine rund 5,6jährige Schwankung mittels harmonischer Analyse herausgeschält werden kann, deren Amplitude teilweise höher ist als die der elfjährigen Schwankung. Hierzu zählen Reihen von Temperatur (Prag Triest, Turin, Buenos-Aires), Luftdruck (Venedig, Rom), Niederschlag (Padua, Triest, Genua, Mantua, Florenz, Bogota, Rio de Janeiro, Buenos Aires) und zahlreiche Reihen von Meeresspiegelbeobachtungen. Die mittlere Länge der ersten Oberschwingung der Sonnenfleckenperiode beträgt 5,62 Jahre. Betrachtet man jedoch die Asymmetrie des normalen Sonnenfleckenzyklus (steiler Anstieg, langer Abfall), dann erscheint das Auftreten einer solchen ersten Oberschwingung bei harmonischer Analyse als selbstverständlich. Sie liefert noch keinen Beweis für eine physikalisch reelle Welle, da die harmonische Analyse für asymmetrische Periodizitäten vom Typ des Sonnenfleckenzyklus wenig geeignet ist.

Die Existenz einer solchen wies unabhängig hiervon F. Baur (1948 mit der wesentlich geeigneteren Synchronisierungsmethode nach. Sie treten u. a. in dem subtropischen Hochdruckgürtel der Südhalbkugel die Tiefstwerte des Luftdruckes zu beiden Sonnenfleckenextremen auf die Höchstwerte dagegen zwischen ihnen. Die Zahl der strengen bzw. sehr kalten Wintermonate ist sowohl in Mitteleuropa wie in Nordamerika an und nach den Sonnenfleckenextremen höher, vor ihnen niedriger als bei gleichmäßiger Verteilung. Hieraus schließt Baur, daß das Großwetter in der gemäßigten Zone nicht einfach von der Zahl der Sonnenflecken abhängt, sondern von der Stellung der betreffenden Jahreszeit bzw. des Monats im Sonnenfleckenzyklus. Baur versucht auch, eine Doppelschwankung der Wärmestrahlung innerhalb des Sonnenfleckenzyklus physikalisch plausibel zu machen. Jedoch zeigte Scherhag (1950), daß eine Phasenumkehr des Effekts der elfjährigen Periode mit der 89jährigen Großperiode in längeren Reihen eine rund 5,5jährige Periode vortäuscht die Frage ihrer Realität bleibt also offen.

C. Die 27tägige Sonnenrotationsperiode.

Nachdem v. Bezold (1888) bereits vor mehr als 60 Jahren versucht hatte, eine etwa der — bekanntlich breitenabhängigen und im Mittel rund 27tägigen — Sonnenrotation entsprechende Periodizität in der Gewitterhäufigkeit nachzuweisen, gibt es eine Fülle von Untersuchungen

eines solchen Zusammenhanges. Hierzu zählen zunächst die Arbeiten der Norweger O. Krogness, K. F. Wasserfall (1929) und S. Evjen (1935), die rund 27tägige (und ebenso rund 14^d betragende) Rhythmen im Luftdruck von Nordnorwegen feststellten; sie treten am stärksten in Jahren geringer Sonnenfleckentätigkeit in Erscheinung. Konzentrieren sich die Sonnenflecken vornehmlich um einen Sonnenmeridian, dann kann eine solche Quasiperiodizität sich lange durchsetzen; im Jahre 1916 wurde in Oslo eine durchlaufende 27tägige Periode mit einer Amplitude der Temperatur von 3,9° C beobachtet. Die Schwankungen in der Periodenlänge erschweren — hier wie überall in der Langfristvorhersage — die prognostische Benützung. G. Braun hat mit Hilfe der von Bartels ausgearbeiteten statistischen Methode eine 27tägige Quasiperiodizität des Luftdruckes für Oslo und Spitzbergen (1929 bis 1933) nachweisen können.

In neuerer Zeit hat C. G. Abbot (1944) eine zu $27{,}0074^d$ (auf 10 sec genau ?) berechnete Periode im Niederschlag von Washington angenommen und zu prognostischen Zwecken verfolgt. Die aus 243 Zyklen (1924 bis 1941) berechneten und für feuchte bzw. trockene Jahre aufgegliederten Mittelwerte lassen jedoch keine echte Periode, sondern höchstens unregelmäßige Wiederkehrneigungen erkennen (Minima um den 7. und 21. Tag, Maxima am 12. Tag). In ähnlicher Weise glaubte Abbot (1947) auch eine $6{,}6456^d$ Periode in der Temperatur in Washington zu finden, die er auf eine gleiche der Solarkonstante (wenn auch mit variabler Amplitude) zurückführte. Da hierbei auch mit schwer erklärlichen Phasensprüngen gerechnet wird, ist die Zurückhaltung vieler, auch amerikanischer Meteorologen gegenüber solchen Resultaten verständlich. Schon früher hatten Kunitomi und Tako (1921) eine 7^d-Periodizität in den Fackelareralen der Sonne und den Niederschlägen in Japan aufgezeigt und letztere zu den Meridianpassagen der Fackeln in Beziehung gebracht. Man darf wohl die Frage aufwerfen, ob es sich bei diesen Wellen nicht um die der Meteorologie seit langem bekannte 5 bis 7^d-Welle (Clayton, Defant u. a.) handelt, für die meist eine rein terrestrische Entstehungsursache als wahrscheinlich angenommen wird.

Ein näheres Eingehen auf unsere neueren Untersuchungen zur Wellenstatistik (E. Brandtner, O. Essenwanger, H. Flohn) in Erweiterung der Arbeiten von Stumpff und Wahl ist hier nicht möglich. Immerhin muß erwähnt werden, daß es auch reelle Luftdruckwellen offenbar terrestrischer Entstehung mit Periodenlängen in Nähe der solaren Rotationsdauer gibt, die in gewissen Zeitabschnitten eine solare Abhängigkeit vortäuschen können.

Für einen exakten Nachweis von Beziehungen zwischen Sonnentätigkeit und Atmosphäre ist die Periodenforschung wenig geeignet; hierfür stehen uns wesentlich schärfere Methoden (vgl. etwa die Arbeiten von Bartels) zur Verfügung.

D. Solare Vorgänge und Gewitterfrequenz.

Ausgehend von den oben erwähnten Arbeiten über die Gewitterhäufigkeit im Zusammenhang mit solaren Perioden konnte Verfasser

in einer 1946 durchgeführten Arbeit für zwölf europäische Stationen zwischen 68° und 45° Breite eine überraschend hohe Abhängigkeit der Gewitterhäufigkeit von solaren Eruptionen nachweisen; als Stichtage dienten die Meridianpassagen ausgedehnter Flecken oder Fleckengruppen. Dieser Nachweis gelang nur in den Jahren geringer bzw. mäßiger Aktivität (1923 bis 1925, 1930 bis 1935; vgl. Abb. 1A), aber mit gut übereinstimmenden Ergebnissen für die einzelnen Stationen, sowie für die Mittel der Gebiete Alpen, Mitteleuropa und Nordeuropa.

Abb. 1. Oben: Gewitterhäufigkeit in der Umgebung von Meridianpassagen von Sonnenflecken ($n = 0$), A = Europa, 12 Stationen 1923 bis 1925, 1930 bis 1935; B = Deutschland, 38 Stationen 1934 bis 1935; C = Preußen, zirka 600 Stationen 1923 bis 1925. — Unten: Gewitterhäufigkeit in der Umgebung der fünf magnetisch meist gestörten Tage, D = Deutschland wie B, E do., 1934 bis 1938. Sämtliche Darstellungen Abweichungen vom Mittel in Prozent, Sommermonate Mai bis September.

Die statistische Sicherung mittels der Pearsonschen χ^2-Methode ergab ein $\frac{\chi^2}{m}$ von 2,55, das recht nahe bei dem Zufallsgrenzwert von 2,80 liegt; eine Berechnung des Wahrscheinlichkeitsintegrals für die maximale Häufung der Gewitterfrequenz am Stichtag selbst lieferte einen eindeutig über der Zufallsgrenze liegenden Wert. Der negative Befund in Jahren mit hoher Aktivität wurde zunächst als „Verschmierungseffekt" aufgefaßt, weil die solaren Eruptionen sich in diesen Jahren derart häufen, daß eine Trennung der Effekte der individuellen Eruptionen nicht mehr möglich ist.

Es fiel auf — ohne zunächst weiter verfolgt zu werden —, daß die Wirkung der Sonnenfleckenpassagen sofort am Stichtag eintrat, während selbst die schnellsten Korpuskeln doch knapp einen Tag für den Weg Sonne—Erde benötigten. Eine genauere Nachuntersuchung mit Hilfe der magnetischen Charakterzahlen, die unmittelbar solare Korpuskeleinbrüche in die Ionosphäre markieren, war daher notwendig, mußte aber zunächst zurückgestellt werden.

Ordnet man die Gewitterhäufigkeit in Deutschland (Deutsches Meteorologisches Jahrbuch, Teil I, rund 40 Stationen, Monate Mai bis September) für die Jahre 1934/1935 nach den fünf magnetisch meist gestörten Tagen jeden Monats (Abb. 1D) und vergleicht sie mit der (Abb. 1A entsprechenden) Anordnung nach Meridianpassagen der Sonnenflecken (Abb. 1B), dann ergibt sich keine erkennbare Verwandschaft. Eine weitere Vervollständigung dieser Statistik für die Jahre 1934 bis 1938 (zusammen 125 Stichtage, Abb. 1E) erweckt den Eindruck, als ob eine Gewitterhäufung bereits vor dem Stichtage einsetz

Die Nachprüfung dieses unerwarteten Ergebnisses erforderte eine sorgsamere Auswahl der Fälle und eine breitere Anlage der Statistik. Sie erfolgte auf der Grundlage der von J. Bartels (vgl. 1948) zurück bis 1884 berechneten täglichen erdmagnetischen Charakterzahlen in der bequemen zehnstufigen Skala C_9, für deren Übermittlung Verfasser Herrn Prof. Dr. Bartels zu größtem Dank verpflichtet ist. Dieses Material gestattet eine einwandfreie statistische Untersuchung umfangreicher meteorologischer Beobachtungsreihen, die jedoch leider nur in geringem Umfang in extenso (mindestens mit täglichen Werten) zugänglich sind. Zwei schöne langjährige Veröffentlichungsreihen geben tägliche Summen der Gewittermeldungen: Preußen für das norddeutsche, im Durchschnitt etwa 1300 Stationen umfassende Netz (1886 bis 1925), und Holland für seine immerhin 100 bis 150 Stationen.

Eine flüchtige Überprüfung der in Abb. 1A bzw. 1B enthaltenen Ergebnisse an Hand der Gewitterstatistik Norddeutschlands lieferte für die Jahre 1923 bis 1925 (39 Stichtage, Mai bis September) das in Abb. 1C wiedergegebene Resultat. Wenn auch hier am Stichtag selbst die Zahl der Gewittermeldungen noch unternormal ist, so bestätigen doch die hohen positiven Abweichungen der nächsten drei Tage nochmals einen positiven Zusammenhang zwischen Sonnenfleckenpassagen und Gewitterfrequenz.

Um unseren Statistiken möglichst einwandfreie Versuchsbedingungen zugrunde legen zu können, wurden entsprechend dem Vorbild von Bartels (1948, Tabelle 35) *isolierte magnetische Störungen* (mit $C_9 \geqq 5$) ausgewählt, in deren Umgebung ($\pm$ 4 Tage) kein Wert $C_9 \geqq 4$, meist nur solche $\leqq 3$ auftraten. Hiermit wird weitgehend der oben erwähnte „Verschmierungseffekt" ausgeschaltet, der z. B. bei den international ausgewählten fünf meist gestörten Tagen — die gerne gruppenweise auftreten — sich ausgleichend bemerkbar macht. Da die Sonnenflecken sich zu Beginn einer Periode in höheren heliographischen Breiten (30 bis 35°) gruppieren und im Laufe des Zyklus äquatorwärts wandern, wurde dessen Einteilung nicht nach der Relativzahl R vorgenommen; vielmehr wurden unterschieden:

Jahre nahe *Minimum*:	1887 bis 1890, 1899 bis 1902, 1911 bis 1914, 1922 bis 1924, 1932 bis 1934.
Jahre in der *Anstiegs*phase:	1891 bis 1893, 1903 bis 1905, 1915 bis 1917, 1925 bis 1928, 1935 bis 1937.
Jahre in der *Abstiegs*phase:	1884 bis 1886, 1894 bis 1898, 1906 bis 1910, 1918 bis 1921, 1929 bis 1931, 1938/1939.

Insgesamt handelt es sich dabei in der Periode 1884 bis 1939 (bzw. 1886 bis 1925) um 18 (15) Jahre nahe Minimum, 16 (10) Jahre Anstieg, 12 (15) Jahre Abstieg.

Zunächst wurde eine Synchronisierung der norddeutschen Gewittermeldungen nach den isolierten magnetischen Störungen während der

Sommermonate (Mai bis September) in den Jahren nahe dem Minimum vorgenommen. Die Ergebnisse (nur 40 Stichtage) zeigt Abb. 2A. Dabei mußten in den Jahren 1886 bis 1887 sowie 1923 bis 1925, wo die Stationszahl wesentlich von der mittleren (zirka 1300) abwich, eine Normierung auf mittlere Stationszahl durchgeführt werden. In Übereinstimmung mit Abb. 1E ergibt sich eine Häufung von Gewittern in den drei Tagen vor dem Stichtag. Eine Prüfung der Realität mit Hilfe des χ^2-Kriteriums von Pearson lieferte weit überzufällige Werte, die jedoch nicht stichhaltig sind. Denn bei der Dichte des norddeutschen Gewitternetzes sind — im Gegensatz zu den in Abb. 1A verwendeten zwölf europäischen Stationen mit einem Abstand von rund 500 km — die einzelnen Meldungen in hohem Maße wechselseitig gekoppelt, so daß die wahre Zahl der unabhängigen Veränderlichen — der einzelnen Gewitter — wesentlich kleiner ist als die Zahl der Meldungen. Es liegt hier wegen der (räumlichen) Ausbreitungsneigung der Gewitter dieselbe Einschränkung vor, wie sie die (zeitliche) Erhaltungsneigung bei der Benützung statistischer Kriterien bei allen meteorologischen Untersuchungen erfordert.

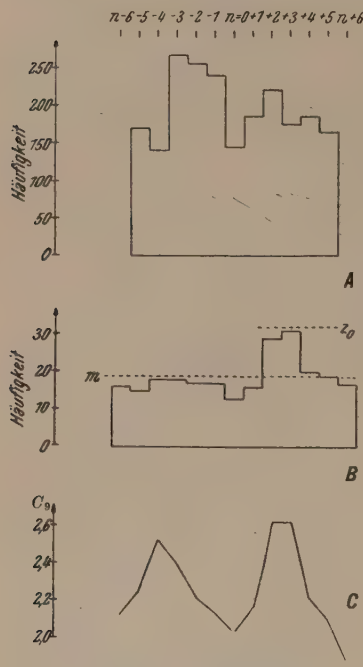

Abb. 2. Oben: Gewitterfrequenz in Norddeutschland in der Umgebung isolierter magnetischer Störungen (Sonnenfleckenminimum). — Mitte: Häufigkeit magnetischer Störungen ($C_9 \geqq 5$) in der Umgebung verbreiteter Gewitter ($> 50\%$ aller norddeutschen Stationen); m = Mittelwert, z_0 = obere Zufallsgrenze. — Unten: Mittlere magnetische Charakterzahl C_9.

Zur Sicherstellung dieses Ergebnisses wurde nun umgekehrt die Verteilung der magnetischen Charakterzahlen C_9 nach den Stichtagen mit verbreiteten Gewittererscheinungen in Norddeutschland (50% aller Stationen) synchronisiert (insgesamt 150 Fälle in den gleichen Jahren). Abb. 2C zeigt die Häufigkeit magnetisch gestörter Tage ($C_9 \geqq 5$), die zwei bis drei Tage nach dem Gewittertag besonders häufig auftreten; die obere Zufallsgrenze (nach den Tafeln von Koller 1940) wurde nicht ganz erreicht. Der arithmetische Mittelwert von C_9 — eine Berechnung mit steigendem Gewicht höherer C_9-Werte wäre sicher richtiger und lieferte wesentlich größere Schwankungen — macht (Abb. 2C) diese Bewegung vollauf mit; gerade am Stichtag selbst ist die magnetische Aktivität am geringsten. Da man nach all unseren Kenntnissen der erdmagnetischen Variationen nicht annehmen kann, daß troposphärische Gewitter zwei bis drei Tage später magnetische Störungen in der Ionosphäre auslösen, ist offensichtlich der wahre *solare Effekt*, der nach Abb. 1A bis C *sofort* Ge-

witter auslöst, *nicht identisch* mit den in Abb. 1 D bis E und Abb. 2 verwendeten Korpuskularströmen, die die magnetischen Störungen in der Ionosphäre auslösen. Der anfangs vom Verfasser als Arbeitshypothese angenommene gewitterauslösende Effekt solarer Korpuskularemission ist daher unhaltbar. Da die Partikeln (Elektronen, Protonen) ihren Weg Sonne—Erde je nach ihrer Energie in 20 Stunden bis vier Tagen zurücklegen (Kiepenheuer 1948), die solare Wellenstrahlung aber nur acht Minuten braucht, dürfte die gewitterauslösende Wirkung der Sonnenflecken auf den eruptiven Anstiegen der gleichzeitig emittierten „Wellenstrahlung" (Bartels) beruhen, deren Ultraviolettanteil (50 bis 280 mμ) zugleich auch den Ionisationszustand der Ionosphäre entscheidend beeinflußt. Damit wird aber zugleich auch die Auffassung hinfällig, die die Gewitterauslösung als rein elektrischen Effekt (Übergang von Schauer zu Gewitter) deutet, etwa in Übereinstimmung mit den Ausführungen von H. Israël (1947) über die Wirkung solarer Partikelinvasionen (Nordlichter) auf das luftelektrische Feld. Vielmehr muß die Möglichkeit geprüft werden, ob es sich bei den Gewittern nicht um eine spezielle Erscheinungsform eines sehr viel allgemeineren meteorologischen Effektes handelt; der Synoptiker wird diese am ehesten in der Luftdruckverteilung nachzuweisen suchen, wie das schon Kunitomi und Tako (1921) vorschlugen.

E. Solare Vorgänge und Luftdruckverteilung.

Die Abhängigkeit der Luftdruckverteilung von solaren Vorgängen stand schon bei der Diskussion der elfjährigen Sonnenfleckenperiode im Mittelpunkt des Interesses. Dies erklärt sich aus der zentralen Bedeutung, die die allgemeine Zirkulation der Atmosphäre in der Meteorologie gewonnen hat. Existiert eine *solare* Beeinflussung des Wetters, dann muß sie sich auf der *ganzen Erde* nachweisen lassen; alle lokalen Untersuchungen verlieren daher gegenüber den weiträumigen an Bedeutung. Kein Meteorologe wird den Luftdruck selbst an Bedeutung überschätzen; aber die Verteilung der anderen Elemente, besonders Temperatur und Niederschlag, werden durch die regionale Luftdruckverteilung in ihrem gegenseitigen Zusammenhang wiedergegeben, so daß wir in ihr einen brauchbaren Indikator des Wetters erfassen. So wird das Schwergewicht der zukünftigen Forschung der solar-atmosphärischen Beziehungen auf diesem Gebiet liegen, wenn auch unsere Kenntnis noch ziemlich in den Anfängen steckt.

In einer sehr interessanten Arbeit hat G. Leithäuser auf Grund einiger Einzelfälle die Ansicht geäußert, daß stärkere *Nordlichtbildung* mit dem Auftreten von Tiefdruckgebieten in der Nordlichtzone sowie mit einem Hochdruckgebiet über Skandinavien und Oststrómung in Mitteleuropa einhergeht. Diese Ansicht ist unschwer nachzuprüfen; allerdings können wir hiebei nicht die von Leithäuser gemachte Unterscheidung von Elektronen hoher Geschwindigkeit (Hoch über Fennoskandien) bzw. geringer Geschwindigkeit (Hoch E Island, d. h. im Nordmeer) überprüfen, da für längere Zeiträume nur die magnetischen Charakterzahlen vorliegen. Vom synoptischen Standpunkt aus bestehen

zwischen diesen beiden Großwetterlagen HF und HN (Baur 1948) nur geringe Unterschiede: beides sind Typen abnormaler, ursprünglich meridionaler Zirkulation, die aus großzügigen Umsteuerungen (blocking effect) entstehen und von großer Wetterwirksamkeit sind.

Zunächst vergleichen wir die *Abweichung* der Monatsmittel des *Luftdruckes* vom langjährigen Normalwert für *Oslo* für die drei Wintermonate 1884 bis 1948 mit der gleichzeitigen Zahl der Tage mit $C_9 \geqq 5$. Die Anordnung nach dieser Zahl liefert eine ungeordnete Punktwolke; jedoch bringt folgende Zusammenfassung brauchbare Ergebnisse:

Zahl der magnetisch gestörten Tage ($C \geqq 5$)	Mittlere Luftdruck-anomalie Oslo	Häufigkeit von Anomalien $\geqq 0$	Zahl der Monate
1 bis 4	— 1,1 mm Hg	29%	49
5 „ 11	+ 0,2 mm Hg	50%	114
12 „ 16	+ 1,6 mm Hg	61%	18

Hieraus erhellt eine nicht sehr große, aber deutliche Tendenz im Sinne der Aussage von Leithäuser; die Häufigkeitsverteilung (Spalte 3) der Monate mit positiven Anomalien ergibt ein $\frac{\chi^2}{m}$ von 5,6 gegenüber dem bei gleichmäßiger Zufallsverteilung noch zulässigen Grenzwert 5,9 und ist daher nicht ganz überzufällig. Der Zusammenhang ist sicher nicht allzu stramm: unter den drei Monaten mit den häufigsten magnetischen Störungen (14 bis 16) finden wir zwei mit starken negativen Druckanomalien, unter denen mit nur einem gestörten Tag dagegen drei (von sechs) mit starken positiven Anomalien. Die mittlere Abweichung des Luftdruckes beträgt $\pm$ 4,5 mm und ist somit weit höher als die gefundenen Gruppenwerte; der Zusammenhang liegt also noch unterhalb der meteorologisch auswertbaren Schwellengrenze. Das gleiche gilt natürlich auch für die von Clayton, Hanzlik und Scherhag gefundenen Zusammenhänge zwischen Luftdruck und Sonnenfleckenperiode (s. S. 307 f.).

Leithäuser hat einige Winter an Hand der Kältesummen von Berlin (= Summe der Tagesmittel $< 0°$ C; vgl. Knoch 1947) als Beleg für einen prognostisch bedeutungsvollen Zusammenhang ausgewählt; hiebei handelt es sich um die oben diskutierte, sehr komplexe und durchaus nicht persistente Beziehung zwischen Winterstrenge und elfjähriger Sonnenfleckenperiode. Ordnen wir die monatlichen Kältesummen ebenfalls nach der Anzahl magnetisch gestörter Tage, so erhalten wir folgende Zahlen für 1884 bis 1947:

Zahl der magnetisch gestörten Tage ($C \geqq 5$)	Mittlere Kältesumme K	Anzahl der Monate	
		mild ($K \leqq 12$)	kalt ($K \geqq 100$)
1 bis 4	43,6	16	9
5 „ 11	60,0	22	27
12 „ 16	51,8	4	2

Das erzielte Resultat — maximale Kältesummen gerade bei mittlerer Sonnenaktivität — bestätigt die Auffassung von Leithäuser nicht. In beiden Statistiken ändern sich bei geringfügigen Änderungen der Schwellengrenzen die Mittel- und Häufigkeitswerte merklich, so daß den Zahlwerten nicht allzu hohe Beweiskraft zukommt.

Beide Statistiken mahnen zur Vorsicht. Die dem Meteorologen heute vorliegenden, mehr als 200jährigen Beobachtungen (Holland 1706, Berlin 1719 bzw. 1768, Padua 1725, Stockholm 1757, Prag, Wien 1775 usw.) erlauben eine umfassende Kritik von Meinungen, die auf Grund allzu kurzer Beobachtungsreihen ohne statistische Prüfung gewonnen wurden. Doch scheint eine schwache Tendenz zum Aufbau hohen Druckes über Fennoskandien während starker solarer Tätigkeit im Winter nachweisbar zu sein, in Übereinstimmung mit den Resultaten von Clayton und Scherhag.

Einen ernsthaften Versuch zur Aufhellung der Beziehungen zwischen solaren Vorgängen und Luftdruckverteilung mittels der besonders geeigneten Synchronisierung (Methode der „überlagerten Stichtage" oder n-Methode) hat — ausgehend von jahrelangen mühevollen Untersuchungen über solarbiologische Beziehungen — das Ehepaar Düll während des Krieges unternommen; die Arbeit ist erst 1948 in den USA erschienen und hat beträchtliches Aufsehen erregt. Als Stichtage wählten sie die oben erwähnten fünf magnetisch meist gestörten Tage aus (1906 bis 1937); ebenso beschränkten sie sich auf die Jahre nahe dem Sonnenfleckenminimum ($R < 40$) sowie auf die Wintermonate November bis Februar). Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden in Form von Karten der täglichen Abweichungen des Luftdruckes vom Mittel für den Raum Europa und Nordatlantik dargestellt. Hiebei wandert eine negative Anomalie, die sich am Stichtag über Mittelskandinavien entwickelt, unter Vertiefung über das Baltikum nach SE ab; ihr folgt eine positive Anomalie nach, die von Grönland her nach Skandinavien vorstößt. Diese „kollektiven" (320 Fälle!) Luftdruckwellen haben mit maximalen Zusatzgradienten von 5 mb (!) eine beachtliche Größenordnung. Dieses Ergebnis steht übrigens nicht ganz in Übereinstimmung mit einer älteren Untersuchung von Huntington (1918 bzw. 1923), der einen maximalen Luftdruckgradienten über Nordamerika beim Auftauchen und Verschwinden der Sonnenflecken am Sonnenrande, dagegen ein Minimum während ihres Verweilens in der Zentralzone feststellt.

Unabhängig hievon hat H. Koppe die interdiurnen Luftdruckänderungen für 15 Stationen in der Umgebung von 52 magnetisch besonders stark gestörten Tagen der Jahre 1946 bis 1949 synchronisiert. Auch er fand ein markantes Fallgebiet, das kurz vor einem starken magnetischen Sturm von Westen her über Fennoskandien unter Vertiefung ostwärts abzog; die maximalen Druckänderungen in Nähe des Punktes 65° N, 30° E berechnete er als statistisch überzufällig.

Diese vielversprechenden Versuche sollten nun mit dem bereits oben erwähnten Material der „isolierten magnetischen Störungen" nachgeprüft werden. Hiezu stand im Hollerith-Archiv (Abt. III/4) des Zentralamtes für Wetterdienst ein für statistische Zwecke vorbereitetes Material von

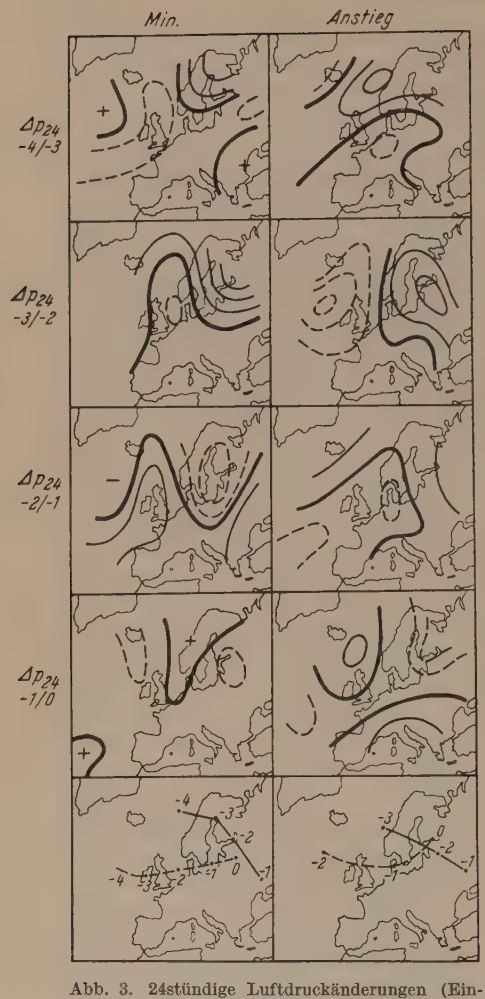

Abb. 3. 24stündige Luftdruckänderungen (Einheit = 0,5 mm Hg, Druckfall gestrichelt) vor einer isolierten magnetischen Störung ($n = 0$) und Zugbahnen der Isallobaren. Unterteilung nach Sonnenfleckenminimum und -anstiegsphase, ganzjährig.

insgesamt 25000 Lochkarten mit rund 380000 täglichen Luftdruckbeobachtungen von 17 Stationen des üblichen Wetterkartenausschnittes für die Jahre 1883 bis 1944 zur Verfügung. Benutzt wurden nur die auch für die ozeanischen Stationen (Thorshavn, Stykkisholm, Ponta Delgada und 55° N, 20° W) vorliegenden Jahre 1884 bis 1939; weitere Stationen waren Valentia, London, Oslo, Haparanda, Helsinki, Moskau, Kiew, Sofia, Budapest, Mailand, La Coruna, Frankfurt a/M. und Königsberg. Für die Ermöglichung dieser Arbeit bin ich dem Präsidenten des Zentralamtes, Prof. Dr. Weickmann, dem Leiter der Klimaabteilung, Prof. Dr. Knoch, sowie vor allem Herrn Guss mit seiner langjährigen Erfahrung in der Durchführung meteorologischer Lochkartenuntersuchungen zu besonderem Dank verpflichtet. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens erhellt daraus, daß die Tabellierung der ausgewählten rund 53800 Beobachtungen, getrennt nach Jahreszeiten und den oben erwähnten Phasen des Sonnenfleckenzyklus weniger als drei Stunden in Anspruch nahm; hinzu kam allerdings noch die zur Auswahl des Materials, Sortierung und kritischen Überprüfung — die nach allen bisherigen Erfahrungen beim Hollerithverfahren keinesfalls vernachlässigt werden darf — notwendige Zeit. Die sorgfältig unter Vermeidung jeder Überschneidung ausgewählten Stichtage wurden wie folgt gruppiert:

	Frühjahr und Sommer	Herbst und Winter	Jahr
Anstiegsphase	58	47	105
Abstiegsphase	57	55	112
Minimum	68	67	135
Summe	183	169	352

Die Untersuchung erstreckt sich — gemäß den oben erwähnten Ergebnissen — auf fünf Tage vor und drei Tage nach dem ausgewählten Stichtag, insgesamt jeweils neun Tage, während B. und T. Düll sich im wesentlichen auf die Folgetage beschränkten.

Die Ergebnisse wurden zunächst geordnet nach den *solaren Aktivitätsphasen* und in Form kollektiver 24stündiger Druckänderungen dargestellt. Hiebei zeigte es sich, daß in den ersten und letzten Tagen der Versuchsperiode sowie allgemein in der Abstiegsphase nur schlecht räumliche Übereinstimmungen gefunden wurden; auch waren die so konstruierten kollektiven Druckänderungsgebiete (Isallobaren) aufeinanderfolgender Tage kaum in eine rationale Verbindung zu bringen. Ein Vergleich der drei Kartenserien ergab, daß der Isallobarenverlauf in den Tagen $n - 4$ bis n der Minimum- und Anstiegsphase untereinander gut übereinstimmten (Abb. 3), jedoch gar nicht mit den entsprechenden Tagen der Abstiegsphase. In diesen beiden Fällen finden wir jeweils am dritten Vortag ein über Nordskandinavien (Station Haparanda) auftauchendes Steiggebiet, das über Finnland rasch südostwärts zieht. Ihm folgt ein Fallgebiet, das über den Britischen Inseln am dritten bzw. zweiten Vortag erscheint und unter Vertiefung nach W zieht. Es liegt — in recht guter Übereinstimmung mit den völlig unabhängig gewonnenen Daten von Düll und Koppe — am Stichtag selbst im Gebiet des Finnischen Meerbusens, wo es das starke vorhergegangene Steiggebiet ablöst. Die kollektiven 24stündigen Änderungen betragen größenordnungsmäßig 1 mb. Die Übereinstimmung in der Zugrichtung der Steig- und Fallgebiete ist unverkennbar, wenn auch die Zuggeschwindigkeit in der Anstiegsphase anscheinend gegenüber dem Minimum zunimmt; sie liegt in der aus der synoptischen Praxis bekannten Größenordnung von rund 1000 km/24^h.

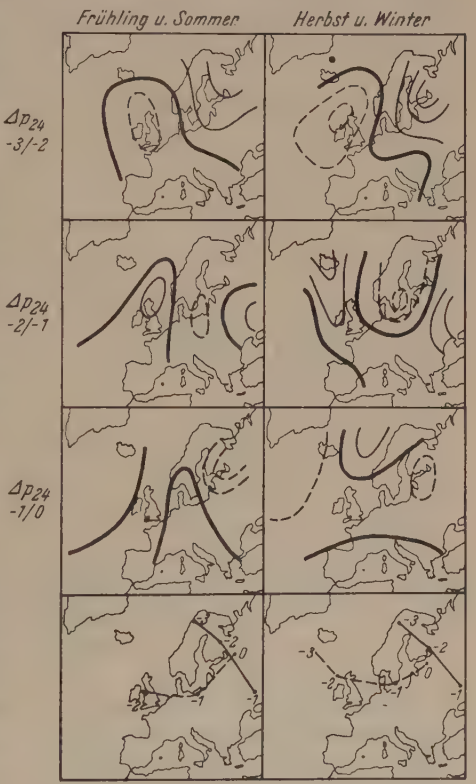

Abb. 4. 24stündige Luftdruckänderungen (Einheit = = 0,5 mm Hg, Druckfall gestrichelt) vor einer isolierten magnetischen Störung ($n = 0$) und Zugbahn der Isallobaren. Phasen des Sonnenfleckenzyklus wie Abb. 3, Unterteilung nach Jahreszeiten.

Eine zweite Aufgliederung erfolgte nach den *Jahreszeiten* Frühjahr und Sommer (März bis August) einerseits, Herbst und Winter (September bis Februar) anderseits. Nimmt man die beiden Phasen Minimum und Anstieg zusammen (Abb. 4), so ergeben sich für die gleichen Tage Bilder, die den eben besprochenen in allen wesentlichen Einzelheiten ähneln; man vergleiche besonders die zusammenfassenden Kärtchen der Isallobaren-Zugrichtung. Die Amplituden der Druckwellen sind im Herbst und Winter größer als im Frühjahr und Sommer. Nimmt man die Abstiegsphase hinzu, so werden lediglich die Amplituden der Druckänderungs-

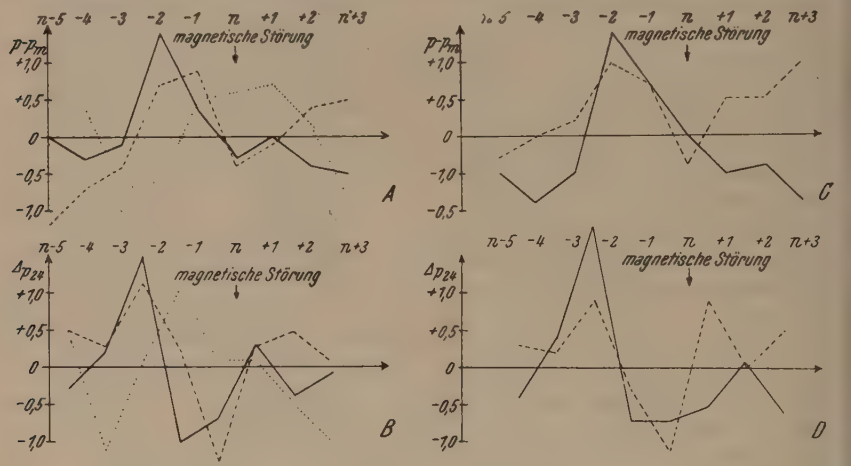

Abb. 5. Druckverlauf in Helsinki in der Nähe isolierter magnetischer Störungen ($n = 0$; Einheit mm Hg). $A + C$ = Abweichungen des Luftdruckes vom Mittel ($p - p_m$), $B + D$ = 24stündige Druckänderung Δp_{24}; $A + B$ = Phasen des Sonnenfleckenzyklus: ausgezogen Minimum, gestrichelt Anstiegsphase, punktiert Abstiegsphase; $C + D$ = Jahreszeiten: ausgezogen Herbst + Winter, gestrichelt Frühling + Sommer.

gebiete abgeschwächt; die Zugrichtung und gegenseitige Anordnung bleibt die gleiche.

Es erhebt sich der Verdacht, daß diese kollektiven Druckwellen vielleicht nur vorgetäuscht sein könnten durch einige besonders markante Fälle mit starken interdiurnen Änderungen, die sich im Mittel aus jeweils nur wenig mehr als 100 Fällen durchsetzen. Daher wurde der Druckverlauf an der Station Helsinki, wo sich beide Druckwellenbahnen kreuzen, einer näheren Analyse unterzogen. Zunächst zeigt Abb. 5 den kollektiven Verlauf des Luftdruckes (A, C) in Abweichungen vom Mittel sowie der 24stündigen Änderungen (B, D) während der drei Sonnenfleckenphasen (A, B) sowie in der jahreszeitlichen Aufgliederung (C, D). Wir erkennen die Übereinstimmung in den entscheidenden Tagen $n - 3$ bis n sowie die geringe Übereinstimmung der Abstiegsphase.

Diese Mittelkurven werden nun in eine *Häufigkeitsverteilung* aufgelöst, wobei wir uns der Einfachheit halber auf eine Auszählung des Vorzeichens von Δp_{24} bzw. Δp_{48} (ohne Rücksicht auf den Absolutwert) beschränken

(Abb. 6). Wir finden, daß in der Minimumphase die Vorzeichen das Verhalten der Mittelwerte in vollem Umfang stützen; im Jahresmittel erreicht die Häufigkeit negativer Vorzeichen bei Δp_{48} (von $n - 2$ auf $n = 0$) praktisch die obere Zufallsgrenze. Anders in der Anstiegsphase: hier sind die Vorzeichen sehr gleichmäßig verteilt, und es kann die oben angedeutete Möglichkeit des Überwiegens weniger Einzelfälle nicht von der Hand gewiesen werden. Zählt man aus, wie oft in den drei Tagen $n - 3$ bis $n = 0$ die dem Mittel entsprechende Vorzeichenfolge $+ - -$ auftritt, dann findet man beim Minimum 32 Fälle gegenüber einer mathematischen Erwartung von 17; hiermit wird die obere Zufallsgrenze (nach KOLLER) von 30 überschritten*.

In der Anstiegsphase finden wir nur 18 Fälle gegenüber einer mathematischen Erwartung von 13. Hiebei kann der Einwand mangelnder Berücksichtigung der Erhaltungstendenz bei der Berechnung der mathematischen Erwartung leicht zurückgewiesen werden, da einmal das Vorzeichen umschlägt, einmal erhalten bleibt, die Wirkung der Erhaltungsneigung sich also aufhebt. Zählen wir auf, wie oft einem $\Delta p_{24}\,(n-3/n-2) > 0$ ein $\Delta p_{48}\,(n-2/n) < 0$ folgt, so erhalten wir ebenso in der Minimumphase 54 Fälle gegenüber einer mathematischen Erwartung von 34 und einer oberen Zufallsgrenze von 50 Fällen.

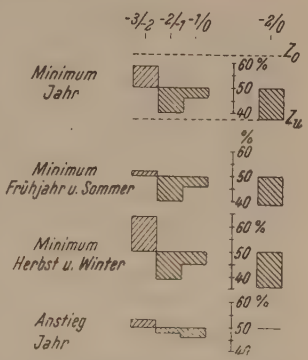

Abb. 6. Häufigkeit positiver Druckänderungen in Helsinki vor isolierten magnetischen Störungen ($n = 0$), Abweichungen von der mathematischen Erwartung 50%. $z_u\,(z_0)$ = untere (obere) Zufallsgrenze.

Damit erscheint in Anbetracht der unabhängig voneinander an verschiedenem Material nach verschiedenen Auswahlprinzipien von drei Autoren gewonnenen, in wesentlichen Einzelheiten übereinstimmenden Resultate eine Abhängigkeit der individuellen Luftdruckänderungen im europäisch-atlantischen Raum von der Sonnentätigkeit mindestens für die Nähe des Sonnenfleckenminimums als *sehr wahrscheinlich*, wenn auch noch nicht völlig einwandfrei gesichert; für die Zeit des Anstiegs (einschließlich Maximum) ist sie immerhin möglich. Selbstverständlich liefert eine derartige Untersuchung erst dann schlüssige Resultate, wenn sie auf weltweiter oder doch mindestens hemisphärischer Basis angesetzt wird. Derartige Arbeiten werden zur Zeit in Amerika auf

* Es darf nicht verschwiegen werden, daß nach einer Kontrollauszählung (auf Anregung von H. BERG) von allerdings nur 900 Fällen an Hand der von J. BARTELS (1948, Tabelle 4 und 6) gegebenen Zufallsziffern die mathematische Erwartung dieser Vorzeichenfolge etwas größer zu sein scheint. Insgesamt stehen jedoch 1337 Tage mit Druckanstieg nur 1300 (= 49,3%) Tagen mit Druckfall (in 24 Stunden) gegenüber; diese Verteilung spricht dafür, daß die scheinbare Bevorzugung der gewählten Vorzeichenfolge in größerem Material nicht mehr auftritt.

der Grundlage der in Form von 10 Millionen Luftdruckwerten gelochten 40 Jahrgänge „Historical Weather Maps of the Northern Hemisphere" durchgeführt (R. A. Craig, Vortrag 14. April 1950, Cambridge, Mass.). In Anbetracht der Bedeutung der Frage sind aber auch noch bei uns weitere Untersuchungen für länger anhaltende magnetische Störungsperioden, für Passagen von Sonnenflecken u. a. geplant. Auf die statistischen Versuche von Rudloff (1950) sei ebenfalls hingewiesen, wenn auch die bisherigen Ergebnisse noch keinen sicheren Erfolg zeitigten.

F. Zur physikalisch-meteorologischen Deutung.

Die in den Abschnitten D und E mitgeteilten statistischen Ergebnisse stehen miteinander offenbar in kausalem Zusammenhang. Unschwer erkennt man in dem kollektiven, über West- und Mitteleuropa ostwärts ziehenden Fallgebiet eine „kollektive" Front (im statistischen Mittel vermutlich vom Charakter einer Kaltfront oder Okklusion), die an den drei Tagen vor dem Stichtag über Mitteleuropa in der warmen Jahreszeit Gewitter auslöst. Damit erklären sich aber auch die Befunde von Rubashew (1940) über die Auslösung von Ausbrüchen arktischer Kaltluft 27^d nach Sonnenfleckenpassagen.

Wir übersehen hier einen ganzen Komplex von Wetterwirkungen, die durch isolierte Sonneneruptionen hervorgerufen werden. Hiebei bedeutet die *magnetische Charakterzahl* einen nur teilweise brauchbaren Indikator der Sonnentätigkeit; die früher vertretene Hypothese der Wirkung solarer Partikelinvasionen muß fallengelassen werden, nachdem eine troposphärische Wirkung bereits zwei bis drei Tage vor der erdmagnetischen bzw. ionosphärischen einsetzt. Man darf zunächst vermuten, daß die wirksame Strahlung im kurzwelligen Ultraviolett zu suchen ist, wie das auch schon von Haurwitz (1946), Abbot (1947), Baur (1948) u. a. vermutet worden ist, also in dem gleichen Bereich, der auch die Ionisation und die Ozonbildung der Hochatmosphäre verursacht und dabei völlig verschluckt wird. B. und T. Düll weisen auf eine entgegengesetzte Wirkung der solaren Korpuskeln und der UV-Invasion im Luftdruckgang verschiedener Stationen hin. In 51 Fällen intensiver UV-Ausbrüche (isoliert auftretende chromosphärische Eruptionen) finden sie einen „warmen" Druckanstieg im 500 mb-Niveau vom Stichtag zum Folgetag über Fennoskandien. Dieses Resultat deckt sich mit dem hier erzielten Befund eines Druckanstiegs zwei bis drei Tage vor dem Auftreten einer magnetischen Störung, um so mehr als es gleichzeitig von starkem Druckfall im Raume westlich Irland begleitet ist. Es handelt sich hier um die Jahre 1936 bis 1941, in die das ausgeprägte Sonnenfleckenmaximum von 1937 bis 1938 fällt. Die ausgezeichnete räumliche Übereinstimmung dieser Drucktendenzen mit den in Abb. 3 und 4 gezeigten — trotz anderer meteorologischer und solarer Daten! — liefert wohl die beste Bestätigung der Stichhaltigkeit der hier vertretenen Auffassung. Ob eine reelle gegensätzliche Wirkung der solaren Partikelemission (Düll) zu Recht besteht, bedarf wohl noch weiterer Untersuchungen.

Diese Resultate führen zu dem Wunsch nach langjährigen täglichen Kennziffern der solaren UV-Strahlung, wie sie BARTELS indirekt aus den sonnentägigen Amplituden der Horizontalintensität in Huancayo (Peru) abgeleitet hat (1941).

Eine ernsthafte statistische Untersuchung der solar-troposphärischen Beziehungen setzt umfangreiches Material und daher lange Reihen voraus; mit wenigen Monaten oder Jahren sind kaum stichhaltige Resultate zu erzielen. Entscheidend sind allerdings weniger tägliche Mittelwerte, sondern die plötzlichen chromosphärischen UV-Eruptionen. Möglicherweise handelt es sich aber auch um die heute viel beachteten Eruptionen kurzwelliger Radiostrahlung im Bereich der Meterwellen (1 bis 3 m), bei denen die Intensität um drei bis sechs Zehnerpotenzen kurzfristig ansteigen kann (vgl. hiezu WALDMEIER 1949, SIEDENTOPF 1950), und die der Korona mit ihren schon normalerweise 10^{6}° betragenden Temperaturen entstammen. Diese solaren Radiowellen („solar noise") stellen eine Form der kosmischen Höhenstrahlung mit überaus hoher Energie dar, deren mittlere Intensität jedoch mehrere Größenordnungen geringer ist als die des kurzwelligen UV-Anteils.

Wie aber soll man sich den Wirkungsmechanismus der solaren Wellenstrahlung in der irdischen Atmosphäre vorstellen? Zweifellos werden die kritischen Wellenlängen 50 bis 280 mμ in der Ionosphäre bzw. in der „warmen Schicht" unterhalb der Ozonopause in 50 km Höhe (FLOHN und PENNDORF 1942, 1950) praktisch vollkommen absorbiert. Eine einheitliche, nur breitenabhängige thermische Wirkung, wie sie in der Hochatmosphäre schon wegen der starken jahreszeitlichen Gegensätze in der Bestrahlung anzunehmen wäre, läßt sich — im Gegensatz zu früher vereinzelt geäußerten Ansichten — aus den Druckwirkungen in der unteren Troposphäre nicht ableiten*; immerhin dürfte eine statistische Behandlung der heute gut belegten zirkumpolaren Höhenwetterkarten, wie sie z. B. der Deutsche Wetterdienst in der US-Zone, Bad Kissingen, herausgibt, unter diesen Gesichtspunkten einigen Aufschluß liefern. Man hat aus den komplexen Druckänderungen eher den Eindruck von wahrscheinlich stark gedämpften hochatmosphärischen Schwingungsvorgängen, die durch UV-Invasionen ausgelöst werden. Diese setzen sich bis in die Troposphäre hinein durch und modifizieren hier die wesentlich intensiveren, primär troposphärischen Wettervorgänge leicht, aber doch statistisch nachweisbar. Die verschiedentlich (RANZI, MARTYN und PULLEY) behandelten Beziehungen zwischen Grenzfrequenzen und Luftdruck bzw. Luftmassen (GHERZI) werden zur Zeit in Bad Kissingen nach-

* Die von WEXLER [*70a*] soeben erörterten Mechanismen machen es ebenfalls nicht sehr wahrscheinlich, daß es sich um einen einfachen Druckeffekt durch breitenabhängige Erwärmung der Ozonschicht oberhalb 20 km handelt; dieser liegt in dem energetisch allein zulässigen Modell 2 unter 0,1 mb. In der Ionosphäre, bei Drucken unter 10^{-3} mb, ist ein solcher Effekt noch unwahrscheinlicher.

geprüft. Eine wirklich umfassende Prüfung dieser Hypothesen ist jedoch nur mit Hilfe mindestens hemisphärischer Statistiken (Craig) durchführbar, wie sie allein das Lochkartenverfahren erlaubt. Bis dahin erscheinen weitere deduktive Erörterungen über den Mechanismus wenig zweckmäßig; jedoch sei ausdrücklich auf die umfassenden Wirkungsschemata von Düll (1948) als Grundlagen der Diskussion hingewiesen.

Die von Abbot, Arctowski und anderen in zahlreichen Arbeiten versuchten Nachweise eines Zusammenhanges zwischen Änderungen der Solarkonstante und Wettervorgängen, so zuletzt (1948) der Nachweis eines Absinkens der Solarkonstanten (um im Mittel 0,003 gcal cm^{-2} min^{-1}) am Tage des ersten Auftretens von 46 westindischen Hurrikanen (an der ITC im karibischen Raum) haben bisher nicht allzu viel Anklang gefunden. Abbot selbst möchte in Anbetracht der nur minimalen Schwankungen der Solarkonstante ebenfalls dem UV-Anteil neuerdings (1947) das Hauptgewicht zumessen. In einer weiteren Arbeit (1948) zeigt er, daß im Mittel von 52 Fällen die Solarkonstante am Tage eines schweren magnetischen Sturmes, also solarer Partikelinvasion, um etwa 0,06 gcal cm^{-2} min^{-1} absinkt, um sofort wieder anzusteigen. Seine Feststellung, daß im Mittel von 73 magnetischen Stürmen (1923 bis 1946) die Temperatur in Washington am Stichtag und seinem Vortag um fast 3° absinkt, um ebenfalls sofort wieder um etwa 2° zu steigen, liefert eine bemerkenswerte Parallele zu den hier gewonnenen Ergebnissen. Es erscheint wenig wahrscheinlich, daß an derartigen Befunden lediglich eine Änderung der Transparenz der Atmosphäre schuld ist; der wahre Mechanismus greift, wie die solar ausgelösten Druckwellen belegen, offensichtlich tiefer.

Warum beschränken sich die troposphärischen Effekte der solaren UV-Invasionen anscheinend auf bestimmte Phasen im Sonnenfleckenzyklus? Schon früher wurde mehrfach auf eindeutige Zusammenhänge nur in Nähe der Sonnenfleckenminima hingewiesen (Krogness, Evjen, Düll), während zur Zeit des Maximums die Beziehungen undeutlich waren. Unsere Statistik schaltet nun die Fehlerquellen des „Verschmierungseffektes" der sich überlagernden Eruptionen während starker Aktivität weitgehend aus; trotzdem beschränkt sich die Wirkung auf die Jahre nahe dem Minimum sowie in stark abgeschwächtem Maß auf die Anstiegsphase. Diese Anordnung macht es wahrscheinlich, daß es sich nicht um eine direkte Abhängigkeit von R handelt, sondern um eine Wirkung der heliographischen Breite der aktiven Herde (M-Regionen?), die im Sonnenfleckenminimum hoch ist, und dann zum Äquator hin abnimmt, bis beim nächsten Zyklus die Herde wieder in hohen Breiten einsetzen.

Diese Ansicht wird durch zwei völlig unabhängige Statistiken gestützt. Bereits 1921 untersuchten Kunitomi und Tako die Beziehungen zwischen der Niederschlagsmenge in Japan und der heliographischen Breite der Sonnenfackeln und fanden folgende Korrelationskoeffizienten für je 81tägige Zeiträume (Mittel der Jahre 1910 bis 1912):

Heliogr. Breite (°)	Februar—April	August—Oktober
— 25 bis — 16	+ 0,215	+ 0,128
— 15 „ — 6	+ 0,137	+ 0,066
— 5 „ + 5	+ 0,084	+ 0,039
+ 6 „ + 15	— 0,070	+ 0,038
+ 16 „ + 25	+ 0,154	+ 0,094

Trotz der absoluten Kleinheit der Zahlen — sie liegen sämtlich unter dem Zufallshöchstwert von 0,33 bei 81 Wertepaaren — ist die Abnahme zum Sonnenäquator hin unverkennbar.

Völlig unabhängig von dieser (bisher nur wenig beachteten) Arbeit hat Huntington 1942 Korrelationskoeffizienten zwischen der mittleren interdiurnen Druckänderung und der heliographischen Breite der Sonnenflecken aufgestellt; diese sind (für lange Reihen) durchweg negativ und erreichen für gleichzeitiges Auftreten den beachtlich hohen Wert von — 0,79. Damit scheint wohl gesichert, daß eine troposphärische Wirkung der Sonnenaktivität sich nur in den Zeiten bemerkbar macht, wo die aktiven Herde vornehmlich in höheren Breiten liegen, d. h. zu Beginn jeden Zyklus und in der Anstiegsphase zwischen Minimum und Maximum. In der Abstiegsphase, wo die aktiven Herde sich in äquatorialen Breiten anhäufen, sind dagegen nur geringe Wirkungen zu erwarten. Auf die astrophysikalischen Ursachen dieses Zusammenhanges einzugehen, ist nicht Sache des Meteorologen.

Ein wesentlicher Einwand muß noch kurz gestreift werden. Eine irgendwie geartete solare Eruption wird sich innerhalb der Erdatmosphäre wohl kaum an festen, immer gleichen Punkten abspielen, sondern je nach dem gegebenen Wetterzustand der Troposphäre, vielleicht auch je nach dem Treffpunkt der solaren Strahlung, regional verschieden. Diese *regionalen* Unterschiede verwischt jede ortsgebundene meteorologische Statistik weitgehend; der wahre solare Wettereffekt kann somit größer sein als der mit dieser Methode nachweisbare. Man sollte daher nicht unterlassen, Maßzahlen der allgemeinen Zirkulation — z. B. „zonal index" der Amerikaner oder Rudloffs „Driftzahl", jedoch zirkumpolar — mit der Synchronisierungsmethode zu behandeln, selbst in dem Bewußtsein, daß derartige allgemeine Untersuchungen prognostisch weniger bedeutsam sind als die ortsgebundenen.

Schluß.

Die für den Meteorologen wichtigste Frage ist die nach der prognostischen Bedeutung der solaren Aktivität in der Atmosphäre. Der Wetterdienstpraktiker erlebt zwar selten, aber doch immer einmal wieder Fälle, in denen urplötzlich an irgendeiner Stelle eine überraschende Entwicklung — etwa eine rasche Zyklogenese mit verbreiteter Gewittertätigkeit — einsetzt, deren rein meteorologische Deutung auch nachträg-

lich nur mittels der üblichen Zirkelschlüsse möglich ist. Die Frage nach einer etwaigen solaren Ursache liegt besonders dann nahe, wenn gleichzeitig oder vorher Vorgänge auf der Sonne beobachtet oder indirekt erschlossen werden (Nordlichter, Mögel-Dellinger-Effekt). Es wäre sicher falsch, aus solchen zeitlichen Koinzidenzen gleich auf kausale Beziehungen zu schließen, solange diese nicht einwandfrei statistisch nachweisbar sind und physikalisch plausibel gemacht werden; an diesen beiden Forderungen muß man gegenüber den immer wieder auftretenden unwissenschaftlichen Behauptungen mancher „Astrometeorologen" festhalten.

Aber solche Erfahrungen im praktischen Wetterdienst sind selten. Die von Düll, Koppe und dem Verfasser wahrscheinlich gemachten solar bedingten Druckänderungen sind — soweit eine Mittelbildung an festen Stationen zulässig ist — um etwa eine Größenordnung geringer als die rein wettermäßigen Drucktendenzen. Es darf daher vor allzu optimistischen Hoffnungen gewarnt werden: der Anteil kurzfristiger solarer Vorgänge am Wettergeschehen tritt offensichtlich weit zurück gegenüber den terrestrisch bedingten, nur von der (praktisch konstanten) Photosphärenstrahlung und ihren Umsetzungen innerhalb der Atmosphäre bewirkten Vorgängen. Die hier festgestellten Befunde unterstützen aber die in jüngerer Zeit fast allgemein vertretene Ansicht, daß die Intensitätsschwankungen des UV oder der Meterwellen (um mehrere Zehnerpotenzen) wesentlich wichtiger sind als die nur ganz geringen ($\sim 0{,}5\%$) Schwankungen der Solarkonstanten.

Sind die hier vorgetragenen Befunde physikalisch reell, dann ist das Problem der *exakten Wettervorhersage*, das in zunehmendem Maße einer Verwirklichung entgegenzugehen scheint, auf rein terrestrischer Basis grundsätzlich *nicht* mehr *eindeutig determiniert*. Dieser Punkt ist von so großer allgemeiner Bedeutung für die gesamte Meteorologie und Geophysik, daß sich weitere Untersuchungen an großem Material zweifellos lohnen.

Literaturverzeichnis.

1. Abbot, C. G.: Solar variation and Weather. Smithson. Rep. f. 1944, 119—154 (1945).
2. — The sun's short regular variation and its large effect on terrestrial temperatures. Smithson. Miscell. Coll. **107**, 4 (1947).
3. — Solar variation attending west indian hurricanes. Smithson. Miscell. Coll. **110**, 1 (1948).
4. — Magnetic storms solar radiation and Washington temperature departures. Smithson. Miscell. Coll. **110**, 6 (1948).
5. Aldrich, L. B.: The solar constant and sunspot numbers. Smithson. Miscell. Coll. **104**, 12 (1945).
6. Archenhold, G.: Untersuchungen über den Zusammenhang der Halo-Erscheinungen mit der Sonnentätigkeit. Gerlands Beitr. Geophys. **53**, 395—475 (1938).
7. Bartels, J.: Schwankungen der Sonnenstrahlung, erdmagnetisch erschlossen. Abh. Preuß. Ak. Wiss. Berlin, 1941, 12; 1944 (Vorabdruck).
8. — Zufallszahlen für statistische Versuche. Ann. Meteorol. **1948**, 209 bis 216.

9. Bartels, J.: Erdmagnetismus II: FIAT-Review **17**, 39—91 (1948).
10. — Ebbe und Flut in der Ionosphäre. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone, Nr. 12, 30—34 (1950).
11. Baur, F.: Ein Beitrag zur Klärung der Frage eines Einflusses der Planeten auf die Witterung. Z. Meteorol. **2**, 47—55 (1948), sowie Wetter und Klima **1**, 326—331 (1948).
12. — Einführung in die Großwetterkunde (1948), S. 97f.
13. — Beziehungen des Großwetters zu kosmischen Vorgängen. In: Hann-Süring, Lehrb. d. Meteorol., 5. Aufl., S. 957—976 (1949).
14. Bezold, W. v.: Über eine nahezu 26tägige Periodizität der Gewittererscheinungen. Sitzb. Preuß. Ak. Wiss., Phys.-math. Kl. **1888**, 905—914.
15. Boer, H. de: On the physical reality of some long period cycles in the barometric pressure at Batavia. Verh. Kon. Magn. Meteorol. Observ. Batavia 29 (1941).
16. — Further researchs into the physical reality of some long periodic cycles in the barometric pressure of Batavia. Verh. Kon. Magn. Observ. Batavia 30 (1947).
17. Boretti, L. e V. de Amicis: Analisi periodale della serie pluviometrica di Genova. Geof. Pura Appl. **12**, 261—285 (1948).
18. Bramanti, L.: Analisi di una serie pluviometrica. Geof. Pura Appl. **8**, 167—179 (1946).
19. Brandtner, E.: Über die Realität der synodischen Mondperiode im Niederschlagsgang. Meteorol. Rundsch. **1**, 151—153 (1949).
20. Braun, G.: Quasiperiodische Sonneneinflüsse auf meteorologische Vorgänge. Meteorol. Z. **54**, 50—61 (1937).
21. Brooks, C. E. P.: The variation of the annual frequency of thunderstorms in relation to sun spots. Quart. Journ. Roy. Meteorol. Soc. **60**, 153—165 (1934).
22. Clayton, H. H.: World Weather, 1923, sowie Smithson. Miscell. Coll. **77**, 6 (1925).
23. — The sunspot period. Smithson. Miscell. Coll. **98**, 2 (1939).
24. — The 11year and 27day solar periods in meteorology. Smithson. Miscell. Coll. **99**, 5 (1940).
25. — Sunspot changes and Weather changes. Smithson. Miscell. Coll. **104**, 19 (1946).
26. Dieminger, W.: Ionosphäre. FIAT-Review **17**, 93—163 (1948).
27. Droste, B.: Die elfjährige Sonnenfleckenperiode und die Temperaturschwankungen auf der nördlichen Halbkugel in jahreszeitlicher und regionaler Differenzierung. Meteorol. Z. **41**, 261—268 (1924).
28. Düll, B. und T.: Kosmisch-physikalische Störungen der Ionosphäre, Troposphäre und Biosphäre. Bioklim. Beibl. **6**, 65—76, 121—134 (1939).
29. — The behaviour of barometric pressure during and after solar particle invasions and solar ultraviolet invasions. Smithson. Miscell. Coll. **110**, 8 (1948).
30. Essenwanger, O.: Beiträge zur Statistik mittellanger Luftdruckwellen in Mitteleuropa. Diss. Würzburg 1950. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone, Nr. 21 (1951).
31. Evjen, S.: Zur langfristigen Wettervorhersage. Geofys. Publ. **10**, 3 (1935).
32. Flohn, H.: Solare Korpuskularausbrüche und Gewitterfrequenz. Sammelband „Das Gewitter", herausg. von H. Israël, Probl. Kosm. Physik. **25** (1950), S. 143—149.

33. Flohn, H. und R. Penndorf: The stratification of the Atmosphere. Bull. Amer. Meteorol. Soc. **31**, 71—78, 126—130 (1950); vgl. auch Meteorol. Z. **59**, 1—7 (1942).
34. Hanzlik, S.: Der Luftdruckeffekt der Sonnenfleckenperiode. I, II. Gerlands Beitr. Geophys. **28**, 114—125 (1930); **29**, 138—155 (1931).
35. Haurwitz, B.: Relations between solar activity and the lower atmosphere. Transact. Amer. Geophys. Union **27**, 161—163 (1946).
36. Hellmann, G.: Untersuchungen über die Schwankungen der Niederschläge. Abh. Preuß. Meteorol. Inst. **3**, 1 (1909).
37. Huntington, E.: Earth and sun. New Haven 1923, 296 S.
38. — Solar disturbances and interdiurnal variations of atmospheric pressure. Bull. Amer. Meteorol. Soc. **23**, 388—399 (1942).
39. Israël, H.: Extraterrestrische Einflüsse auf das luftelektrische Feld. Wiss. Arb. Dt. Meteorol. Dienst, französ. Zone **1**, 62—67 (1947).
40. Kiepenheuer, K. O.: Solar-terrestrische Erscheinungen. FIAT-Review **20**, 229—284 (1948).
41. Knoch, K.: Über die Strenge der Winter in Norddeutschland nach der Berliner Beobachtungsreihe 1766—1947. Meteorol. Rundsch. **1**, 137—140 (1947).
42. Koller, S.: Graphische Tafeln zur Beurteilung statistischer Zahlen (2. Aufl. 1943).
43. Koppe, H.: Sonnenaktivität und Großwetter, Vortrag Meteorol. Ges. Hamburg, 28. Oktober 1950; erscheint in Ann. Meterorol.
44. Köppen, W.: Über mehrjährige Perioden der Witterung, insbesondere über die elfjährige Periode der Temperatur. Österr. Z. Meteorol. **8**, 241—248, 257—267 (1873).
45. — Lufttemperaturen, Sonnenflecken und Vulkanausbrüche. Meteorol. Z. **31**, 305—328 (1914).
46. — Die Schwankungen der Jahrestemperatur im westlichen Mitteleuropa. Ann. Hydr. **63**, 297—306 (1937).
47. Kunitomi, S. und H. Tako: On the correlation between the fluctuation of the sun-spots area and the terrestrial precipitation. Bull. Centr. Meteorol. Obs. Japan **III**, 3 (1921).
48. Leithäuser, G.: Über ionosphärische Störungen und deren irdische Auswirkungen. Funk und Ton **3**, 127—143 (1949).
49. Lindholm, F.: Om sambandet mellan solaktivitet och askfrekvens. Medd. Sver. Meteorol. Hydrogr. Inst. B **1**, 24—29 (1945).
50. Mielke, J.: Die Temperaturschwankungen 1870—1910 in ihrem Verhältnis zur elfjährigen Sonnenfleckenperiode. Arch. Seewarte **36**, 3 (1913).
51. Polli, S.: La realta fisica del ciclo climatico di 5,6 anni. Geof. Pura Appl. **8**, 94—103 (1946).
52. Rubashew, V. M.: Dokl. Ac. Sc. URSS **27** (1940), 791—794; Pulkowo Obs. Circ. **30**, 109—111 (1940); Ref. Z. angew. Meteorol. **57**, 60, 130 (1941).
53. Rudloff, W.: Die atmosphärische Zirkulation über Europa zur Zeit erdmagnetischer Stürme in den Jahren 1881—1942. Ann. Meteorol. **3**, 178—181 (1950).
54. Schell, J. J.: The sun's spottedness as a possible factor in terrestrial pressure. Bull. Amer. Meteorol. Soc. **24**, 85—93 (1943).
55. Scherhag, R.: Neue Methoden der Wetteranalyse und Wetterprognose (1948), S. 355f.

56. Scherhag, R.: Die Wintertemperaturen in Berlin und die Sonnenfleckenrelativzahlen. Arch. Meteorol. Geophys. Bioklim. A **1**, 233—246 (1949).
57. — Betrachtungen zur allgemeinen Zirkulation II. Bestehen Zusammenhänge zwischen der elfjährigen Sonnenfleckenperiode und der allgemeinen Zirkulation? Dt. Hydrogr. Z. **1950**, 108—111.
58. Schmauss, A.: Das Problem der Wettervorhersage. Leipzig 1942 (3. Aufl.)
59. Schneider, M.: Periodische Schwankungen in der Vegetationszeit der Laubbäume. Meteorol. Rundsch. **2**, 146—151 (1949).
60. — Laubentfaltung der Roßkastanie, Sonnenflecken und Märztemperatur. Ber. Dt. Wetterdienst Nr. 12, 104—109 (1950).
61. Schwarzbach, M.: Das Klima der Vorzeit, S. 81f. (1950).
62. Septer, E.: Sonnenflecken und Gewitter in Sibirien. Meteorol. Z. **43**, 229—232 (1926).
63. Siedentopf, H.: Die Sonnenkorona. Ergebn. exakt. Naturwiss. **23**, 1—52 (1950).
64. Steinhauser, F.: Die Sonnenflecken und die Seespiegelschwankungen des Viktoriasees. Wetter und Leben **1948**, 260—262, 357—359.
65. Thraen, A.: Sonnenflecken und Niederschlag im Gleichlauf? Ann. Hydr. **68**, 177—186 (1942).
66. — Weiteres zur Parallelität zwischen Sonnenfleckenwelle und Regen. Z. angew. Meteorol. **58**, 182—192 (1942).
67. Visser, S. W.: Baurs betrekkeningen tussen zonnevlekken en strenge winters. Hemel en Dampkring **1950**, 85—88.
68. Wagner, A.: Klimaänderungen und Klimaschwankungen (1940), S. 187f.
69. Waldmeier, M.: Radioastronomie. Verh. Schweiz. Naturf. Ges. **129**, 24—36 (1949).
70. Wasserfall, K. F.: On the relation between the rotation of the sun and variations in atmospheric temperature. Geofys. Publ. **5**, 10 (1929).
70a. Wexler, H.: Possible effects of ozonosphere heating on sea-level pressure. Journ. Meteorol. **7**, 370—381 (1950).
71. Willett, H. C.: Longperiod fluctuations of the general circulation of the atmosphere. Journ. Meteorol. **6**, 34—50 (1949).
72. — Solar variability as a factor in the fluctuations of climate during geological time. Geogr. Ann. **31**, 295—315 (1949).

550.837

Über den Einfluß der Bodenfeuchtigkeit auf geoelektrische Tiefenmessungen.

Von

A. Huber, Wien.

Mit 5 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Verschiedene Beobachtungen einer an sich schon naheliegenden Beeinflussung des spezifischen Widerstandes des Bodens durch wechselnden Wassergehalt bilden den Anlaß zur Konstruktion einer neuen Art von Zweischichtkurven unter der Annahme, daß der spezifische Widerstand der obersten Schichte nach einem exponentiellen Gesetz variiert. Diese Widerstandskurven werden mit den bekannten Zweischicht- und Dreischichtkurven verglichen und an einigen Beispielen die Fehler angegeben, die man für die Tiefenangaben begeht, wenn man jene mit Hilfe der letzteren auswertet. Für ihre Klassifikation erweist sich die Lage ihrer Asymptoten als maßgebend. Durch diese neuen Widerstandskurven dürften vielleicht in manchen Fällen die Widersprüche zwischen den Ergebnissen der geoelektrischen Tiefenmessungen und der Bohrungen beseitigt werden können.

Summary. Observations concerning the obvious influence of varying water contents upon the specific resistance of the soil led to the construction of a new species of double-layer curves, assuming that the specific resistance of the uppermost layer obeys an exponential law. These resistance curves are confronted with the known double and triple-layer curves and, by means of several examples, the errors of depth measurements caused by applying the latter curves are indicated. The position of their asymptotes results to be a determining factor for their classification. In different cases the divergences between geoelectric measurements and results of boring may be eliminated by making use of these new resistance curves.

Résumé. Différentes observations d'une influence — prévisible a priori — de la teneur variable en eau sur la résistance spécifique du sol fournissent l'occasion d'établir de nouveaux types de courbes de résistance de couches doubles, dans l'hypothèse que la résistance des couches supérieures varie selon une loi exponentielle. On compare ces courbes de résistance aux courbes connues de couches doubles ou triples, et on donne des exemples d'erreurs commises dans les indications de profondeur lorsqu'on les tire de ces courbes. Pour la classification des courbes la position des asymp-

totes est déterminante. On pourra peut-être sur la base de ces nouvelles courbes expliquer dans bien des cas les divergences existant entre les résultats de calculs de profondeur par des méthodes géoélectriques et ceux que donnent les forages directs.

Unter den geoelektrischen Verfahren sind die mit Gleichstrom arbeitenden Widerstandsmethoden dadurch besonders ausgezeichnet, daß man infolge ihrer einfachen theoretischen Grundlagen wenigstens in einigen praktisch wichtigen Fällen jene Funktion angeben kann, durch welche die gemessenen Werte des scheinbaren spezifischen Widerstandes mit den gesuchten Größen, also hauptsächlich der Tiefe und Mächtigkeit planparalleler Schichten verknüpft sind. Bisher wurde diese Funktion unter der die Wirklichkeit mehr oder weniger idealisierenden Annahme aufgestellt, daß der spezifische Widerstand in jeder einzelnen Schichte einen konstanten Wert behält und sich an den planparallelen Trennungsebenen der Schichten unstetig ändert. Nun wurde aber schon vor mehreren Jahren beobachtet [*1*], daß beim Gefrieren wasserhaltiger Ton- und Sandböden der spezifische Widerstand derselben ganz gewaltig zunehmen kann, und es ist einleuchtend, daß sich dabei im allgemeinen keine scharfe Trennungsfläche in elektrischer Hinsicht ausbilden wird, sondern daß sich der spezifische Widerstand der Temperatur entsprechend mit der Tiefe stetig ändern wird. Mit ähnlichen Verhältnissen hat man zu rechnen, wenn das Porenvolumen des Untergrundes mit der Tiefe variiert, so daß sich der Wassergehalt und damit auch der spezifische Widerstand ändert, besonders wenn das Wasser noch mineralische Stoffe gelöst enthält, die seine Leitfähigkeit je nach der Konzentration erheblich steigern können [*2*].

Es ist natürlich praktisch unmöglich, die durch die erwähnten Ursachen bewirkten Veränderungen des spezifischen Widerstandes in den verschiedenen Tiefen aus dem durch Messungen auf der Erdoberfläche gefundenen Verlauf des scheinbaren spezifischen Widerstandes in allen Einzelheiten festzustellen. Man wird sich vielmehr damit begnügen müssen, in einigen typischen und der mathematischen Analyse zugänglichen Fällen die Widerstandskurven zu berechnen und mit den bisher verwendeten zu vergleichen, die unter der Annahme eines schichtenweise konstanten spezifischen Widerstandes konstruiert wurden. Es sollen daher zunächst „Zweischichtkurven" für einige Fälle entworfen werden, bei denen der spezifische Widerstand der obersten Schichte in bestimmter Weise monoton wächst oder abnimmt, und in einigen Beispielen auf die Fehler der Tiefenmessungen aufmerksam gemacht werden, auf die man gefaßt sein muß, wenn man diese Widerstandskurven entweder mehr oder weniger gewaltsam als gewöhnliche Zweischichtkurven oder, wo dies nicht mehr angeht, als Dreischichtkurven betrachtet und mit den üblichen Hilfsmitteln auswertet.

1. In einer früheren Arbeit [*3*] habe ich ohne Verwendung der Fredholmschen Theorie der Integralgleichungen gezeigt, wie das Potential des Feldes konstruiert werden kann, das eine an der Oberfläche eines planparallel stetig geschichteten Mediums befindliche Punktquelle er-

zeugt. In dem besonderen Fall, wo der spezifische Widerstand des Mediums in der obersten Schichte von der Mächtigkeit $h = 1$ durch

$$\varrho(z) = \varrho_0 \cdot e^{\alpha z}$$

gegeben ist, wobei $\varrho(1) = \varrho_0 \cdot e^{\alpha} = \varrho_{\mathrm{I}}$, während für $z > 1$:

$$\varrho(z) = \varrho_{\mathrm{II}} = \text{const},$$

wird mit

$$q = \frac{\varrho_{\mathrm{II}}}{\varrho_{\mathrm{I}}}$$

das von der im Ursprung befindlichen Punktquelle mit der Ergiebigkeit I erzeugte Potential an der Oberfläche $z = 0$ in der Entfernung r vom Quellpunkt durch den folgenden Ausdruck dargestellt:

$$U(r) = \frac{I \cdot \varrho_0}{2\pi} \cdot \int_0^{\infty} [1 + \varphi(\lambda)] \cdot J_0(\lambda \cdot r) \cdot d\lambda =$$

$$= \frac{I \cdot \varrho_0}{2\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{q \cdot \sqrt{4\lambda^2 + \alpha^2} + (2\lambda + \alpha q) \cdot \mathfrak{Tg} \sqrt{\lambda^2 + \frac{\alpha^2}{4}}}{\sqrt{4\lambda^2 + \alpha^2} + (2\lambda q - \alpha) \cdot \mathfrak{Tg} \sqrt{\lambda^2 + \frac{\alpha^2}{4}}} \cdot J_0(\lambda \cdot r) \cdot dr,$$

wobei J_0 die Bessel-Funktion 0ter Ordnung ist. Für $\alpha = 0$ ergibt sich daraus durch einige einfache Umformungen, die von Stefanescu und Schlumberger [4] angegebene Darstellung des Potentials im gewöhnlichen Zweischichtenfall. Setzt man der Kürze wegen

$$\mu = \sqrt{\lambda^2 + \frac{\alpha^2}{4}},$$

so wird

$$\varphi(\lambda) = \frac{(q-1) \cdot \mu + \left[(1-q) \cdot \lambda + (1+q) \cdot \frac{\alpha}{2}\right] \cdot \mathfrak{Tg}\, \mu}{\mu + \left(\lambda q - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \mathfrak{Tg}\, \mu},$$

und damit erhält man für den scheinbaren spezifischen Widerstand $\varrho_s(l)$ bei der Wenner-Anordnung mit dem Elektrodenabstand $EE' = l$ wegen $\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = \frac{1}{r}$ die Darstellung

$$\frac{2\pi \cdot l \cdot V(l)}{3 \cdot I \cdot \varrho_0} = \frac{\varrho_s(l)}{\varrho_0} = 1 + 2 \int_0^{\infty} \varphi\left(\frac{3\lambda}{l}\right) \cdot [J_0(\lambda) - J_0(2\lambda] \cdot d\lambda,$$

wo $V(l)$ den zwischen den Sonden gemessenen Spannungsunterschied bedeutet.

2. Da eine direkte Auswertung des Integrals mit Hilfe tabulierter Funktionen nicht möglich ist, wäre es naheliegend, an eine Entwicklung der Funktion $\varphi(\lambda)$ nach Potenzen von α zu denken, weil man dann die

hier zu erwartenden Abweichungen von den gewöhnlichen Zweischichtkurven bequem überblicken könnte. Es stellen sich dem jedoch so große Schwierigkeiten entgegen, daß man auch diesen Weg nicht einschlagen kann, zumal da eine solche Entwicklung nur für kleines $|\alpha|$ konvergieren, also nur für solche Fälle brauchbar sein würde, wo nur geringe Abweichungen von den gewöhnlichen Zweischichtkurven vorhanden sind. Man wird daher am zweckmäßigsten dieses Integral numerisch auswerten, wobei sich das von mir schon für die Konstruktion von Dreischichtkurven entwickelte Verfahren gut bewährt. Es empfiehlt sich, dabei auf die folgenden Eigenschaften der Funktion $\varphi(\lambda)$ zu achten:

$$\varphi(0) = q \cdot e^{\alpha} - 1; \quad \varphi(\lambda) \sim \frac{\frac{\alpha}{2}\left[(q-1)\operatorname{Ctg}\frac{\alpha}{2} + q + 1\right] - \lambda \cdot (q-1)}{\frac{\alpha}{2}\left[(q+1)\operatorname{Ctg}\frac{\alpha}{2} - 1\right] + \lambda q}$$

$$\text{für } \lambda \sim 0; \quad \varphi(\lambda) \sim \frac{\alpha}{2\lambda} \text{ für } \lambda \sim \infty.$$

Wenn der Wert des Integrals größer als $(-1/2)$ wird und daher nicht sehr genau berechnet werden muß, kann man $\varphi(\lambda)$ mitunter auch durch ein lineares Aggregat von Funktionen approximieren, deren von 0 bis ∞ integrierte Produkte mit J_0 bekannte Funktionen sind [5], wie $\frac{a}{\lambda + b}$, $e^{c\lambda}$ und deren Ableitungen nach c. Auf weitere Einzelheiten der Berechnung dieser Widerstandskurven einzugehen, wäre hier nicht am Platz; es sei aber bemerkt, daß sie naturgemäß erheblich mühsamer ist als die von Dreischichtkurven.

3. In Abb. 1 sind einige der von mir berechneten Widerstandskurven wie üblich in einem doppeltlogarithmischen Netz mit $h = 1$ dargestellt, und zwar für den Fall $\varrho_{II} = 20 \cdot \varrho_0$ und die folgenden Werte von q mit den ihnen entsprechenden Werten von ϱ_I/ϱ_0 und α:

q	0,01	0,05	0,2	1	4	10	20	100	500
ϱ_I/ϱ_0	2000	400	100	20	5	2	1	0,2	0,04
α	7,601	5,992	4,605	2,996	1,609	0,693	0,000	—1,610	—3,219

Unter ihnen ist nur die zu $q = 20$ gehörige Kurve eine gewöhnliche Zweischichtkurve; die übrigen weichen von ihr um so stärker ab, je mehr sich die entsprechenden q-Werte von 20 unterscheiden, aber alle haben natürlich die Asymptoten $\varrho_s/\varrho_0 = 1$ und $\varrho_s/\varrho_0 = 20$. Mit wachsendem kleinem l entfernen sich die Kurven für $q < 20$ rascher von der ersten Asymptote als die für $q > 20$, und ebenso verhält es sich für große l hinsichtlich der Annäherung an die zweite Asymptote. Während für $q < 20$ die Kurven mit abnehmendem q lange den Habitus einer Zweischichtkurve behalten, nehmen sie für $q > 20$ sehr bald den einer Dreischichtkurve an, sie können mit diesen jedoch ebensowenig zur Deckung gebracht werden wie die für $q < 20$ sich ergebenden mit jenen.

Der Umstand, daß der Unterschied unserer Widerstandskurven gegen die gewöhnlichen Zweischichtkurven, wie ja von vornherein zu erwarten war, gerade bei kleinen l-Werten für kleines $|\alpha|$ deutlich in Erscheinung tritt, kann bei der Auswertung zu ganz erheblichen Fehlern in der Bestimmung der Tiefe einer meistens ja tatsächlich vorhandenen ebenen Schichtgrenze führen. Aus der Praxis weiß man schon lange, daß die Ermittlung des spezifischen Widerstandes der Oberfläche eine außerordentlich prekäre Angelegenheit ist. Sorgfältige, systematisch angestellte Versuchsmessungen, die ich vor einigen Jahren im Auftrage der „Geofulgur" auf einer mit ein paar Bäumen bestandenen großen Wiese durchgeführt habe, haben selbst bei Verwendung großer Stromstärken schon

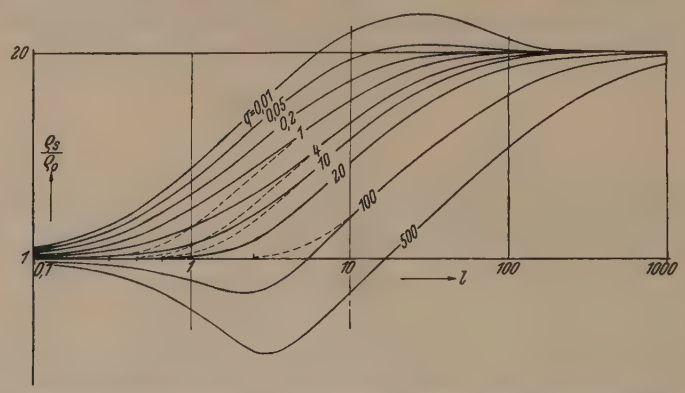

Abb. 1. Der scheinbare spezifische Widerstand ϱ_s bei $\varrho_{II} = 20\,\varrho_0$. Vergleich mit Zweischichtkurven.

innerhalb einer Strecke von kaum 20 m oft Schwankungen bis zu 100% ergeben, weil sich eben bei geringen Elektrodenentfernungen die kleinen Inhomogenitäten in der Oberfläche bereits sehr empfindlich auswirken. Man legt deswegen bei Feldmessungen den oft stark streuenden Widerstandswerten für kleine l meist kein großes Gewicht bei und vernachlässigt den Anfang der Widerstandskurve überhaupt, besonders wenn man an oberflächennahen Schichtgrenzen nicht interessiert ist.

Aus Abb. 1 ist nun unmittelbar ersichtlich, wie sich die praktisch ja wohl begründete Vernachlässigung des Anfangsstückes einer Widerstandskurve hier auf die Tiefenbestimmung auswirkt, wenn man zur Auswertung die gewöhnliche Zweischichtkurve $\varrho_2/\varrho_1 = 20$ verwendet, für deren Wahl ja die Lage der zweiten Asymptote maßgebend ist. Wie die strichliert eingetragenen Zweischichtkurven zeigen, erhält man anstatt $h = 1$ für die drei zu $q = 10$, 4 und 1 gehörenden Widerstandskurven der Reihe nach die folgenden Werte für die Tiefen der Schichtgrenzen: 0,66; 0,45; 0,3. Besonders paradox ist der später noch eingehender illustrierte Fall $q = 1$, bei dem ja wegen $\varrho_I = \varrho_{II}$ überhaupt keine Unstetigkeitsebene vorhanden ist; aber trotzdem liefert die Auswertung eine solche, allerdings nur in 0,3 jener Tiefe, von wo an $\varrho\,(z) =$

ϱ (1) bleibt. Umgekehrt verhält es sich natürlich für $q > 20$, wo die Abnahme des spezifischen Widerstandes in der ersten Schichte eine Verschiebung der Trennungsebene nach unten vortäuscht. Würde man also etwa die Kurve $q = 100$ noch mittels der gewöhnlichen Zweischichtkurve $\varrho_2/\varrho_1 = 20$ auswerten, indem man wieder das Anfangsstück vernachlässigt, in welchem sich die Abnahme des spezifischen Widerstandes bis $\varrho_1 = \varrho_0/_5$ anzeigt, so fände man für die Tiefe der Schichtgrenze den $2^1/_2$fachen Betrag der wirklich vorhandenen.

4. Die Auffassung der bisher betrachteten Widerstandskurven als gewöhnliche Zweischichtkurven wird jedoch unzulässig, wenn die von

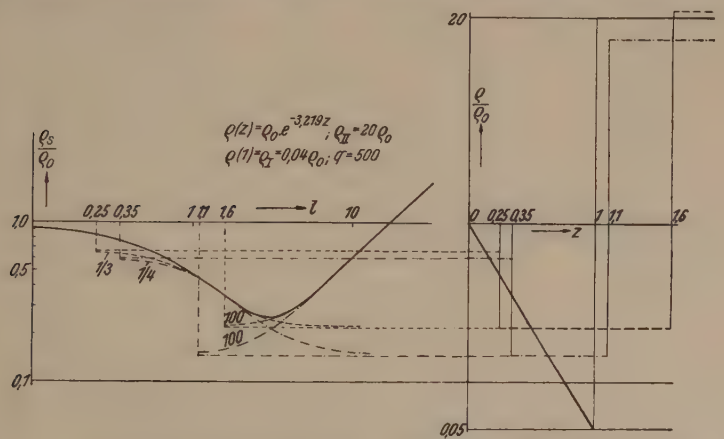

Abb. 2. Auswertung mit Zweischichtkurven. Ersatz der Schichte mit exponentiell veränderlichem Widerstand durch zwei Schichten mit jeweils konstantem Widerstand.

Zweischichtkurven stark abweichenden Anfangsstücke zu großen l-Werten gehören, wenn also die tatsächliche Schichtgrenze ziemlich tief liegt. Für diese Abweichung können dann nicht mehr die kleinen Inhomogenitäten verantwortlich gemacht werden, und diese Anfangsstücke dürfen dann auch um so weniger vernachlässigt werden, als ja nun auch die Meßpunkte trotz der absolut großen Schritte für die l-Werte im logarithmischen Netz schon ziemlich nahe beieinander liegen werden. Die Widerstandskurven müssen also nun als Dreischicht- oder als Mehrschichtkurven aufgefaßt und auch dementsprechend ausgewertet werden. Ob man dabei die vorrätigen theoretischen Zweischicht- oder Dreischichtkurven verwendet, ist belanglos, weil das Ergebnis ja auf keinen Fall mit der Wirklichkeit übereinstimmen kann. Überdies werden sich natürlich auch unter den Dreischichtkurven keine finden, die sich mit unseren Widerstandskurven in dem kritischen Anfangsstück decken, wogegen für den mittleren und Endteil meist leicht eine sehr gute Übereinstimmung erzielt werden kann.

Zur Erläuterung diene Abb. 2, in der die Auswertung der zu $q = 500$ gehörenden Widerstandskurve der Abb. 1 mittels gewöhnlicher Zwei-

schichtkurven gezeigt wird. Es mögen die für kleine l gefundenen Werte von ϱ_s/ϱ_0 noch eine so starke Streuung aufweisen, daß man das Anfangsstück der Kurve vernachlässigen kann. Bei der Suche nach einer auf den absteigenden Bogen passenden Zweischichtkurve für $\varrho_1 > \varrho_2$ hat man darauf zu achten, daß ihre zweite Asymptote unterhalb des Minimums der Widerstandskurve bleibt. Dann zeigt sich aber, daß man nur mit der zu $\varrho_2/\varrho_1 = {}^1/_3$, eventuell noch zu $\varrho_2/\varrho_1 = {}^1/_4$ gehörigen Zweischichtkurve wenigstens für ein kleines Bogenstück eine befriedigende Deckung herstellen kann. Zur weiteren Auswertung wurde die Zweischichtkurve $\varrho_2/\varrho_1 = 100$ benützt, wobei der Einfachheit halber ihre erste Asymptote

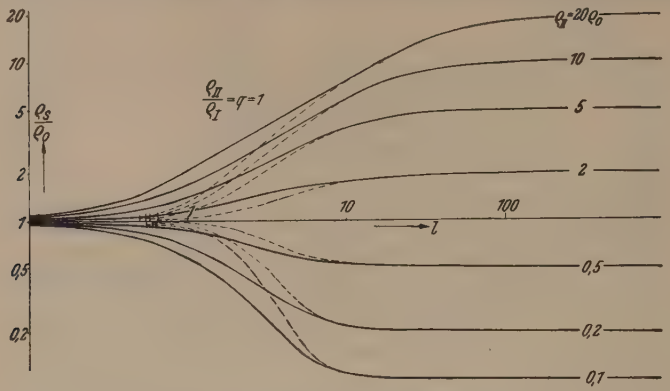

Abb. 3. Stetiger Übergang des exponentiell veränderlichen Widerstandes zum konstanten Wert $\lim_{z \to 1} \varrho(z) = \varrho_{II}$. Vergleich mit Zweischichtkurven.

in die zweite der vorangehenden Zweischichtkurve gelegt wurde. Die genauere Auswertung mittels der Hummelschen Kurven erweist sich hier überhaupt als undurchführbar, wenn man nicht schon den absteigenden Bogen der Widerstandskurve mindestens mit zwei Zweischichtkurven approximiert. Verwendet man die Dreischichtkurve $\varrho_2/\varrho_1 = {}^1/_4$, $\varrho_3/\varrho_2 = 100$, $h = 5$, die sich, abgesehen von dem kritischen Anfangsstück gut mit der Widerstandskurve deckt, so erhält man für die Schichtgrenzen Werte, die zwischen den in der Abbildung eingetragenen vorher gefundenen liegen.

In der rechten Hälfte der Abb. 2 sind diese Auswertungsergebnisse mit den tatsächlich vorhandenen Verhältnissen zusammengestellt, wobei aber nur die Widerstandsverhältnisse ϱ/ϱ_0 logarithmisch als Ordinaten, die Tiefen z dagegen auf einer regulär geteilten Abszissenachse aufgetragen wurden. Man sieht, wie die den stetig veränderlichen Widerstand der ersten Schichte darstellende, abwärtslaufende Gerade durch ein Staffelpolygon ersetzt wird, so daß die entsprechenden Werte des spezifischen Widerstandes nahezu den gleichen scheinbaren spezifischen Widerstand ergeben, natürlich wieder abgesehen vom Anfangsstück der Widerstandskurve.

5. Die Gesamtheit der Widerstandskurven, die man bei einem exponentiellen Verlauf des spezifischen Widerstandes in der obersten Schichte erhält, besteht aus einer zweifach unendlichen Schar, wobei α und q die Rolle der Parameter spielen. Um in diese zweidimensionale Kurvenmannigfaltigkeit Übersicht zu bringen, wird man sie in eine Reihe einfach unendlicher Scharen zerlegen, indem man zwischen den beiden Parametern α und q eine von einem Parameter abhängige Relation festlegt, für deren Wahl natürlich die Auswertungspraxis maßgebend ist. Angesichts der großen Bedeutung, die der zweiten Asymptote hiebei zukommt, wird man daher solche Scharen konstruieren, von denen eine in Abb. 1 dargestellt ist, bei denen also $\frac{\varrho_{II}}{\varrho_0} = q \cdot e^{\alpha} = \text{const}$.

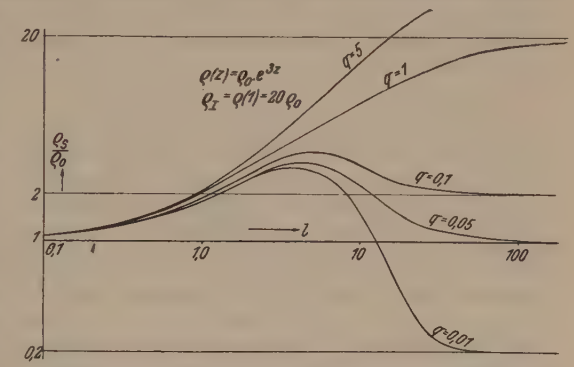

Abb. 4. Exponentiell *zunehmender* Widerstand der ersten Schichte und Unstetigkeit an der Schichtgrenze.

Abb. 3 zeigt eine Schar $q = \text{const}$, und zwar für den besonderen Wert $q = 1$ oder $\varrho_I = \varrho_{II}$, wo also der spezifische Widerstand für $z > 1$ dem bei $z = 1$ erreichten Wert gleichbleibt. Hier dürfte besonders der Fall $\alpha < 0$ auch ein gewisses praktisches Interesse besitzen, da er leicht verwirklicht sein kann, wenn das in größeren Tiefen vorhandene Wasser wegen stärkerer Konzentration gelöster Salze besser leitet als das nahe an der Oberfläche. Der graphisch angebbare Unterschied zwischen einer der Widerstandskurven und der ihr entsprechenden, in der Abb. 3 strichliert eingetragenen gewöhnlichen Zweischichtkurve verschwindet erst für $l \geqq 10$, also wenn die Elektrodenentfernung mindestens das Zehnfache jener Tiefe $z = 1$ beträgt, von wo an $\varrho\,(z) = \text{const}$ bleibt. Wenn der Anfangsbogen vernachlässigt werden darf und die Widerstandskurven der Abb. 3 als gewöhnliche Zweischichtkurven betrachtet und danach ausgewertet werden, erhält man in den angegebenen Fällen um $z = 0{,}6$ herum liegende Schichtgrenzen, obwohl überhaupt keine solchen vorhanden sind und man daher im üblichen Sinn gar nicht von zwei Schichten reden kann.

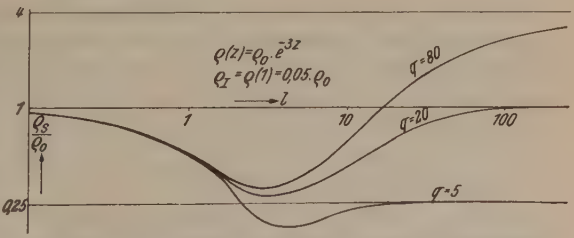

Abb. 5. Exponentiell *abnehmender* Widerstand der ersten Schichte und Unstetigkeit an der Schichtgrenze.

In Abb. 4 und 5 sind schließlich zwei Scharen Widerstandskurven dargestellt, bei denen $\alpha = 3$ bzw. $\alpha = -3$ ist. Besonders für $\alpha < 0$ haben sie einen längeren oder kürzeren Anfangsbogen gemeinsam, bei $\alpha > 0$ dagegen tritt bereits für $l < 1$ eine merkliche Aufspaltung der zu den verschiedenen q-Werten gehörenden Kurven ein. Wegen der im allgemeinen vorhandenen großen Unsicherheit des Anfangsstückes dürfte sich jedoch eine Klassifikation unserer Widerstandskurven nach dem Scharparameter α nicht empfehlen.

6. Als gemeinsames wesentliches Merkmal dieser neuen Widerstandskurven ist ihr zwar schon für kleine l-Werte einsetzender, aber nur langsam fortschreitender An- bzw. Abstieg hervorzuheben. Diesem Umstand kann man bei der Auswertung einer solchen Widerstandskurve allerdings dadurch Rechnung tragen, daß man eine Folge von Schichten geringer Mächtigkeit zugrunde legt, deren Widerstände monoton wachsen bzw. abnehmen. Wenn jedoch aus stratigraphischen Gründen eine solche Annahme nicht begründet erscheint, dann wird man den erwähnten Verlauf einer durch Feldmessungen gefundenen Widerstandskurve wohl zutreffender so deuten, daß aus den in der Einleitung genannten Gründen etwa der spezifische Widerstand des Bodens von der Erdoberfläche angefangen *stetig* wächst bzw. abnimmt.

Herr Dr. B. Kunz, Wien, hat vor drei Jahren an mehreren Sonden in der Nähe eines Sees derartige, nur schwer auswertbare Widerstandskurven erhalten, und ich hoffe, daß vielleicht besonders durch den Fall $q = 1$ noch nachträglich Widersprüche ihre Aufklärung finden mögen, die da oder dort zwischen anscheinend vollkommen klaren und sicheren Ergebnissen elektrischer Tiefenmessungen und nicht minder bestreitbaren Bohrbefunden bestehen.

Literaturverzeichnis.

1. Akimov, A. T.: Specific electr. resistance of frozen soils. C. R. Moskau **16,** 405—407 (1937); Asahina, T. und T. Kodowaki: The change of the electr. resistance of soil by freezing. J. Meteorol. Soc. Jap., II. **15,** 320—330 (1937); Hatakeyama, H.: Observation of the electr. resistance of frozen and most soil. Ebda. 316—320.
2. Pirson, S. J.: Factors which affect true formation resistivity. Oil and Gas **46,** 76—81 (1947); Ders.: Factors affecting measured apparent formation resistivity. Ebda. 63—67, 87.
3. Huber, A.: Elektrische Ströme in stetig geschichteten Medien. Sitzb. Akad. Wiss. Wien, IIa. **159,** 71—82 (1951). Mit demselben Problem befaßt sich auch die Abhandlung von L. V. King: On the Flow of Electric Current in Semi-infinite Media in which the Specific Resistance is a Function of the Depth. Phil. Trans. of the Roy. Soc. of London, A, **233,** 327—359 (1934), aber nur für eine einzige Schichte, für deren spezifischen Widerstand einige Annahmen explizit durchgeführt werden.
4. Stefanesco, S., C. et M. Schlumberger: Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales, homogènes et isotropes. Le Journ. de Phys. et le Rad. (VII), **1,** 132—140 (1930).
5. Vgl. Magnus, M. u. F. Oberhettinger: Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathemat. Physik. S. 33, 42. Berlin: Springer-Verlag 1943.

Reinhold Süring †

Am 29. Dezember 1950 ist in Potsdam im 85. Lebensjahr der frühere Direktor des Meteorologischen Observatoriums, Herr Geheimrat Prof. Dr. Reinhold Joachim Süring, gestorben. Mit ihm ist ein deutscher Meteorologe von uns gegangen, dessen Name in der ganzen Welt bekannt und geachtet war.

R. Süring wurde am 15. Mai 1866 in Hamburg geboren. Nach Abschluß seiner Hochschulstudien an den Universitäten Göttingen, Marburg und Berlin promovierte er 1890 mit einer „Untersuchung über die vertikale Temperaturabnahme in Gebirgsgegenden in ihrer Abhängigkeit von der Bewölkung" zum Doktor. Mit dieser Arbeit war ihm schon eine Arbeitsrichtung gewiesen, in der er sich auch in den weiteren Jahren mit großem Erfolg beschäftigen sollte, nämlich die Erforschung der freien Atmosphäre. Auf diesem Wege liegt auch die Vorbereitung des Baues des meteorologischen Observatoriums auf dem Brocken im Winter 1893/94. In der wissenschaftlichen Welt der Meteorologie machte den Namen Süring zuerst seine Beteiligung an den wissenschaftlichen Ballonfahrten (1893 bis 1921) bekannt, wobei ihm gemeinsam mit A. Berson am 31. Juli 1901 eine Ballonhochfahrt bis 10800 m Höhe gelang, die lange Zeit einen Rekord darstellte. Seine wissenschaftlichen Ergebnisse der Ballonfahrten hat er in den von R. Assmann herausgegebenen „Wissenschaftlichen Luftfahrten" (Bd. 3), in den Ergebnissen des Aeronautischen Observatoriums Lindenberg (1900 und 1901), in den Schriften der Naturforschenden Gesellschaft Danzig (Bd. 2, 1903) und andernorts dargestellt.

Nachdem Süring noch als Student als wissenschaftlicher Hilfsarbeiter auch an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt tätig war, kam er 1890 an das Preußische Meteorologische Institut und 1892 an das Meteorologische Observatorium in Potsdam. 1901 wurde er Vorsteher der Gewitterabteilung des Preußischen Meteorologischen Instituts in Berlin und 1909 Leiter des Meteorologischen Observatoriums in Potsdam, welche Stelle er bis zu seiner Versetzung in den Ruhestand im Jahre 1932 innehatte. 1903 wurde ihm der Titel Professor und 1918 der Titel Geheimer Regierungsrat verliehen.

Seine wissenschaftlichen Studien betrafen zunächst die Beschaffenheit der oberen Luftschichten, die Genetik und Morphologie der Wolken, Gewitter und Gewitterzüge. Wir verdanken ihm eine sehr schöne, umfassende Monographie über die Wolken, die 1935 in erster Auflage,

1941 in zweiter Auflage und 1949 in dritter Auflage bei der Akademischen Verlagsgesellschaft in Leipzig erschienen ist. Seine Erfahrungen und Kenntnisse auf dem Gebiete der Wolkenforschung stellte er auch der internationalen Zusammenarbeit in der O. M. I. zur Verfügung, wo er 1923 bis 1945 Mitglied der Kommission für das Wolkenstudium und 1929 bis 1945 Präsident der Subkommission für die Physik der Wolken war.

In mehreren Abhandlungen untersuchte Süring auch die Temperaturverhältnisse im Boden (u. a. in Abh. d. Preuß. Met. Inst., Bd. 5, 1919; Z. f. Geophys. 1930) und den jährlichen und täglichen Gang der Verdunstung (Tätigkeitsber. Preuß. Met. Inst. f. 1925). In späteren Jahren schenkte Süring dann besonders der Strahlungsforschung sein Interesse. Er war 1932 bis 1945 Präsident der Subkommission für Absolut-Pyrheliometrie in der O. M. I. und beteiligte sich an Expeditionen zu Strahlungsbeobachtungen bei Sonnenfinsternissen in Lappland 1927 und Sumatra 1929.

Die wissenschaftliche Tätigkeit Sürings, die seinen Namen in der ganzen Welt bekannt machte, begann mit seinem 1908 erfolgten Eintritt in die Redaktion der Meteorologischen Zeitschrift als Nachfolger Hellmanns und Mitherausgeber neben Julius v. Hann. In dieser Redaktion blieb er bis zur Einstellung der Meteorologischen Zeitschrift im Jahre 1944 und trug durch seine Arbeit wesentlich dazu bei, den Weltruf dieser Zeitschrift zu sichern. Diese Zusammenarbeit mit Julius v. Hann war wohl auch der Anlaß, daß ihn Hann schon bei der dritten Auflage seines weltbekannten großen Lehrbuches der Meteorologie als Mitbearbeiter heranzog. In der Folge gab Süring dann noch eine vierte Auflage 1926 als selbständiger Bearbeiter und seit 1939 eine fünfte Auflage unter Mitarbeit mehrerer namhafter Fachvertreter heraus und verfaßte 1927 einen gekürzten Auszug unter dem Titel „Leitfaden der Meteorologie".

Nach dem Ende des zweiten Weltkrieges übernahm R. Süring im hohen Alter von 80 Jahren am 20. April 1945 zum zweitenmal die Direktion des Meteorologischen Observatoriums Potsdam und führte diese unter den schwierigen Nachkriegsverhältnissen noch bis zum April 1950. Schon 1946 gelang es ihm auch, in der „Zeitschrift für Meteorologie" wieder ein neues meteorologisches Publikationsorgan zu schaffen.

Sürings wissenschaftliche Arbeit fand in zahlreichen Ehrungen ihre öffentliche Anerkennung. 1920 wurde er Mitglied der Leopoldinisch-Karolingischen Akademie der Naturforscher, 1936 Ehrenmitglied der Österreichischen Gesellschaft für Meteorologie und 1942 korrespondierendes Mitglied der Österreichischen Akademie der Wissenschaften.

Als letzter Mitherausgeber der Meteorologischen Zeitschrift hatte ich auch Gelegenheit, R. Süring als Persönlichkeit näher kennen und seine vornehme Art und sein außerordentlich liebenswürdiges Wesen schätzen zu lernen. In dem Tode Sürings betrauert die meteorologische Wissenschaft den Verlust eines ihrer Großen und beklagen alle, die ihn persönlich kannten, den Heimgang eines edlen Menschen.

F. Steinhauser, Wien.

Buchbesprechungen.

Papers in Meteorology and Geophysics. Published by the Meteorological Research Institute, Tokyo. (Jährlich 4 Hefte.)

Die in den Nachkriegsjahren gesteigerte Forschungstätigkeit hat in zahlreichen Ländern das Bedürfnis nach vermehrten Publikationsmöglichkeiten gezeitigt und so auch auf unseren Fachgebieten Anlaß zur Gründung verschiedener neuer Fachzeitschriften gegeben. So erscheint nun seit Herbst 1950 auch in Japan neben den bisherigen meteorologischen und geophysikalischen Zeitschriften eine neue Publikationsserie „Papers in Meteorology and Geophysics", die vom Meteorological Research Institute in Tokyo herausgegeben und zur Veröffentlichung der Untersuchungen der Mitarbeiter dieses Instituts bestimmt ist. Dieses meteorologische Forschungsinstitut wurde 1940 als Abteilung des Central Meteorological Observatory geschaffen und 1947 zu einem Institut mit sieben Abteilungen ausgebaut. Die neue Zeitschrift, von der bisher der erste Band mit 28, meist kürzeren Mitteilungen erschienen ist, läßt die Vielfalt der an diesem Institut behandelten Forschungsaufgaben erkennen. Neben zahlreichen Untersuchungen zur Aerologie und Dynamik der Atmosphäre finden sich Arbeiten aus den Gebieten der luftelektrischen und erdmagnetischen Forschung, der Strahlungsforschung, der angewandten Meteorologie und der Instrumentenlehre; der mitteleuropäische Fachmann entdeckt darin mit Überraschung eine Anregung zur Theorie des Alpenföhns. Beim Durchblättern fällt die Vorliebe und die Begabung des Japaners für eine mathematische Behandlung der untersuchten Probleme ins Auge.

W. Mörikofer, Davos.

Handwörterbuch der Meteorologie. Herausgegeben von K. Keil. Mit Textabb., VII, 604 S. Frankfurt a. M.: F. Knapp. 1950. Geb. DM 30,—.

Die Meteorologie ist eine Wissenschaft, die sich heute in lebhaftester Entwicklung befindet. Namentlich die umfangreichen Untersuchungen und Beobachtungen aus der Kriegszeit und aus der Nachkriegszeit haben nicht nur die Kenntnisse der meteorologischen Erscheinungen in der Atmosphäre durch die Beibringung neuer Beobachtungstatsachen unmittelbar wesentlich vermehrt und vertieft, sondern auch vielfach neue Grundlagen für theoretische Erwägungen und Forschungen geschaffen, aus denen namentlich in der Nachkriegszeit und in der jüngsten Zeit in reger Forschungstätigkeit in aller Welt die wissenschaftlichen Folgerungen gezogen wurden. Dies bedingt auch, daß eine Menge neuer Begriffe auftauchen, die in meteorologischen Lehrbüchern oft noch nicht oder nur schwer zu finden sind. Schon aus dem Grunde ist die Schaffung eines Handwörterbuches der Meteorologie gerade für die jetzige Zeit ein wertvolles Beginnen. Es wäre zu wünschen, daß in derartigen

Handwörterbüchern gerade auf die Behandlung der neuen Begriffe mehr Wert gelegt würde.

Ein zweites Merkmal der jüngsten Entwicklung der Meteorologie ist ihr fortschreitender Ausbau zur angewandten Wissenschaft. Es ist nicht notwendig, hier alle Zweige der Praxis oder anderer Naturwissenschaften aufzuzählen, die in immer mehr steigendem Ausmaß meteorologische Erkenntnisse verwerten. Dies bedingt, daß der Kreis der meteorologischen Interessenten über die eigentliche Meteorologie heute weit hinausgewachsen ist und daß darin viele einbezogen wurden, die eigentlich keine unmittelbar wissenschaftliche meteorologische Ausbildung genossen haben, sondern durch ihre Tätigkeit in anderen Wissenschaften, besonders in der Biologie und Medizin, und durch ihre berufsmäßige Betätigung in Landwirtschaft, Forstwirtschaft, im Wasserbau, im Bauwesen überhaupt, im Fremdenverkehrswesen und in vielen Zweigen der Industrie an Ergebnisse meteorologischer Forschungen und Untersuchungen herangeführt wurden. Gerade für diese Interessenten ist es oft schwer, sich über die meteorologischen Begriffe, Probleme und Ergebnisse, die sie für ihre wissenschaftliche oder praktische Tätigkeit brauchen, rasch aus der Literatur zu orientieren. Hier bedeutet nun ein meteorologisches Handwörterbuch, das nicht nur kurze Erklärungen der verschiedensten Begriffe, sondern auch entsprechende Literaturhinweise liefert, eine besondere Hilfe.

Es ist daher ein sehr verdienstvolles Werk des Herausgebers, daß er sich der großen Mühe unterzogen hat, in jahrelanger Sammlerarbeit ein umfassendes Handwörterbuch zusammenzustellen. Erst bei eingehender Durchsicht des Buches bekommt man einem Einblick darin, welch ungeheure Arbeitsfülle in diesem Werk, das mehr als 3500 Fachausdrücke erklärt, steckt. Es ist ein besonderer Vorzug dieses Handwörterbuches, daß es gerade die Begriffe der angewandten Meteorologie und Klimatologie und auch lokalklimatologische Bezeichnungen in weitem Umfang behandelt und damit besonders der Anwendung der Meteorologie dient. Dagegen wäre für eine Neuauflage vielleicht eine Vermehrung der dem Gebiete der theoretischen Meteorologie entnommenen Begriffe zu wünschen. Es ist für eine Einzelperson heute schon schwer, das ganze weite Gebiet der Meteorologie in einzelnen Begriffen und Schlagworten zu bearbeiten und es läßt sich dabei wohl nicht vermeiden, daß manche Wünsche unerfüllt bleiben müssen oder daß auch einige Ungenauigkeiten vorkommen. In dieser Hinsicht können solche Handwörterbücher am besten dadurch vervollkommnet werden, daß die verschiedenen Benützer ihre Wünsche oder Berichtigungen dem Verfasser bekanntgeben, was auch für diesen Fall empfohlen sei.

In diesem Sinne sei z. B. darauf hingewiesen, daß bei Begriffen, die nicht einheitlich verwendet werden, auf die Verschiedenheiten hingewiesen und die richtige Verwendung betont werden sollte. Es wird z. B. in dem Buch als mittlere Abweichung die Größe definiert, die mathematisch richtiger als durchschnittliche Abweichung bezeichnet werden sollte, während die mittlere Abweichung nach V. Conrad und in Übereinstimmung mit den Statistikern der Quadratwurzel aus dem Mittelwert der Abweichungsquadrate entspricht. Die in dem Buche nach einer Formel von Köppen angeführte durchschnittliche absolute Abweichung ist besser nicht so zu bezeichnen. In dem Handwörterbuch sind auch die Namen zahlreicher Meteorologen mit Geburts- und Sterbetagen angeführt, wozu man noch eine kurze Charakterisierung ihrer wichtigsten Leistungen oder Arbeitsgebiete wünschen würde, zumal darunter auch mehrere Namen sind, deren Träger meteorologisch wenig oder Frag-

würdiges geleistet haben. Bei den Namen der lebenden Meteorologen sind die der Auswahl zugrunde gelegten Gesichtspunkte nicht recht ersichtlich, da mehrere weltberühmte Namen nicht aufscheinen. Es muß sehr begrüßt werden, daß in dem vorliegenden Werk nun auch ein Handwörterbuch der Meteorologie in deutscher Sprache geschaffen worden ist. Man würde aber erwarten, daß dabei die Aufnahme deutscher Meteorologen nicht nur auf das deutsche Staatsgebiet beschränkt wird, sondern zumindest das deutsche Sprachgebiet umfaßt. Eine ungleiche Behandlung erfahren auch die verschiedenen Bergobservatorien und auch die Liste der meteorologischen Zeitschriften bedarf einer Ergänzung. Mit diesen Hinweisen, die zum Teil nur Schönheitsfehler betreffen, soll aber der Wert des Buches nicht herabgesetzt werden. Es wird unzweifelhaft Vielen eine wertvolle Hilfe bedeuten und von großem Nutzen sein.

F. Steinhauser, Wien.

The Atmospheres of the Earth and Planets. Papers presented at the 50th Anniversary Symposium of the Yerkes Observatory, September 1947. Herausgegeben von G. P. Kuiper. 366 S. Chicago: The University of Chicago Press. 1949. $ 7,50.

Das vorliegende Buch enthält die wissenschaftlichen Vorträge, die an dem im Jahre 1947 anläßlich der Fünfzigjahrfeier des Yerkes Observatory von der Universität Chicago veranstalteten Symposium über die Atmosphären der Erde und der Planeten von verschiedenen Meteorologen, Astrophysikern und Spezialisten der hohen Atmosphäre gehalten wurden. Dabei wurden vor allem diejenigen Probleme der Erdatmosphäre diskutiert, für die Vergleichsmöglichkeiten mit Planetenatmosphären bestehen.

Der Herausgeber, G. P. Kuiper, Direktor des Yerkes Observatory, umreißt in einem Einleitungskapitel den ganzen Problemkomplex und C.-G. Rossby gibt einen Überblick über die neueren Anschauungen über die allgemeine Zirkulation der Troposphäre und der unteren Stratosphäre, wobei der von ihm und seinen Mitarbeitern entdeckte Strahlstrom das besondere Charakteristikum der Darstellung bildet. Das folgende Kapitel von van de Hulst über Strahlungsextinktion in der Atmosphäre ist für den Geophysiker besonders fesselnd, weil er hier sieht, wie sich diese Probleme dem Auge des Astrophysikers darbieten; zudem werden dem Verhalten der Strahlung in der Erdatmosphäre die entsprechenden Verhältnisse in den Atmosphären anderer Planeten gegenübergestellt. Über die Untersuchung der höheren Atmosphärenschichten mittels V 2-Raketen berichten Greenstein und Durand; die mit dieser Methode gewonnenen Resultate über die ultraviolette Sonnenstrahlung erörtert Clearman. Die Eigenschaften der Erdatmosphäre oberhalb 20 km und besonders eingehend oberhalb 300 km behandelt L. Spitzer, wobei er speziell die gaskinetischen Gesichtspunkte, die Temperaturverhältnisse und die Möglichkeit des Entweichens der obersten Schichten der Planetenatmosphären berücksichtigt. P. Swings zeigt die Bedeutung der Spektren des Nachthimmels und des Polarlichts für die Untersuchung der chemischen Zusammensetzung und der physikalischen Beschaffenheit der höchsten Atmosphärenschichten, wobei neben den erreichten Resultaten auch auf die Lücken unserer Kenntnisse hingewiesen wird. In einigen kürzeren Abschnitten werden geologische, chemische und ultrarotspektroskopische Argumente zur Frage der Zusammensetzung der Erdatmosphäre entwickelt. Den Abschluß bilden mehrere Kapitel über unsere heutigen Kenntnisse von den Atmosphären der übrigen Planeten, wobei sich

ergibt, daß wohl nur auf dem Mars ähnliche atmosphärische Lebensbedingungen herrschen können wie auf der Erde.

Mag dieses Buch auch in erster Linie aus der Fragestellung des Astrophysikers entstanden sein und dadurch, bewußt oder unbewußt, das Problem der Möglichkeit der Existenz von Leben auf anderen Planeten im Hintergrunde stehen, so bietet es doch auch dem Geophysiker und dem Meteorologen eine reiche Fülle von neuen Erkenntnissen über die Eigenschaften der Erdatmosphäre; von diesen seien außer den bereits erwähnten noch eine wesentliche Bereicherung der Liste der gasförmigen Bestandteile sowie die Feststellung von jahreszeitlichen Schwankungen der Dichte der höheren Atmosphärenschichten genannt. W. Mörikofer, Davos.

Was lehren uns die Wolken? Von H. G. Cannegieter. (Sammlung Dalp: Band 53.) Mit 41 Abb. und 89 Wolkenphotographien, 127 S. Bern: A. Francke AG. 1950. sfr. 8,80.

Neben den Original-Forschungsarbeiten und den zusammenfassenden Überblicken über größere Arbeitsgebiete benötigt unsere Wissenschaft auch leichtfaßliche Darstellungen ihrer Ergebnisse, die sich zum Einarbeiten für den Anfänger und zur Instruktion für den Naturwissenschaftler anderer Fachgebiete eignen und daneben dem großen Interesse der Laien für das Wettergeschehen durch leichtfaßliche Darstellung ohne die Voraussetzung fachlicher Kenntnisse Genüge tun. Eine derartige allgemein verständliche Darstellung der Probleme von Wetter und Wetterbildung ist von H. G. Cannegieter in der Berner Sammlung Dalp in deutscher Sprache erschienen; sie beruht auf einer früheren holländischen Ausgabe des Verfassers und wurde von J. C. Thams und W. Kuhn in sprachlicher Hinsicht revidiert und durch Berücksichtigung mitteleuropäischer und alpiner Erfahrungen ergänzt.

Das Büchlein von Cannegieter erfüllt in geschickter Weise die Aufgabe, die Resultate der wissenschaftlichen Forschung und der Wetterempirie weiterzugeben. Es wendet sich vor allem an den offenen Blick des Beobachters und des Naturfreundes, stellt auf den Anblick von Landschaft, Himmelsansicht und Wolkenbild ab und versteht es, auf diese Weise das Verständnis für die Witterungsvorgänge zu entwickeln, ohne theoretische Anschauungen dafür vorauszusetzen. Doch nicht nur der Laie, auch der Fachmann findet in dieser lebendigen Darstellung eine Fülle anregender Einzeltatsachen verzeichnet. Entsprechend dem Titel wird besonderer Nachdruck auf die Erscheinungen der Wolkenbildung gelegt, und das Büchlein ist daher durch zahlreiche Wolkenbilder illustriert, die allerdings, wie auch die übrigen Abbildungen, aus Ersparnisgründen und aus Rücksicht auf den Taschenbuchcharakter der Sammlung, leider in sehr kleinem Maßstab wiedergegeben sind.
W. Mörikofer, Davos.

On the Problem of Condensation in the Atmosphere. Von H. Köhler. (Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis: Ser. IV, Vol. 14, No. 9.) Uppsala: 1950.

Die Fragen, wie die Wolkentröpfchen entstehen und wie sich aus ihnen die Niederschlagsprodukte entwickeln, gehören nach wie vor zu den interessantesten der Physik der Atmosphäre. Besonders aktuell ist heute das zweite Problem geworden durch die Versuche, die Niederschlagsbildung künstlich auszulösen. Diese erste Frage seinerzeit entscheidend ihrer Lösung nähergebracht zu haben, ist unstreitig das Verdienst Hilding Köhlers, der

in den Zwanzigerjahren auf Grund seiner Beobachtungen auf den Bergen Schwedisch Lapplands die Theorie der Kondensation an hygroskopischen Kernen entwickelt und so durchgearbeitet hat, daß sie unangefochtener Kernpunkt aller Darstellungen in Lehrbüchern wurde. Erst über zehn Jahre später — kurz vor und während des zweiten Weltkrieges — gelangen weitere Vorstöße der Forschung: KRASTANOW wies auf die Volmerschen Arbeiten über Phasenumwandlungen hin, WALL baute auf seinen Naturbeobachtungen weitreichende Schlußfolgerungen auf, FINDEISEN und H. WEICKMANN erarbeiteten wertvolle Meßergebnisse und in neuester Zeit scheinen sich durch die von JUNGE entwickelte Methode feste und flüssige Kondensationskerne auf experimentelle Weise zu unterscheiden, weitere Ausbaumöglichkeiten auch für die Theorie anzubahnen.

Kein Wunder, daß eine umfangreiche Schrift aus der Hand H. KÖHLERS in diesem Moment besonderer Aufmerksamkeit begegnet. Der hervorstechendste Zug dieser neuen Untersuchung ist die große Sorgfalt und Exaktheit der Darstellung, die — auf den thermodynamischen Untersuchungen von GIBBS fußend — die theoretischen Ableitungen der für die Kondensation an Kernen gültigen Formeln gibt. Zunächst werden die Beziehungen für den Gleichgewichtszustand eines Tröpfchens mit oder ohne Kern im Dampfraum abgeleitet und dann die Bildungsenergie berechnet. Da bei der Ableitung alle Terme mitgenommen werden, verbleiben in den Schlußformeln Glieder, die bisher meist außer acht gelassen wurden. Ein wenig verwirrend ist, daß KÖHLER den Ausdruck „*nucleus*" in zweifachem Sinne gebraucht, einmal für den eigentlichen *Kondensationskern*, zum andern für das Tröpfchen im metastabilen Zustand, das wohl besser als „*Keim*" bezeichnet würde. Es schließt sich eine sehr interessante Untersuchung an über die Veränderung der Bedingungen, wenn nicht ein einzelnes Tröpfchen im unendlich ausgedehnten Dampfraum, sondern eine endliche Anzahl N auftreten, was später zu einer ähnlichen Betrachtung verwandt wird, wie sie RAETHJEN in seiner Dunstadiabatentheorie gebracht hat.

Seit KRASTANOWS Veröffentlichungen hat sich mehr und mehr die Ansicht durchgesetzt, daß zur Eignung als Kern von einem Substanzteilchen nur die *Benetzbarkeit* gefordert werden muß, nicht aber die *Hygroskopizität*. Als experimentelle Stütze konnten hierfür die Messungen von JUNGE dienen. KÖHLER führt seine Rechnungen grundsätzlich nur für hygroskopisches Kernmaterial durch, so daß man mit besonderem Interesse seine „Bemerkungen über nichthygroskopische Kerne" liest. Er räumt ein, daß solche *auch* als Kerne dienen können, wenn die erforderlichen Übersättigungen erreicht werden, betont aber immer, daß die hygroskopischen Kerne bevorzugt werden und daß an ihrer Existenz kein Zweifel möglich sei. Nichthygroskopisches Kernmaterial müsse, so heißt es an einer Stelle, recht unreines Wasser liefern, weil die Kerne recht groß sein müßten (wofür das Fehlen von Beobachtungen größerer Übersättigungsgrade spricht). Auch aus Betrachtungen über die Bildung von Strahlungsnebeln werden in diesem Zusammenhang Schlüsse gezogen.

Für einen Kern von Würfelform wird die Krümmung der bei beginnender Kondensation auf den einzelnen Seitenflächen sich aufbauenden Kugelsegmente flüssigen Wassers untersucht, die sich erst später zur ganzen Kugel zusammenschließen, wobei aber eine Änderung des Krümmungsradius auftritt. Das bedingt eine andere Keimbildungsarbeit, als durch die übliche Formel angegeben wird, ohne daß die Möglichkeit besteht, dies für alle denkbaren Kern- oder Kristallformen durchzurechnen. Ableitungen über die

Keimbildungsgeschwindigkeit und ein umfangreicher zweiter Teil mit Berechnungen von minutiöser Genauigkeit bilden den Abschluß der wertvollen Arbeit, die in ihrer Ausgestaltung von geradezu klassischer Exaktheit zeugt.

F. Möller, Mainz.

Studien zur allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre. Von H. Flohn. (Berichte des Deutschen Wetterdienstes in der US-Zone: Nr. 18.) Mit 28 Textabb., 52 S. Bad Kissingen: 1950.

Die umfangreichen aerologischen Erfahrungen der letzten Jahre und Jahrzehnte machen es notwendig, die bisherigen Auffassungen von dem Schema der allgemeinen Zirkulation zu überprüfen und zu revidieren. Manches von dem, was früher als einfaches und plausibles Schema gerne geglaubt wurde, hält den neuen Erkenntnissen, die dem durch die Aerologie in allen Teilen der Welt erfolgten großen Fortschritt in die dritte Dimension zu danken sind, nicht mehr stand. Dies erfordert zum Teil auch einen Umbau theoretischer Anschauungen und Erklärungen.

Aus der aerologischen Erfahrung werden vom Verfasser folgende Einwände gegen die bisherige Vertikalzirkulationstheorie im Schema der allgemeinen Zirkulation abgeleitet: Der wahre Wind entspricht in der freien Atmosphäre im allgemeinen dem geostrophischen Wind, wobei aber die Geschwindigkeiten zu gering sind, und nur im engsten Äquatorialgebiet überwiegt die ageostrophische Komponente. Die Vorstellung, daß die tatsächliche Zirkulation weder eine meridionale noch eine zonale, sondern ein großräumiger horizontaler Austauschvorgang ist und zellulare Struktur aufweist, gilt auch für die Tropen, und es ist dort unter dem Urpassat die tropische Ostströmung und unter dem Antipassat eine Westströmung zu verstehen, wobei in beiden die Meridionalkomponenten veränderlich sind. Der subtropische Hochdruckgürtel im klassischen Sinne existiert in Wahrheit nicht, sondern weist ebenfalls Zellenstruktur auf. Der Vertikalzirkulationstheorie widerspricht es auch, daß die Zahl der zirkulationserzeugenden Solenoide im Passatgürtel und in der Polarkalotte wesentlich geringer ist als in der Westwindzone. Es scheint auch, daß die innertropische Konvergenzzone der Mallungen in einzelnen Schichten als schwaches Kältegebiet wirkt. Die Deutung und Erklärung der Beobachtungstatsachen erfordert eine Ergänzung der thermischen durch dynamische Gesichtspunkte. Dies gilt schon für die Erklärung der „planetarischen Frontalzone" (jet stream) durch den isentropen Gleitaustausch und den konvektiven Vertikalaustausch nach Raethjen und Rossby, wobei eine lokale Verschärfung durch einen Konfluenzmechanismus nach Bergeron anzunehmen ist. Als weiterer dynamischer Faktor kommt noch die orographisch bedingte Reibung dazu, die am Ostrand der beiden Kontinente der Nordhemisphäre eine Senkung (Trog der 500-mb-Fläche) und am Westrand eine Hebung der Höhenisobaren (Hochdruckkeil der 500-mb-Fläche) bewirkt. Aus den nach der Divergenztheorie zugehörigen ageostrophischen Komponenten läßt sich für das Gebiet südlich von 40° Breite zu tiefer Bodendruck in Süd- und Vorderasien und in einem kleinen Gebiet im Südwesten Nordamerikas und ein zu hoher Druck in gleichen Breiten über dem Atlantik und Pazifik, nördlich von 40° Breite aber zu hoher Druck im Westen von Nordamerika und in fast ganz Europa und zu tiefer Druck über dem nördlichen Atlantik und dem nördlichen Pazifik folgern. Damit erscheinen die Aktionszentren dynamisch aus den durch Bodenreibung bedingten Anomalien der planetarischen Frontalzone erklärt. Von vier Trögen der Südhalbkugel sind nur zwei orographisch bedingt, während die anderen beiden über dem freien

Ozean sich als Wellen der planetarischen Frontalzone erklären lassen. Für die Erklärung der Tatsache, daß neben der zellularen Struktur im klimatologischen Breitenkreismittel doch ein subtropischer Hochdruckgürtel und eine subpolare Tiefdruckrinne besteht oder — wie sich der Verfasser ausdrückt — daß auf der kalten polaren Seite der Frontalzone Zyklogenese und auf der warmen äquatorialen Seite Antizyklogenese überwiegt, wird die Asymmetrie der Frontalzone auf der Erdkugel, die in einer im Vergleich zum polwärtigen Teil wesentlich geringeren Krümmung der Isopotentiale der äquatorwärts gelegenen Teile der Frontalzone besteht, die Wirkung der Reibung, die über Land ein rasches Auffüllen der Tiefdruckgebiete und einen rascheren Abbau der Hochdruckgebiete bewirkt als über See, und die latente Energie der Kondensationswärme, die der geographischen Verteilung der Differenzen von Niederschlag minus Verdunstung entsprechend im Subtropengürtel die Zyklogenese und damit die Druckunterschiede schwächt, im Subpolargebiet aber verstärkt, in Betracht gezogen. Auch die nach der früheren Ansicht von den Vertikalzirkulationsrädern einfach verständliche zonale Anordnung der durch Vertikalbewegungen verursachten Gürtel größerer oder kleinerer Niederschlagswahrscheinlichkeit, Bewölkung, relativer Feuchtigkeit der freien Atmosphäre usw. läßt sich nach dem neuen, auf der Betonung der Wirkung des Horizontalaustausches beruhenden Schema durch die Wirkung der Bodenreibung erklären, die in den Tiefdruckzellen Konvergenz und Aufsteigen und in den Hochdruckzellen Divergenz und Absteigen verursacht und damit in den klimatologisch-statistisch ermittelten Hochdruckgürteln und Tiefdruckrinnen ebenfalls eine zonare Verteilung der Vertikalbewegungen liefert. Dementsprechend kann auch weiter eine allerdings nur auf schwache ageostrophische Strömungskomponenten beruhende Meridionalzirkulation als dynamischer Faktor angenommen werden. Das polare Hoch soll als kaltes Ferellsches Hoch angesehen werden und ähnlich die äquatoriale Tiefdruckfurche als Ferellsches Hitzetief, wobei dort auch die Kondensationswärme eine Rolle spielt und die Verhältnisse überhaupt komplizierter sind. Die Energiequelle der allgemeinen Zirkulation sieht der Verfasser in der effektiven Wärmequelle am Boden der subtropischen Divergenzgürtel und in der effektiven Kältequelle der Ausstrahlung der Wolkenoberflächen an den subpolaren und innertropischen Konvergenzzonen.

Aus dieser Skizzierung der wesentlichen Ergebnisse und Gesichtspunkte der vom Verfasser entwickelten neuen Auffassung von der allgemeinen Zirkulation ist schon ersichtlich, daß wir es hier mit einer außerordentlich bedeutungsvollen, gedankenreichen und daher sehr anregenden Arbeit zu tun haben. Es ist mit dieser Arbeit wohl auch der theoretischen Meteorologie die Aufgabe gestellt, durch quantitative Berechnungen der Effekte der hier ins Großräumige übertragenen Auswirkungen dynamischer Vorgänge die Richtigkeit der vorgetragenen qualitativen Ableitungen und Vorstellungen zu bestätigen und zu untermauern.

Der zweite Teil ist einer instruktiven Studie über den Ablauf und die Struktur des ostasiatischen Sommermonsuns gewidmet. Dieser zerfällt eigentlich in zwei und zum Teil in drei durch Trockenzeiten getrennte Regenperioden. Von Südchina bis Sachalin verlagern sich die zwei Regenzeiten, eine im Frühjahr von Süden nach Norden und eine im Spätsommer und Herbst, in umgekehrter Richtung. Sie sind durch eine hochsommerliche Trockenzeit unterbrochen, die an Auswirkung und Intensität von Süden gegen Norden hin abnimmt. Synoptisch gesehen, hängt die Frühsommerregenzeit mit einer Frontalzone zusammen, die im Juni etwa in 30° Breite liegt und sich bis

Juli bis gegen 40° Breite verlagert. Der Südostmonsun wird als umgelenkter Nordostpassat aufgefaßt, der während der Regenzeit an der Frontalzone beteiligt ist, während der sommerlichen Trockenzeit aber allein herrscht. Damit erscheint der sogenannte Monsun Ostasiens von ganz anderer Herkunft und Struktur als die eigentlichen Monsunregen. Die Herbstregenzeit hat ihre Ursache in den Taifunen, die auch im absterbenden Zustand noch eine Aktivierung der Hauptfrontalzone bewirken. Der Südostwind am Boden dreht im allgemeinen schon in 500 m auf Süd und darüber auf Südwest und im Norden sogar auf West-Nordwest, wo die mittleren Windvektoren von der Regenzeit zur Trockenzeit nur um 20° nach links drehen. Daraus folgt, daß der Witterungsumschwung weniger auf die Winddrehung als vielmehr auf Unterschiede im Vertikalaufbau der Luftmassen zurückgeführt werden muß. Der Südostmonsun erweist sich als durch die Bodenreibung in den unteren Luftschichten bewirkte Modifikation der der mittleren Luftdruckverteilung entsprechenden allgemeinen Süd- und Südwestströmung. Die Hauptfrontalzone erscheint nun als Konvergenzzone einer Nordwestströmung über Nordchina und der Mandschurei einerseits und einer Südwestströmung aus Hinterindien mit nur schwacher Beteiligung einer umgebogenen Südostströmung aus dem Pazifik andererseits. Damit zeigen sich die am Monsun Ostasiens beteiligten Luftmassen überwiegend kontinentalen Ursprungs.

Mit dieser sehr sorgfältigen Untersuchung auf Grund einer dreidimensionalen Betrachtungsweise erscheint der sogenannte Südostmonsun Ostasiens demaskiert.

Im dritten Abschnitt analysiert der Verfasser die tropische und außertropische Monsunzirkulation auf Grund der neuen Auffassung, daß es sich dabei um eine Überlagerung der thermischen Wirkung der jahreszeitlich wechselnden Unterschiede der Erwärmung von Festland und Ozean und einer dynamischen Wirkung der Orographie, die hochreichende thermische Anomalien an den außertropischen Ost- und Westküsten verursacht, handelt, und in dem Bestreben, die neu entdeckte äquatoriale Westwindzone in die Monsunzirkulation einzubauen. Die ganzjährig nachgewiesene äquatoriale Westwindzone der freien Atmosphäre macht die Auffassung, daß der Südostpassat der Südhalbkugel bei seinem Übertritt über den Äquator in den Südwestmonsun umgelenkt wird, unmöglich. Der indische Südwestmonsun wird als stark verbreitertes Teilstück der planetarisch äquatorialen Westwindzone aufgefaßt, die von zwei durch Aufspalten der Innertropikfront entstandenen Zweigen dieser Front begrenzt wird, von denen sich der nördliche Zweig zu Beginn des Sommers bis 30° N verlagert und im Herbst wieder zurückwandert und dabei die frontal verstärkte konvektive Regenzone mitführt, während der südliche Zweig das ganze Jahr hindurch in 0 bis 10° Südbreite liegt. Der winterliche seichte Nordostmonsun bildet einen Teil des Nordostpassats. Auch der ganzjährige sogenannte Monsun West- und Zentralafrikas und der sommerliche Südwestmonsun Ostafrikas und der Somalihalbinsel müssen als Teilstücke der planetarisch äquatorialen Westwindzone aufgefaßt werden. Auch die außertropischen Monsunzirkulationen werden aufgefaßt als Modifikationen der planetarischen Westtrift durch Überlagerung der thermischen Wirkung des jahreszeitlich wechselnden Strahlungshaushaltes auf Land- und Wasserflächen und einer jahreszeitlich konstanten, bis in die untere Stratosphäre merkbaren Bodenreibungswirkung. Die Hauptzonen außertropischer monsunaler Windwechsel sind durch jahreszeitliche Breitenverlagerungen des Grenzgebietes zwischen polaren Ostwinden und außertropischen Westwinden der subpolaren Tiefdruckfurche einerseits

und des Grenzgebietes außertropischer Westwinde und tropischer Ostwinde im Bereich des subtropischen Hochdruckgürtels andererseits verursacht.

Wie aus dem Vorstehenden entnommen werden kann, wird in dieser Arbeit auf Grund einer synoptisch-klimatologischen Analyse eine ganz neue Deutung der Monsune gegeben. Diese Darstellung kann als Musterbeispiel einer umfassenden Auswertung modernen Beobachtungsmaterials bezeichnet werden, bei der durch Kombination der klimatologischen mit der aerologisch-synoptischen Arbeitsmethode die klimatologische Beschreibung zur genetischen Deutung weitergeführt wird. In dem vorliegenden Fall führt die aus der dreidimensionalen Betrachtungsweise abgeleitete Einsicht in die genetischen Beziehungen dazu, daß die aus statistischen Betrachtungen der Bodenbeobachtungen abgeleiteten formalistisch-schematischen Vorstellungen in wesentlichen Punkten revidiert und sogar verdrängt werden. So muß die Leistung Flohns nicht nur sachlich, sondern auch methodisch als hochbedeutend eingeschätzt werden. F. Steinhauser, Wien.

Eine Methode zur approximativen Vorausberechnung der Luftmassenverlagerungen. Von H. Ertel. 23 S. (Sitzungs-Berichte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse: Nr. III.) 23 S. Berlin: Akademie-Verlag. 1948. DM 2,—.

Der Verfasser leitet ein Gleichungssystem ab, das in erster Näherung die Berechnung des Displacierungsvektors der Luftmassenbahnen aus dem Strömungsfeld in der Umgebung des Ortes, für den die Prognose gemacht werden soll, zu einem bestimmten Zeitpunkt ermöglicht und eine Vorausberechnung der nach einem bestimmten Zeitintervall in diesem Ort eintreffenden Luftmassen liefert. Es wird eine Lösung der Displacierungsgleichungen durch sukzessive Approximation entwickelt, wobei eine Konvergenzbedingung angegeben werden kann, die zugleich eine obere Grenze für das mögliche Prognosenintervall festlegt. Diese obere Grenze hängt von der Inhomogenität des Strömungsfeldes in der Umgebung des Prognosenortes in dem Sinne ab, daß geringere Inhomogenität die Grenze des möglichen Prognosenintervalls hinaufsetzt. Es muß als wesentlicher Fortschritt bezeichnet werden, daß es damit ermöglicht wird, die für verschiedene Punkte der Wetterkarte je nach den dort herrschenden Strömungsgradienten verschieden langen möglichen Prognosenintervalle effektiv zu berechnen. Es wird ferner ein Verfahren der graphischen Lösung der Displacierungsgleichungen entwickelt und die Anwendung des graphischen Approximationsverfahrens auf Wetterkarten mit geographischen Koordinaten gezeigt.
F. Steinhauser, Wien.

Jubiläumsband zur 35. Wiederkehr des Gründungstages des Geophysikalischen Institutes der Universität Leipzig. Herausgegeben von W. Hesse. (Veröffentlichungen des Geophysikalischen Institutes der Universität Leipzig: II. Serie, Band XV.) Mit zahlreichen Abb., 240 S. Berlin: Akademie-Verlag. 1949. DM 14,25.

Am ersten Januar 1948 jährte sich zum 35. Mal der Gründungstag des geophysikalischen Instituts der Universität Leipzig. Wer die wissenschaftliche Literatur dieser Zeit verfolgt hat, wird ermessen können, was dieses Institut für die meteorologische Forschung in Deutschland bedeutet hat. Sein Ruf als Forschungsstätte steht dem wissenschaftlichen Ruf seiner

Direktoren V. Bjerknes, R. Wenger und L. Weikmann nicht nach. Vor allem letzterer hat es verstanden, eine große Zahl von wissenschaftlichen Mitarbeitern heranzubilden, deren wertvolle Forschungsergebnisse zum Teil in der nun auf 15 Bände angewachsenen Reihe der Veröffentlichungen des Instituts niedergelegt sind. Für den vorliegenden Festband, der 17 wissenschaftliche Beiträge enthält, zeichnet als Herausgeber W. Hesse, der in den ersten Nachkriegsjahren mit der Leitung des Instituts betraut war und in schwieriger Zeit die Wiederaufnahme der wissenschaftlichen Arbeit am Institut organisiert hat.

Dem in den letzten Jahrzehnten in dem Leipziger Institut stark gepflegten Gebiet der Erforschung atmosphärischer Wellen entstammt der Beitrag von H. Flohn, in dem er auf Grund einer harmonischen Analyse des aus 83jährigen Tagesmitteln gebildeten Jahresganges des Luftdruckes in Frankfurt am Main, die Existenz von 73-, 30- bis 33- und 16tägigen Oberschwingungen mit persistenten Amplitudenmaxima von 0,3 bis 0,6 mb nachweist und damit ein Argument für die Wellennatur der Singularitäten, die er als freie Schwingungen der Erdatmosphäre mit dem Sitz in der Hochstratosphäre auffaßt, erbringen will. J. Herzog zeigt in einer statistischen Untersuchung der in München relativ häufigen antizyklonalen und zyklonalen Südostwinde die als Schlechtwetterzeichen prognostische Verwertbarkeit der letzteren. H. G. Koch berichtet über einen interessanten Lokalwind in Mittelsardinien, der als böiger Fallwind in der Zeit von 16 Uhr bis Sonnenuntergang das normale Talwindsystem ablöst und vermutlich als über ein Hochplateau übergreifender Seewind zu deuten ist. H. Lettau bringt eine interessante synoptisch-aerologische Analyse einer viertägigen Wetterwelle der zweiten Novemberhälfte 1946 über Westeuropa, die zeigt, daß die Amplitude dieser Welle im Tropopausenniveau am größten war. Die viertägige Wetterwelle läßt sich als kreisgesteuerte Welle darstellen, bei der je zwei Paare einander gegenüberliegender Kerne von Steig- und Fallgebieten im achttägigen zyklonalen Umlauf um ein steuerndes Tief herumwandern. Aus der Darstellung der vier Hauptphasen in den Karten der absoluten Topographie der 1000-, 700-, 500- und 300-mb-Flächen wird festgestellt, daß es in keinem Niveau im betrachteten Gebiet zu geschlossenen Isohypsen kommt, was als für eine gesteuerte Welle typische Erscheinung bezeichnet wird. Die viertägige Welle gibt ein Modell für wetterdynamische Analysen, in dem durch graphische Differenzbildung des Grundfeldes der Druckflächen verschiedener Niveaus in den vier Hauptphasen die Wellen der Temperatur, der vertikalen Temperaturgradienten und der Labilisierung unmittelbar gewonnen werden können. Darüber hinaus bildet die viertägige Welle auch ein Modell für Strömungsanalysen, in dem ebenfalls auf Grund von Differenzenbildungen der Druckfelder zu den Hauptphasen die Verteilung des zyklostrophischen Zuschlages des Windes, der Divergenzen des wahren Windes, der Vertikalbewegungen und der ageostrophischen Windkomponenten abgeleitet werden kann. H. Merbt entwickelt eine vereinfachte Berechnung örtlich und zeitlich veränderlicher atmosphärischer Reibungsschichten. P. Mildner leitet einige mit der harmonischen Analyse meteorologischer Kurven in Zusammenhang stehende Formeln ab und erörtert Beziehungen zwischen harmonischer Analyse und Korrelationsrechnung. H. Nitsche berichtet über eine 18tägige Welle im Frühsommer 1947, wobei sich die Zugstraßen der Kaltluftkerne am Boden mit den Zugstraßen der Druckminima in der 500-mb-Fläche weitgehend decken, während gegenüber den Zugstraßen der Bodendruckverteilung Abweichungen bestehen. K. Lehmann bringt Ergebnisse von Re-

gistrierungen der Bodentemperatur in sechs verschiedenen Tiefen von 5 bis 100 cm während charakteristischer Witterungsperioden und berichtet über Häufigkeiten und meteorologische Ursachen von Starkregen im Gebiet von Dresden, wobei sich ergibt, daß die Starkregen für die großen Schwankungen der Jahressummen der Niederschläge verantwortlich sind. R. PENNDORF bestimmt aus spektroskopischen Aufnahmen des während einer Mondesfinsternis auf den Mond fallenden Sonnenlichtes die durchstrahlten Ozonmassen in verschiedenen Höhen der Erdatmosphäre und leitet daraus die vertikale Verteilung des Ozons ab. Ferner findet man in der Festschrift noch Beiträge von G. RICHTER über klimatische Verhältnisse an Kurorten am ostsächsischen Erzgebirgshang, von D. STANZ über Kuriositäten im Wettergeschehen und über Strahlungsmessungen am Observatorium Collm, von R. LAUTERBACH über eine geomagnetische Vermessung von Nordwestsachsen und über angewandte Geophysik und Bergbautechnik und von W. WARMBT über atmosphärische Störungen auf Kurzwelle 9 MHz im Zusammenhang mit der Gewitterhäufigkeit. F. STEINHAUSER, Wien.

Abhandlungen des Badischen Landeswetterdienstes 1950. (Ausgabe Juli 1950.) Mit zahlreichen Abb., 99 S. Freiburg i. Br.: Badisches Ministerium für Finanzen, Abt. Landeswetterdienst. 1950.

Mit dem vorliegenden Heft beginnt der Badische Landeswetterdienst eine neue Schriftenreihe. Die erste Ausgabe enthält zwei interessante umfangreiche Abhandlungen:

H. v. RUDLOFF und H. TRENKLE liefern Beiträge zur langfristigen Witterungsvorhersage, in denen eine kritische Übersicht über die gebräuchlichen heutigen Methoden überhaupt und über die Ausarbeitung besonderer regionaler Langfristprognosen gegeben wird. Es wird festgestellt, daß unsere Witterung wahrscheinlich ausschließlich durch das Zusammenwirken von Sonne und Erde bestimmt wird und daß für die Ausarbeitung langfristiger Witterungsvorhersagen planetarische oder nichtsolare Einflüsse nicht in Frage kommen. Auch die Sonnenfleckenperiode liefert keine gesicherte Grundlage dafür. Es gibt auch in den Klimaschwankungen keine brauchbaren persistenten Perioden. Die mehrfach festgestellten gleichzeitigen und nichtgleichzeitigen Zusammenhänge zwischen Witterungsanomalien verschiedener Gebiete oder verschiedener Jahreszeiten im selben Gebiet können nicht direkt für die Ausarbeitung von Langfristprognosen verwendet werden, wohl aber als zusätzliches Hilfsmittel in Betracht kommen, wenn eine Reihe verschiedener Tatsachen auf eine bestimmte Entwicklung hinweist.

Die Grundlage für die von den Verfassern entwickelte Methode der Monatsprognose bildet eine eingehende Statistik, die auf mindest 80jährigen Reihen basiert und Häufigkeiten der Zuordnung von Folgemonaten (und Ähnliches auch für die Pentaden) zu den Anomalien der Temperatur und der Niederschlagsmengen nach bestimmten Klassen umfaßt. Für die Ausarbeitung der Prognose wird auch die synoptische Entwicklung beachtet. Es werden auch zahlreiche neu berechnete Korrelationsbeziehungen mitgeteilt. Zu Luftdruckvorhersagen für mehrere Tage lassen sich mit gewisser Vorsicht in geglätteten Kurven zeitweise auftretende Wellen verwenden. Als weitere Hilfsmittel für Luftdruckvorhersagen werden Symmetriepunkte im Luftdruckverlauf, Wellen im geglätteten Verlauf der Druckgradienten und gegenseitige räumliche Kompensationen im Luftdruckgang zwischen ver-

schiedenen Gebieten herangezogen. Zahlreiche in Kurven und Wetterkarten wiedergegebenen Beispiele verschiedener Typen von Symmetriepunkten zeigen ihre Verwendungsmöglichkeit. Für eine brauchbare Verwertung ähnlicher Großwetterlagen muß gleichzeitig auch die Ähnlichkeit der sich über einem größeren Abschnitt erstreckenden typischen Steuerungstendenz verlangt und beachtet werden. Auf Grund einer neuen Einteilung von Wettertypen wird ein neuer Katalog der Wetterlagen für Südwestdeutschland ausgearbeitet.

Da das schwierige Problem der langfristigen Witterungsvorhersage heute alle meteorologischen Dienste sehr beschäftigt, ist jeder neue Beitrag dazu von Wert und von allgemeinem Interesse.

Im zweiten Teil berichten M. Köhn und H. Person über die Bestimmung der Bodenfeuchtigkeit durch Messung der Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit in einem in den Boden versenkten Gipsblock, der die jeweilige Bodenfeuchtigkeit annehmen soll. Um über die Wirkungsweise der Gipsblöcke Aufschluß zu erhalten, wurde das Verhalten verschieden großer und verschieden poröser Gipsblöcke und der Wasseraustausch zwischen den Gipsblöcken untereinander und mit dem Boden untersucht. Die Wasserabgabe der Gipsblöcke erfolgt langsamer als die Wasseraufnahme und in Abhängigkeit von der Bodenfeuchtigkeit und von der Bodenart verschieden rasch. Aus grobem Sand verschiedener Feuchtigkeit sättigen sich die Gipsblöcke je nach dem Gehalt an Bodenfeuchtigkeit in mehr oder minder langer Zeit vollständig und können daher Feuchtigkeitsunterschiede des Bodens nicht anzeigen. Die elektrische Leitfähigkeit des Gipsblocks ändert sich als Funktion des Wassergehalts einer e-Potenz entsprechend.

Die Verfasser haben in sorgfältiger physikalischer Untersuchung die Wirkungsweise der von Bouyoucos 1940 zur Messung der Bodenfeuchtigkeit eingeführten Gipsblockmethode klargelegt und damit ihre Verwendungsmöglichkeit abgegrenzt, wodurch die wesentlichsten Vorbedingungen für eine richtige Deutung der gewonnenen Meßwerte geschaffen wurden. Weitere Feldversuche sollen eine Entscheidung über die Verwendbarkeit der Gipsblockmethode für praktische Zwecke bringen.

F. Steinhauser, Wien.

Einführung in die Meteorologie auf physikalischer Grundlage. Von K. Schütt. Mit 86 Abb., 179 S. Berlin: Palmenverlag. 1950.

Das Buch wendet sich in seiner Art der Darstellung an weitere Kreise und ist bestrebt, diesen ein Verständnis für die Wettervorgänge als physikalische Prozesse in der Atmosphäre zu vermitteln. Zu diesem Zweck gehen die Erklärungen vielfach von der Darstellung einfacher physikalischer Versuche aus. Darin liegt das Originelle an diesem Buch. Ohne Verwendung mathematischer Formeln und gestützt auf zahlreiche instruktive graphische Darstellungen wird nach Behandlung der einzelnen meteorologischen Elemente ein Einblick in die wichtigsten physikalischen Prozesse in der Atmosphäre geboten und auf Grund der Vorstellungen über die Luftmassen und ihr Zusammenwirken an den Fronten das Wettergeschehen bei Kalt- und Warmlufteinbrüchen und in Zyklonen und Antizyklonen besprochen. Die Schilderung der einzelnen typischen Wetterlagen schließt dabei an die Lehrtafeln an, die vom früheren Reichswetterdienst herausgegeben worden sind.

F. Steinhauser, Wien.

La météorologie et ses applications. Von Ch. Maurain (Bibliothèque de Philosophie scientifique.) Mit 19 Textabb., 258 S. Paris: Flammarion. 1950. ffr. 425.—.

Das Buch will einem weiteren Kreis von Interessenten an meteorologischen Erkenntnissen und an Vorgängen in der Atmosphäre den heutigen Stand der meteorologischen Wissenschaft und ihrer praktischen Verwertbarkeit näherbringen.

Einleitend gibt der Verfasser in kurzen Umrissen eine prägnante Übersicht über die historische Entwicklung der Meteorologie als Wissenschaft und der Organisation des meteorologischen Dienstes mit besonderer Berücksichtigung Frankreichs. In diesem Zusammenhange vermißt man vielleicht eine Erwähnung der Entwicklung der Forschungen über die Einflüsse der Stratosphäre und der hohen Atmosphäre auf das Wettergeschehen. Im zweiten Teil wird das Wissensgebiet der Meteorologie in folgerichtiger Entwicklung klar und verständlich so dargestellt, daß die Hauptgedanken und die theoretischen Gesichtspunkte hervortreten und das Zusammenwirken der verschiedenen Erscheinungen und Vorgänge in der Atmosphäre zu dem, was das Wetter ausmacht, gezeigt wird. Eine Übersicht über die Strahlungsverhältnisse in der Atmosphäre führt zu den Auswirkungen der Strahlung in den Temperaturverhältnissen. Aus diesen ergeben sich die Druckunterschiede und die Druckverteilung auf der Erde, die die Bewegungsvorgänge einleiten und aufrechterhalten. In das eigentliche Wettergeschehen führt dann die Darstellung über die Theorien der Zyklonen, Antizyklonen und Luftmassen zur allgemeinen Zirkulation. Die Entwicklung der heutigen Ansichten über die Kondensationsprozesse, die Wolken und die natürliche wie auch künstliche Niederschlagsbildung schließt den allgemeinen Teil.

Der dritte Teil ist den Anwendungen der Meteorologie gewidmet. Darin werden als erstes die Methoden der Wettervorhersage behandelt, wobei erfreulicherweise auch die Methoden und Möglichkeiten der Wettervorausberechnung, der Anwendungen der Periodenforschung und der langfristigen Wettervorhersage eine kritische Beurteilung erfahren, was gerade in einem Buch, das sich besonders an Nichtfachleute wendet, sehr wertvoll ist. Als Anwendung der Meteorologie wird auch die Klimatologie aufgefaßt. Einer kurzen Charakterisierung der klimatischen Hauptzonen und der verschiedenen Klimatypen folgen kurze Darstellungen der verschiedenen Zweige der Bioklimatologie und der wechselseitigen Beeinflussung von Klima und Pflanzen, Tier und Mensch sowie Hinweise auf die Anwendungsmöglichkeiten der Klimatologie in verschiedenen Zweigen der Technik, des Verkehrswesens und der Wirtschaft.

Der Verfasser hat es verstanden, einen ungeheuren Wissensstoff in anregender und kritischer Darstellungsweise, die das Buch auch für die Fachkollegen lesenswert macht, auf verhältnismäßig engem Raum zu bewältigen.

F. Steinhauser, Wien.

Manual of Meteorological Observing. Teil II: Marine Observer's Handbook. 1950. Siebente Auflage. Mit 32 Textabb., 22 Bildtafeln, VIII, 122 S. London: His Majesty's Stationery Office. 1950.

Das Buch verfolgt in seiner vollständig neuen Bearbeitung, über eine Anleitung zur Durchführung meteorologischer Beobachtungen hinausgehend, auch den Zweck, das Interesse der Angehörigen der Marine für die Meteorologie zu fördern und als Studienbehelf für Prüfungen im Marinedienst zu dienen. Während in dem vorliegenden Teil die Instrumente und Beobach-

tungsmethoden beschrieben werden, soll ein folgender Teil theoretische Betrachtungen und die Anwendung der Meteorologie im Dienste der Marine behandeln. Durch zahlreiche schöne und instruktive Bilder unterstützt werden im ersten Abschnitt die instrumentellen Beobachtungen und die dafür auf den Schiffen verwendeten Instrumente, darunter besonders ausführlich die Luftdruck-, Temperatur- und Feuchtigkeitsbeobachtungen besprochen. Der zweite Abschnitt behandelt die nicht instrumentellen Beobachtungen von Wind, Wetter, Sichtweite, Wolkenformen und Wolkenhöhen, Meereswellen, Meeresströmungen, und die verschiedenen Formen von Eis auf dem Meer. Der dritte Abschnitt ist den Beobachtungen verschiedener Erscheinungen gewidmet, wie Blitz, Elmsfeuer, Wasserhosen, Halo, Regenbogen, Korona um Sonne und Mond, Brockengespenst, irisierende Wolken, Dämmerungsstrahlen, Luftspiegelungen, grüner Strahl, Szintillation, Dämmerungslicht, Himmelsfärbung bei Tag, Nacht und in der Dämmerung, färbige Sonne und Mond, leuchtende Nachtwolken, Färbung und Phosphoreszenz des Meeres, Staubfall, abnormale Hebung des Meeresspiegels und abnormale Wellen, Nordlichter und magnetische Stürme, Radiostörungen und Radarbeobachtungen, Sonnenflecken, Sonnenfinsternis, Meteore, Kometen, Zodiakallicht u. a. Den Abschluß bilden die Schilderung der Organisation des Marinewetterdienstes und zahlreiche für den Beobachtungsdienst oder für Umrechnungen in verschiedene Maßsysteme benötigte Tabellen. Aus diesen Hinweisen ist ersichtlich, wie außerordentlich reichhaltig der Inhalt dieses Handbuches ist.

F. Steinhauser, Wien.

Fédération Séismologique Européenne. Comptes-rendus des Séances du Congrès réuni à Vérone du 13 au 15 septembre 1950. [Annali di Geofisica, **3** (1950), 579—603.]

In Analogie zur bereits bestehenden amerikanischen Seismologischen Gesellschaft haben sich auch die Seismologen zahlreicher Länder Europas zu einer Fachgesellschaft zusammengeschlossen. Diese soll eine speziell wissenschaftlich orientierte Ergänzung zu der Internationalen Assoziation für Seismologie der U. G. G. I. bilden und ihre Versammlungen anläßlich der U. G. G. I.-Kongresse, außerdem aber auch mindestens einmal in der Zwischenzeit abhalten. Im Gegensatz zu der Internationalen Assoziation, die von Vertretern der Länder gebildet wird, können bei der neu gegründeten Fédération sowohl Institute wie einzelne Fachleute die Mitgliedschaft erwerben. Die Gründung der neuen Vereinigung erfolgte anläßlich einer ersten Tagung vom 13. bis 15. September 1950 in Verona, an der 25 Seismologen aus sieben Ländern Europas teilnahmen; zum Präsidenten der Vereinigung wurde Fräulein I. Lehmann (Kopenhagen), zum Sekretär P. Caloi (Rom) gewählt. Ein ausführliches Protokoll über diese Gründungstagung mit Berichterstattung über die Statutenberatungen und über die wissenschaftlichen Referate ist an der oben angegebenen Stelle erschienen. W. Mörikofer, Davos.

Geodäsie und Photogrammetrie. 1. Teil: Instrumente und Verfahren der Vermessung und graphisch-mechanischen Auswertung. Von F. Ackerl. (Technische Handbücher für Baupraktiker. Herausgegeben von J. Duhm: Band VIII.) Mit 294 Textabb. und 14 Zahlentafeln, XVI, 460 S. Wien: G. Fromme & Co. 1950. S 92,—, geb. S. 98,—.

Die Geodäsie und auch die Photogrammetrie zählen heute für eine Reihe von Arbeitsgebieten zu den wichtigsten und unentbehrlichsten Hilfswissen-

schaften. Dazu gehört auch die Geophysik. Bei allen geophysikalischen Aufnahmeverfahren ist eine zweckmäßige Lösung des Problems der Ortung, d. h. die Festlegung aller Meßpunkte in einem einheitlichen Koordinatensystem ein Grunderfordernis zur späteren einwandfreien Deutung und Nutzbarmachung der Messungsergebnisse, und gerade sie ist bei dem oft großen Umfang der zu leistenden geodätischen Arbeit von großer wirtschaftlicher Bedeutung. Modernste geophysikalische Aufnahmeverfahren bedienen sich heute des Flugzeuges; damit wird auch für sie die Aerophotogrammetrie das gegebene und zweckmäßigste Verfahren zur Festlegung der durchflogenen Meßstrecken in bezug auf die Erdoberfläche.

Der mit solchen Arbeiten betraute Geophysiker hat meist keine geodätische Spezialausbildung, doch wird auch von ihm in einem gewissen Ausmaß Vertrautheit mit den gebräuchlichsten Verfahren der niederen Geodäsie gefordert, ob er nun selbst einfache Vermessungsaufgaben praktisch zu lösen hat oder sich dabei der Hilfe eines fachlich geschulten Geodäten bedienen kann. Für alle diese Fälle einen umfassenden, leicht verständlichen und bei aller gebotenen Kürze doch hinreichend ausführlichen Ratgeber und eine zuverlässige Gedächtnisstütze geschaffen zu haben, ist das Verdienst des Verfassers des vorliegenden Handbuches.

Der Inhalt desselben umfaßt in erfreulich klarer Anordnung des Stoffes, die in gleicher Weise den geübten Praktiker wie den erfahrenen Lehrer erkennen läßt, alle wesentlichen Einrichtungen, Geräte und Behelfe der niederen Geodäsie, die Verfahren der Winkel-, Entfernungs- und Höhenmessung, die Meßtischaufnahme, Absteckung und Trassierung, die Planung, Anlage und Kostenberechnung für Vermessungsarbeiten. Der photogrammetrische Teil enthält die allgemeinen physikalischen und geometrischen Grundlagen, die Erd- und Luftbildmessung und die dabei gebräuchlichen Geräte, sowie die Verfahren der Auswertung.

Eine ausreichende Zahl gut ausgewählter Abbildungen, vor allem die bildliche Darstellung aller besprochenen Geräte erhöht ebenso den Wert des Buches, wie die zahlreichen instruktiven Anwendungsbeispiele und Zahlenangaben, besonders über die erzielbare Genauigkeit und die Fehlergrenzen, das Verständnis der allgemeinen Darlegungen erleichtern und fördern.

Hervorgehoben sei auch die klare, leichtverständliche Art der Darstellung bei Wahrung der Ökonomie des Wortes, die, wenn auch das vorliegende Werk in erster Linie als Handbuch gedacht ist, doch auch seinen Gebrauch für den Studierenden sehr empfehlenswert macht. Ihm kann es gerade bei der Gewinnung des Überblickes über die für die praktische Anwendung wichtigen und notwendigen Teile des geodätischen Fachwissens behilflich sein.

Man kann sagen, daß das vorliegende Buch, dessen erster Teil hiermit der Öffentlichkeit übergeben wurde, für den praktischen Geodäten und den die Geodäsie in irgendeiner Art Benützenden dasselbe bedeutet wie der wohlbekannte „Kohlrausch" für den praktischen Physiker. Das Werk verdient eine seiner Nützlichkeit entsprechende weite Verbreitung.

M. Toperczer, Wien.

Ergebnisse der Beobachtungen am Adolf-Schmidt-Observatorium für Erdmagnetismus in Niemegk in den Jahren 1932 und 1933. (Erdmagnetisches Jahrbuch 1932, 1933.) Von R. Bock. Mit 33 Abb., 116 S. Berlin: Akademie-Verlag. 1950. DM 10,—.

Die vorliegende Veröffentlichung der Ergebnisse der erdmagnetischen Registrierungen in den Jahren 1932 und 1933, in denen die Beobachtungen

am Observatorium Niemegk begannen, schließt eine Lücke in der langen Reihe der erdmagnetischen Jahrbücher der Observatorien Potsdam-Seddin-Niemegk von 1890 bis 1944. Sie enthält in Tabellen für jeden Tag nach Weltzeit die Stunden- und Tagesmittel, die Tagesextreme und die Monatsmittel der Horizontalintensität, der Deklination und der Vertikalintensität, die Tagesmittel der Nordkomponente, der Ostkomponente, der Inklination und der Totalintensität, die Monatsmittel der täglichen Gänge dieser Elemente und in graphischen Darstellungen die Abweichungen der Tagesmittel der Horizontalintensität, der Vertikalintensität und der Deklination von den Normalwerten. Für die Übergangszeit der Übertragung der Beobachtungen von Seddin nach Niemegk werden auch für jeden Tag der Monate Januar bis April 1932 die Stundenmittel der Differenzen der Deklination, der Horizontalintensität und der Vertikalintensität zwischen beiden Stationen mitgeteilt. Die Schwankungen dieser Differenzen sind größer als erwartet wurde. Zur Beurteilung der Messungen von Niemegk wurden in graphischen Darstellungen auch die Differenzen der Monatsmittel der Deklination, der Horizontalintensität, der Inklination und der Vertikalintensität von den Observatorien Rude Skov, De Bilt, Val Yoyeux und Swieder gegen die entsprechenden Werte von Niemegk in den Jahren 1931 bis 1934 angegeben. Bezogen auf Niemegk werden auch die Jahresmittel der magnetischen Elemente der ganzen Reihe von 1891 bis 1943 mitgeteilt.

Die einleitende ausführliche Schilderung der Vorgeschichte und des Baues des Observatoriums Niemegk, der dabei aufgetretenen technischen Schwierigkeiten und der zu ihrer Behebung getroffenen Maßnahmen, der Einrichtungen des Observatoriums, die auch in zahlreichen Abbildungen dargestellt sind, und der Übertragung des Beobachtungsdienstes von Seddin nach Niemegk verdient auch von dem Gesichtspunkt, daß daraus für ähnliche Neuschaffungen und Verlegungen Nutzen gezogen werden kann, Interesse.

F. Steinhauser, Wien.

Berichtigung.

In Abb. 7 der Arbeit von H. Israël: „Zur Entwicklung der luftelektrischen Grundanschauung" — Arch. Met., Geoph., Biokl., Serie A, **III**, 1—16 (1950) — ist die Ordinatenbezifferung der rechten Teilfigur falsch. Diese muß lauten: 0 (links unten), 40, 80 usw. bis 360.

Herausgeber, Eigentümer und Verleger: Springer-Verlag, Wien I, Mölkerbastei 5.
Für den Inhalt verantwortlich: Prof. Dr. F. Steinhauser, Wien V, Schloßgasse 14.
Druck: Manzsche Buchdruckerei, Wien IX.

Fortsetzung von der II. Umschlagseite

Die Verfasser werden gebeten, den Text möglichst knapp zu fassen und historische Einleitungen tunlichst zu vermeiden. In den beigegebenen Tabellen ist die Wiedergabe unverarbeiteten, umfangreichen Beobachtungsmaterials zu vermeiden; auch sollen die Resultate im allgemeinen nicht durch Tabellen und Kurven gleichzeitig wiedergegeben werden. Die Tabellen sollen eine Überschrift tragen

Die Arbeiten können in deutscher, englischer oder französischer Sprache erscheinen. Es soll ihnen eine Zusammenfassung in mindestens zwei Sprachen vorangestellt werden. Eine Zusammenfassung ist auf jeden Fall vom Verfasser mitzuliefern, ihre Übersetzungen werden nötigenfalls vom Verlag besorgt. Die Literaturhinweise erfolgen durch im laufenden Text in Klammern eingefügte Nummern, die genaue Zitate bezeichnen, die in einem Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit zusammenzustellen sind.

Die Manuskripte sind gewöhnlich in Maschinenschrift auf einseitig beschriebenen, fortlaufend paginierten Blättern abzufassen. Abbildungsvorlagen sind in so sauberer Wiedergabe einzusenden, daß sie entweder unverändert verwendet oder durch Zeichner des Verlages einwandfrei neu gezeichnet werden können. Die Beschriftung, die innerhalb der Zeichnung angebracht wird, ist nur mit weichem Bleistift einzutragen. Unterschriften zu den Zeichnungen werden im Druck wiedergegeben, ihre Vorlagen sollen dem Manuskript direkt beigegeben werden.

Es können grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind; die Autoren sind verpflichtet, auch nachträglich bis mindestens zum 31. Dezember des auf das Erscheinen folgenden Kalenderjahres ihre Arbeit nicht anderweitig in gleicher oder ähnlicher Form zu veröffentlichen.

Die Autoren erhalten eine erste Fahnenkorrektur, die sie nach erfolgter Durchsicht an den Verlag zu senden haben; eine Umbruchkorrektur wird den Autoren nicht zugestellt.

Die Mitarbeiter erhalten 75 Sonderdrucke ihrer Arbeit (ohne Umschlag) kostenlos; sie können eine beschränkte Anzahl weiterer Sonderdrucke gegen Entschädigung beziehen, müssen diese jedoch bei der Rücksendung der ersten Korrektur bestellen.

Manuskripte und Anfragen sind an einen der beiden unterzeichneten Herausgeber zu richten.

Dozent Dr. **W. Mörikofer**
Physikalisch-Meteorologisches Observatorium
Davos-Platz, Schweiz

Prof. Dr. **F. Steinhauser**
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik
Wien V, Schloßgasse 14, Österreich

Springer-Verlag
Wien I, Mölkerbastei 5
Österreich

S P R I N G E R - V E R L A G I N W I E N

Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie

Herausgegeben von

Dozent Dr. **W. Mörikofer** und Prof. Dr. **F. Steinhauser**
Physikalisch-meteorologisches Observatorium Davos — Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik Wien

Serie B: Allgemeine und biologische Klimatologie

Zuletzt erschien:

Band II, 4. Heft

(Abgeschlossen im April 1951)

Mit 31 Textabbildungen. 96 Seiten. S 60.—, DM 14.80, $ 3.60, sfr. 15.50

Inhalt: **Dirmhirn, Inge.** Untersuchungen der Himmelsstrahlung in den Ostalpen mit besonderer Berücksichtigung ihrer Höhenabhängigkeit. — **Sauberer, F.** Registrierungen der nächtlichen Ausstrahlung. — **Uttinger, H.** Zur Höhenabhängigkeit der Niederschlagsmenge in den Alpen.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

S P R I N G E R - V E R L A G I N W I E N

Soeben erschien:

Grundlagen der Atomphysik

Eine Einführung in das Studium der Wellenmechanik und Quantenstatistik

Von

Dr. phil. Hans Adolf Bauer

Professor an der Technischen Hochschule und der Universität in Wien

Vierte, umgearbeitete und bedeutend erweiterte Auflage

Mit 244 Textabbildungen. XX, 631 Seiten. 1951

In Leinen geb. S 186.—, DM 45.—, $ 10.70, sfr. 46.—

Wissenschaftliche Strenge und Beschränkung auf das Wesentliche, verbunden mit einer so ausführlichen Darstellungsweise, daß auch der mit dem mathematischen Rüstzeug der modernen Physik weniger vertraute Leser instand gesetzt wird, in die schwierige Materie einzudringen; das sind die Vorzüge, die dem Werk bisher seinen hervorragenden Platz in der Fachliteratur verschafft haben. Die nunmehr erschienene vierte Auflage spiegelt in ihrem stattlichen Mehrumfang die gewaltige Entwicklung der Atomphysik in den letzten Jahren wider. Auch bei der Weiterführung des Werkes hat der Verfasser das Hauptgewicht auf leichte Lesbarkeit und Verständlichkeit der Darstellung der Ideen und Rechenmethoden der Atomphysik gelegt. Im Sinne einer erschöpfenden Behandlung der einzelnen Probleme wurde nicht das Gesamtgebiet der Atomphysik mit allen Einzelfragen, sondern eine sorgfältige Auswahl der grundlegenden Probleme behandelt.

Soeben erschien:

Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit

Einführung in die neue Wahrscheinlichkeitslehre und ihre Anwendung

Von

Richard von Mises

Professor an der Harvard-Universität

Dritte, neubearbeitete Auflage

IX, 278 Seiten. 1951. S 78.—, DM 18.—, $ 4.30, sfr. 18.50

Seit seinem erstmaligen Erscheinen im Jahre 1928 ist das Buch in russischer, englischer und spanischer Übersetzung herausgekommen und liegt nunmehr, neu bearbeitet, in der dritten deutschen Auflage vor. Den Gegenstand des Buches bildet der quantitative Wahrscheinlichkeitsbegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dieser Begriff wird vom Standpunkt des exakten Naturwissenschaftlers und Mathematikers entwickelt, wobei allerdings die Form der Darstellung unter Verzicht auf die mathematische Formelsprache in erster Linie für den Nichtmathematiker bestimmt ist. Die Neuauflage berücksichtigt einerseits die neuere Entwicklung und verzichtet anderseits auf verschiedene polemische Ausführungen der früheren Ausgaben, die heute überflüssig und überholt sind.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Printed in Austria